HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

LÝ THUYẾT MẠCH

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2006

LÝ THUYẾT MẠCH

Biên soạn : ThS. NGUYỄN QUỐC DINH

LỜI GIỚI THIỆU

Lý thuyết mạch là một trong số các môn cơ sở của kỹ thuật điện tử, viễn thông, tự động hoá, nhằm cung cấp cho sinh viên khả năng nghiên cứu các mạch tương tự, đồng thời nó là cơ sở lý thuyết để phân tích các mạch số. Với ý nghĩa là một môn học nghiên cứu các hệ thống tạo và biến đổi tín hiệu, nội dung cơ sở lý thuyết mạch (basic circuits theory) chủ yếu đi sâu vào các phương pháp biểu diễn, phân tích, tính toán và tổng hợp các hệ thống điện tạo và biến đổi tín hiệu dựa trên mô hình các các thông số & các phần tử hợp thành điển hình.

Tập bài giảng này chủ yếu đề cập tới lý thuyết các phương pháp biểu diễn và phân tích mạch kinh điển, dựa trên các loại phần tử mạch tương tự, tuyến tính có thông số tập trung, cụ thể là:

- Các phần tử & mạng hai cực: Hai cực thụ động, có hoặc không có quán tính như phần tử thuần trở, thuần dung, thuần cảm và các mạch cộng hưởng; hai cực tích cực như các nguồn điện áp & nguồn dòng điện lý tưởng.

-Các phần tử & mạng bốn cực: Bốn cực tương hỗ thụ động chứa RLC hoặc biến áp lý tưởng; bốn cực tích cực như các nguồn phụ thuộc (nguồn có điều khiển), transistor, mạch khuếch đại thuật toán...

Công cụ nghiên cứu lý thuyết mạch là những công cụ toán học như phương trình vi phân, phương trình ma trận, phép biến đổi Laplace, biến đổi Fourier... Các công cụ, khái niệm & định luật vật lý.

Mỗi chương của tập bài giảng này gồm bốn phần: Phần giới thiệu nêu các vấn đề chủ yếu của chương, phần nội dung đề cập một cách chi tiết các vấn đề đó cùng với các thí dụ minh họa, phần tổng hợp nội dung hệ thống hóa những điểm chủ yếu, và phần cuối cùng đưa ra các câu hỏi và bài tập rèn luyện kỹ năng. Chương I đề cập đến các khái niệm, các thông số cơ bản của lý thuyết mạch, đồng thời giúp sinh viên có một cách nhìn tổng quan những vấn đề mà môn học này quan tâm. Chương II nghiên cứu mối quan hệ giữa các thông số trạng thái của mạch điện, các định luật và các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện. Chương III đi sâu vào nghiên cứu phương pháp phân tích các quá trình quá độ trong mạch. Chương IV trình bày các cách biểu diễn hàm mạch và phương pháp vẽ đặc tuyến tần số của hàm mạch. Chương V đề cập tới lý thuyết mạng bốn cực và ứng dụng trong nghiên cứu một số hệ thống. Cuối cùng là một số phụ lục, các thuật ngữ viết tắt và tài liệu tham khảo cho công việc biên soạn.

Mặc dù có rất nhiều cố gắng nhưng cũng không thể tránh khỏi những sai sót. Xin chân thành cảm ơn các ý kiến đóng góp của bạn đọc và đồng nghiệp.

Người biên soạn

THUẬT NGỮ VIẾT TẮT

AC (Alternating Current) chế độ dòng xoay chiều.

ADC (Analog Digital Converter) bộ chuyển đổi tương tự -số.

DC (Direct Current) chế độ dòng một chiều.

FT (Fourier transform) biến đổi Fourier

KĐTT Bộ khuếch đại thuật toán.

LT (Laplace transform) biến đổi Laplace.

M4C Mạng bốn cực.

NIC (Negative Impedance Converter) bộ biến đổi trở kháng âm.

CHƯƠNG 1

CÁC KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN CỦA LÝ THUYẾT MẠCH

GIỚI THIỆU

Chương này đề cập đến các khái niệm, các thông số và các nguyên lý cơ bản nhất của lý thuyết mạch truyền thống. Đồng thời, đưa ra cách nhìn tổng quan những vấn đề mà môn học này quan tâm cùng với các phương pháp và các loại công cụ cần thiết để tiếp cận và giải quyết các vấn đề đó. Cụ thể là:

- Thảo luận quan điểm hệ thống về các mạch điện xử lý tín hiệu.
- Thảo luận các loại thông số tác động và thụ động của mạch dưới góc độ năng lượng.
- Cách chuyển mô hình mạch điện từ miền thời gian sang miền tần số và ngược lại.
- Các thông số của mạch trong miền tần số.
- Ứng dụng miền tần số trong phân tích mạch, so sánh với việc phân tích mạch trong miền thời gian.

NỘI DUNG

1.1 KHÁI NIỆM TÍN HIỆU VÀ MẠCH ĐIỆN

Tín hiệu

Tín hiệu là dạng biểu hiện vật lý của thông tin. Thí dụ, một trong những biểu hiện vật lý của các tín hiệu tiếng nói (speech), âm nhạc (music), hoặc hình ảnh (image) có thể là điện áp và dòng điện trong các mạch điện. Về mặt toán học, tín hiệu được biểu diễn chính xác hoặc gần đúng bởi hàm của các biến độc lập.

Xét dưới góc độ thời gian, mặc dù trong các tài liệu là không giống nhau, nhưng trong tài liệu này chúng ta sẽ thống nhất về mặt định nghĩa cho một số loại tín hiệu chủ yếu liên quan đến hai khái niệm liên tục và rời rạc.

Tín hiệu liên tục

Khái niệm *tín hiệu liên tục* là cách gọi thông thường của loại tín hiệu *liên tục về mặt thời gian.* Nó còn được gọi là *tín hiệu tương tự.* Một tín hiệu x(t) được gọi là liên tục về mặt thời gian khi miền xác định của biến thời gian t là liên tục.

Hình 1.1 mô tả một số dạng tín hiệu liên tục về mặt thời gian, trong đó: Hình 1.1a mô tả một tín hiệu bất kỳ; tín hiệu tiếng nói là một thí dụ điển hình về dạng tín hiệu này. Hình 1.1b mô tả dạng tín hiệu điều hòa. Hình 1.1c mô tả một dãy xung chữ nhật tuần hoàn. Hình 1.1d mô tả tín hiệu dạng *hàm bước nhảy đơn vị*, ký hiệu là u(t) hoặc 1(t):

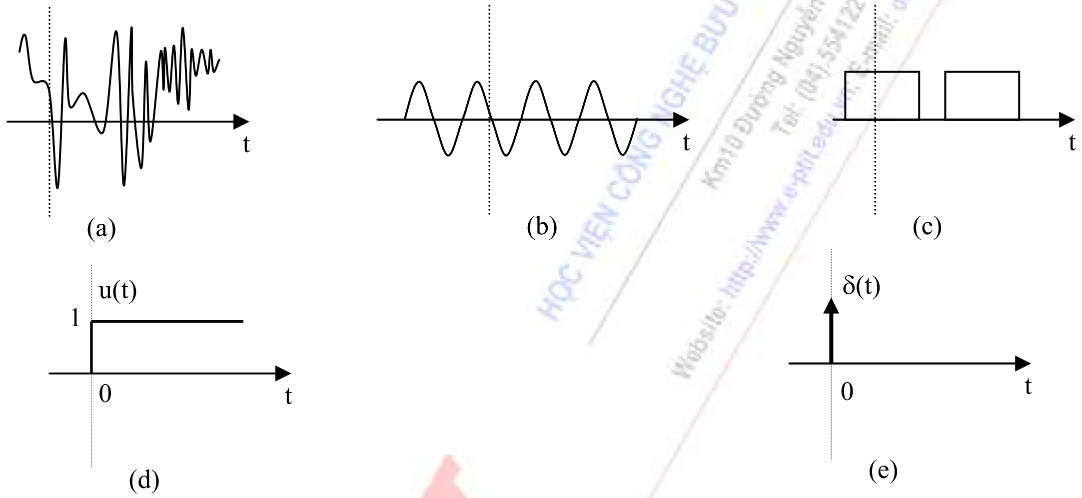
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \qquad (1.1)$$

Còn hình 1.1e mô tả tín hiệu dạng *hàm xung đơn vị*, còn gọi *hàm delta*. Hàm này có *phân bố Dirac* và ký hiệu là δ(t):

$$\delta(t) = 0, \qquad t \neq 0$$

$$\text{và} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1 \tag{1.2}$$

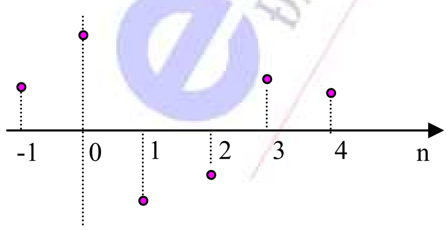
Cần lưu ý rằng, về mặt biên độ, tín hiệu liên tục về mặt thời gian chưa chắc đã nhận các giá trị liên tục. Nếu biên độ của loại tín hiệu này là liên tục tại mọi thời điểm, thì tín hiệu đó mới là *tín hiệu liên tục thực sự*.



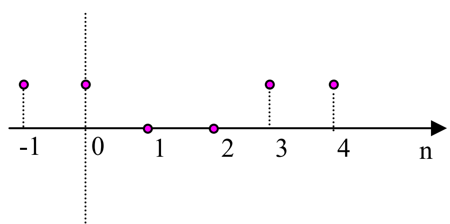
Hình 1.1
Một số dạng tín hiệu liên tục theo thời gian

Tín hiệu rời rạc

Về mặt toán học, *tín hiệu rời rạc* là một hàm trong đó biến thời gian chỉ nhận các giá trị rời rạc. Thông thường, loại tín hiệu rời rạc đơn giản nhất chỉ được định nghĩa các giá trị tại các điểm thời gian rời rạc t =n.T_s, trong đó n nguyên; do đó trong các tài liệu, tín hiệu rời rạc x(nT_s) thường được ký hiệu là x(n). Hình 1.2a mô tả dạng một tín hiệu rời rạc về mặt thời gian.



Hình 1.2a
Minh họa tín hiệu rời rạc



Hình 1.2b
Minh họa tín hiệu số nhị phân

Tín hiệu số

Tín hiệu số là loại tín hiệu rời rạc chỉ nhận các giá trị trong một tập hữu hạn xác định. Nếu tập giá trị của tín hiệu số chỉ là hai giá trị (0 hoặc 1) thì tín hiệu đó chính là *tín hiệu số nhị phân*. Hình 1.2b là một thí dụ minh họa cho trường hợp này.

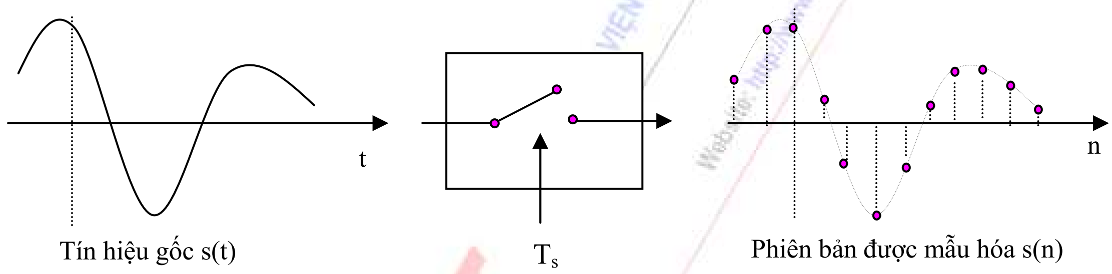
Sự lấy mẫu

Lấy mẫu là thuật ngữ để chỉ quá trình rời rạc hóa tín hiệu liên tục. Nói cách khác, đây là quá trình chuyển đổi tín hiệu liên tục s(t) thành tín hiệu rời rạc s(n) tương ứng. Ta gọi s(n) *là phiên bản được mẫu hóa* từ tín hiệu gốc s(t).

Nếu s(n) quan hệ với tín hiệu gốc s(t) theo biểu thức:

$$s(n) = s(t)\big|_{t=nT_s}$$

thì người ta gọi đây là *quá trình lấy mẫu đều*, trong đó T_s được gọi là *bước lấy mẫu* hay *chu kỳ lấy mẫu.* Có thể mô hình hóa quá trình lấy mẫu này thành bộ lấy mẫu như hình 1.3. Trong đó, phần tử hạt nhân là một chuyển mạch hoạt động đóng/ngắt theo chu kỳ T_s.



Hình 1.3
Mô hình hóa quá trình lấy mẫu

Chuyển đổi AD/DA

Chuyển đổi AD là quá trình số hóa tín hiệu liên tục. Nói cách khác, đây là quá trình chuyển đổi tín hiệu liên tục s(t) thành tín hiệu số tương ứng. Thông thường, trong các hệ thống điện tử, quá trình này bao gồm ba công đoạn: Trước tiên là công đoạn *rời rạc hóa tín hiệu* về mặt thời gian. Kế tiếp là công đoạn làm tròn các giá trị đã lấy mẫu thành các giá trị mới thuộc một tập hữu hạn; công đoạn này còn gọi là công đoạn *lượng tử hóa*. Cuối cùng, tùy thuộc vào hệ thống số được sử dụng mà các giá trị đã được lượng tử hóa sẽ được *mã hóa* tương thích với thiết bị xử lý và môi trường truyền dẫn.

Ngược lại quá trình chuyển đổi AD là quá trình chuyển đổi DA. Đây là quá trình phục hồi tín hiệu liên tục s(t) từ tín hiệu số tương ứng.

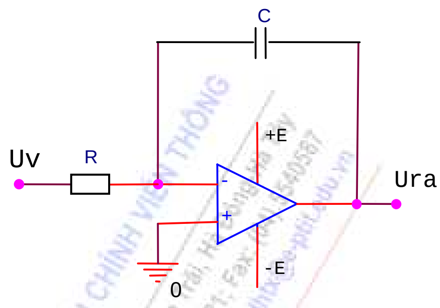
Xử lý tín hiệu

Xử lý tín hiệu là một khái niệm rộng để chỉ các quá trình biến đổi, phân tích, tổng hợp tín hiệu nhằm đưa ra các thông tin phục vụ cho các mục đích khác nhau. Các hệ thống khuếch đại và

chọn lọc tín hiệu; Các hệ thống điều chế và giải điều chế tín hiệu; các hệ thống phân tích, nhận dạng và tổng hợp thông tin phục vụ các lĩnh vực an ninh-quốc phòng, chẩn đoán bệnh, dự báo thời tiết hoặc động đất... là những thí dụ điển hình về xử lý tín hiệu.

Mạch điện

Sự tạo ra, tiếp thu và xử lý tín hiệu là những quá trình phức tạp xảy ra trong các thiết bị & hệ thống khác nhau. Việc phân tích trực tiếp các thiết bị và hệ thống điện thường gặp một số khó khăn nhất định. Vì vậy, về mặt lý thuyết, các hệ thống điện thường được biểu diễn thông qua một mô hình thay thế.

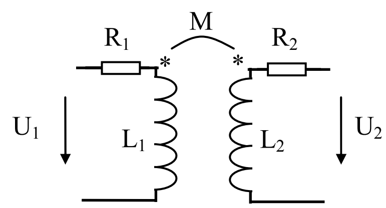


Hình 1.4
Mạch tích phân

Trên quan điểm hệ thống, *mạch điện* là mô hình toán học chính xác hoặc gần đúng của một hệ thống điện, nhằm thực hiện một toán tử nào đó lên các tác động ở đầu vào, nhằm tạo ra các đáp ứng mong muốn ở đầu ra. Mô hình đó thường được đặc trưng bởi một hệ phương trình mô tả mối quan hệ giữa các tín hiệu xuất hiện bên trong hệ thống. Trong miền thời gian, các hệ thống mạch liên tục được đặc trưng bởi một hệ phương trình vi tích phân, còn các hệ thống mạch rời rạc được đặc trưng bởi một hệ phương trình sai phân.

Về mặt vật lý, mạch điện là một mô hình tương đương biểu diễn sự kết nối các thông số và các phần tử của hệ thống theo một trật tự logic nhất định nhằm tạo và biến đổi tín hiệu. Mô hình đó phải phản ánh chính xác nhất & cho phép phân tích được các hiện tượng vật lý xảy ra, đồng thời là cơ sở để tính toán & thiết kế hệ thống. Thí dụ hình 1.4 là mô hình một mạch điện liên tục thực hiện toán tử tích phân, trong đó mối quan hệ vào/ra thỏa mãn đẳng thức: $u_{ra} = k\int u_v dt$.

Hình 1.5 là một trong những mô hình tương đương của biến áp thường. Trong mô hình tương đương của phần tử này có sự có mặt của các thông số điện trở R, điện cảm L và hỗ cảm M. Những thông số đó đặc trưng cho những tính chất vật lý khác nhau cùng tồn tại trên phần tử này và sự phát huy tác dụng của chúng phụ thuộc vào các điều kiện làm việc khác nhau.



Hình 1.5
Một mô hình tương đương của biến áp thường

Cần phân biệt sự khác nhau của hai khái niệm phần tử và thông số. *Phần tử* (trong tài liệu này) là mô hình vật lý của các vật liệu linh kiện cụ thể như dây dẫn, tụ điện, cuộn dây, biến áp, diode, transistor... *Thông số* là đại lượng vật lý đặc trưng cho tính chất của phần tử. Một phần tử có thể có nhiều thông số. Về mặt điện, vẽ mạch tương đương của các phần tử có nghĩa là biểu diễn các tính chất về điện của phần tử đó thông qua các thông số e, i, r, C, L, M, Z, Y ... nối với nhau theo một cách nào đó. Cuối cùng để biểu diễn cách đấu nối tiếp nhiều thông số người ta vẽ các ký hiệu của chúng đầu nọ nối với đầu kia tạo thành một chuỗi liên tiếp, còn trong cách đấu nối song song thì các cặp đầu tương ứng được nối với nhau. Trong sơ đồ mạch điện các đoạn liền nét nối các ký hiệu thông số đặc trưng cho các dây nối có tính chất dẫn điện lý tưởng.

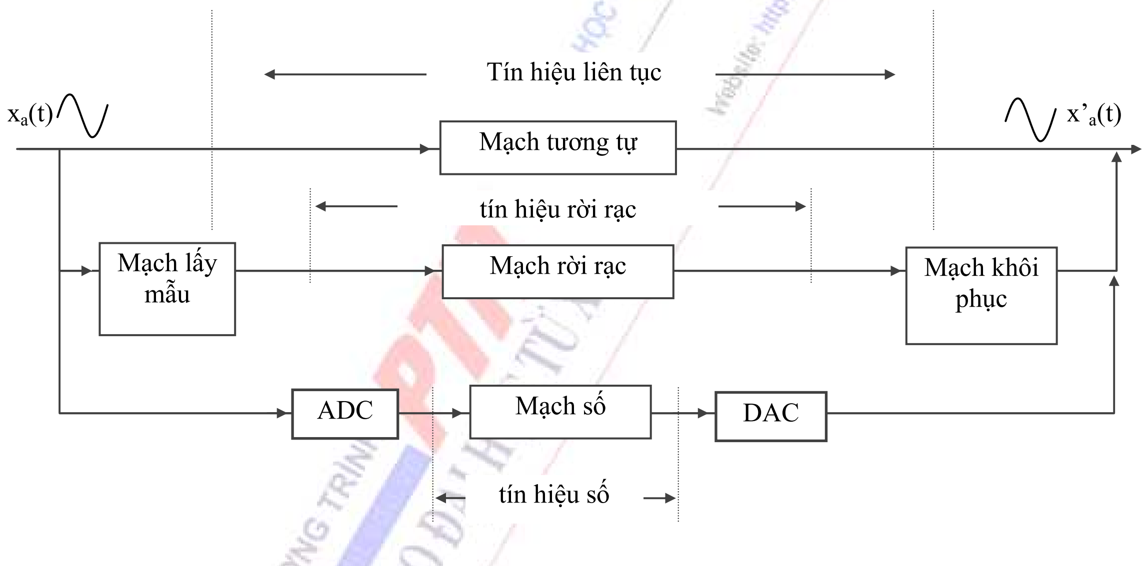
Cũng nên lưu ý, về mặt hình thức, sơ đồ mạch điện trong lý thuyết mạch khác với sơ đồ chi tiết của một thiết bị. Sơ đồ mạch điện (trong lý thuyết mạch) là một phương tiện lý thuyết cho phép biểu diễn và phân tích hệ thống thông qua các thông số và các phần tử hợp thành, còn sơ đồ chi tiết của thết bị là một phương tiện kỹ thuật biểu diễn sự ghép nối các linh kiện của thiết bị thông qua các ký hiệu của các linh kiện đó.

Mạch tương tự & mạch rời rạc

Xét trên phương diện xử lý tín hiệu thì các hệ thống mạch là mô hình tạo và biến đổi tín hiệu chủ yếu thông qua ba con đường, đó là:

- Xử lý tín hiệu bằng *mạch tương tự* (analog circuits).
- Xử lý tín hiệu bằng *mạch rời rạc* (discrete circuits).
- Xử lý tín hiệu bằng *mạch số* (digital circuits), gọi là xử lý số tín hiệu.

Như vậy, cách thức xử lý tín hiệu sẽ qui định tính chất và kết cấu của các hệ thống mạch. Trên hình 1.6 là sự phân loại mạch điện xử lý tín hiệu liên tục.



Hình 1.6
Các hệ thống mạch điện xử lý tín hiệu liên tục

Ghi chú: ADC - Analog to Digital Converter: mạch chuyển đổi tương tự - số. DAC - Digital to Analog Converter: mạch chuyển đổi số - tương tự.

Mạch có thông số tập trung & mạch có thông số phân bố

Một hệ thống mạch được cấu thành từ phần lớn các phần tử mạch tuyến tính & không tuyến tính. Trong đó, mạch tuyến tính lại được chia thành mạch có thông số phân bố (như dây dẫn, ống dẫn sóng, dụng cụ phát năng lượng...) và mạch có thông số tập trung.

Ở dải tần số thấp, khi kích thước của các phần tử cũng như khoảng cách vật lý từ phần tử này tới các phần tử lân cận là rất nhỏ so với bước sóng của tín hiệu, các mạch điện được phân tích như tập hợp các *thông số tập trung*. Lúc này khái niệm dòng dịch trong hệ phương trình Maxwell

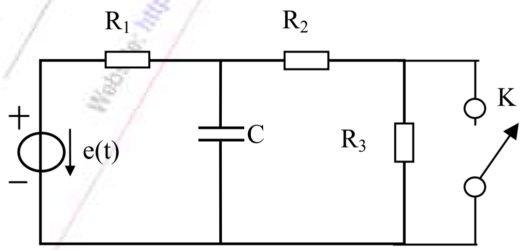
là không đáng kể so với *dòng dẫn* (dòng chuyển động có hướng của các điện tích trong dây dẫn và các phần tử mạch, quy ước chảy trên tải từ điểm có điện thế cao đến điểm có điện thế thấp), những biến thiên của từ trường và điện trường trong không gian có thể bỏ qua được.

Ở tần số rất cao, kích thước của các phần tử cũng như khoảng cách vật lý từ phần tử này tới các phần tử lân cận có thể so sánh với bước sóng của tín hiệu truyền lan, các mạch điện được xem như có *thông số phân bố*. Lúc này năng lượng từ trường tích trữ được liên kết với *điện cảm phân bố* trong cấu trúc, năng lượng điện trường tích trữ được liên kết với *điện dung phân bố*, và sự tổn hao năng lượng được liên kết với *điện trở phân bố* trong cấu trúc. Lúc này khái niệm *dòng dịch* (những biến thiên của từ trường và điện trường phân bố trong không gian) trở nên có ý nghĩa. Nhiều trường hợp các vi mạch được coi là có các tham số phân bố dù nó làm việc ở dải tần thấp vì giới hạn kích thước của nó.

Các trạng thái hoạt động của mạch

Khi mạch ở trạng thái làm việc cân bằng & ổn định, ta nói rằng mạch đang ở *Trạng thái xác lập*. Khi trong mạch xảy ra đột biến, thường gặp khi đóng/ngắt mạch hoặc nguồn tác động có dạng xung, trong mạch sẽ xảy ra quá trình thiết lập lại sự cân bằng mới, lúc này mạch ở *Trạng thái quá độ*.

Xét mạch điện như hình 1.7. nguồn tác động là một chiều hoặc điều hòa. Ban đầu khóa K hở, mạch ở trạng thái xác lập (ổn định). Khi khóa K đóng, trong mạch sẽ xảy ra quá trình quá độ để thiết lập lại trạng thái xác lập mới. Quá trình quá độ là nhanh hay chậm tùy thuộc vào các thông số nội tại của mạch.



Hình 1.7
Mạch điện có khóa đóng ngắt

Các bài toán mạch

Có hai lớp bài toán về mạch điện: phân tích và tổng hợp mạch. *Phân tích mạch* có thể hiểu ở hai góc độ, với một kết cấu hệ thống sẵn có thì:

+ Các quá trình năng lượng trong mạch, quan hệ điện áp & dòng điện trên các phần tử xảy ra như thế nào? Nguyên lý hoạt động của mạch ra sao? Đây là các vấn đề của lý thuyết mạch thuần tuý.

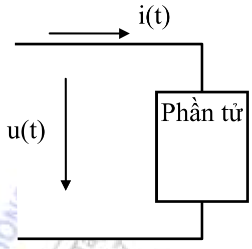
+ Ứng với mỗi tác động ở đầu vào, chúng ta cần phải xác định đáp ứng ra của hệ thống trong miền thời gian cũng như trong miền tần số là gì? Quá trình biến đổi tín hiệu khi đi qua mạch ra sao?

Ngược lại, *tổng hợp mạch* là chúng ta phải xác định kết cấu hệ thống sao cho ứng với mỗi tác động ở đầu vào sẽ tương ứng với một đáp ứng mong muốn ở đầu ra thỏa mãn các yêu cầu về kinh tế và kỹ thuật. Chú ý rằng phân tích mạch là bài toán đơn trị, còn tổng hợp mạch là bài toán đa trị.

1.2 CÁC THÔNG SỐ TÁC ĐỘNG VÀ THỤ ĐỘNG CỦA MẠCH

Như phần trên đã nêu, để biểu diễn hệ thống phải xác định được các thông số của nó. Có hai loại thông số cơ bản là thông số tác động và thông số thụ động.

Xét dưới góc độ năng lượng, một phần tử (hình 1.8), nếu dòng điện trong phần tử là i(t) và điện áp trên nó là u(t) thì công suất tức thời trên phần tử tại thời điểm t là: $p(t) = u(t).i(t)$. Trong khoảng thời gian T = t_2 – t_1, năng lượng có trên phần tử là: $W_T = \int_{t1}^{t2} p(t)dt$.



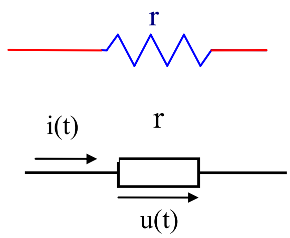
Hình 1.8

+ Nếu u(t) và i(t) ngược chiều thì p(t) có giá trị âm, thì tại thời điểm t phần tử cung cấp năng lượng, nghĩa là nó có chứa các *thông số tác động* (thông số tạo nguồn).

+ Nếu u(t) và i(t) cùng chiều thì p(t) có giá trị dương, tức tại thời điểm t phần tử nhận năng lượng. Lượng năng lượng nhận được đó có thể được tích luỹ tồn tại dưới dạng năng lượng điện trường hay năng lượng từ trường, mà cũng có thể bị tiêu tán dưới dạng nhiệt hoặc dạng bức xạ điện từ. Đặc trưng cho sự tiêu tán và tích luỹ năng lượng đó là các *thông số thụ động* của phần tử.

1.2.1 Các thông số thụ động cuả mạch điện

-Xét về mặt phản ứng của phần tử khi chịu tác động kích thích, các thông số thụ động đặc trưng cho phản ứng thụ động của phần tử đối với tác động kích thích của nguồn và thể hiện qua mối quan hệ giữa điện áp và dòng điện chạy trong nó. Người ta phân các thông số thụ động này thành hai loại *thông số quán tính* và *thông số không quán tính*.



Hình 1.9
Kí hiệu điện trở

a. Thông số không quán tính (điện trở):

Thông số không quán tính đặc trưng cho tính chất của phần tử khi điện áp và dòng điện trên nó tỉ lệ trực tiếp với nhau. Nó được gọi là điện trở (r), thường có hai kiểu kí hiệu như hình 1.9 và thỏa mãn đẳng thức:

$$u(t) = r.i(t)$$

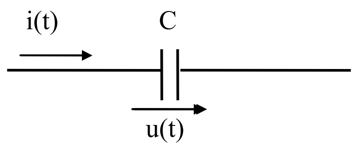
hay
$$i(t) = \frac{1}{r}u(t) = g.u(t) \qquad (1.3)$$

r có thứ nguyên vôn/ampe, đo bằng đơn vị ôm (Ω). Thông số $g=\frac{1}{r}$ gọi là điện dẫn, có thứ nguyên 1/Ω, đơn vị là Simen(S).

Về mặt thời gian, dòng điện và điện áp trên phần tử thuần trở là trùng pha nên năng lượng nhận được trên phần tử thuần trở là luôn luôn dương, r đặc trưng cho sự tiêu tán năng lượng dưới dạng nhiệt.

b. Các thông số quán tính:

Các thông số quán tính trong mạch gồm có điện dung, điện cảm và hỗ cảm.



Hình 1.10
Kí hiệu điện dung

- Thông số điện dung (C):

Điện dung là thông số đặc trưng cho tính chất của phần tử khi dòng điện trong nó tỉ lệ với tốc độ biến thiên của điện áp, có thứ nguyên ampe.giây/vôn, đo bằng đơn vị fara (F), kí hiệu như hình 1.10 và được xác định theo công thức:

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} \quad (1.4)$$

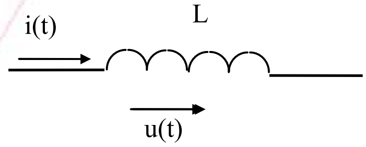
hay
$$u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt = \frac{q(t)}{C} \quad (1.5)$$

trong đó $q(t) = \int i(t)dt$ là điện tích tích luỹ được trên phần tử ở thời điểm t.

và năng lượng tích luỹ trên C:

$$W_E = \int p(t)dt = \int C.\frac{du}{dt}.u(t).dt = \frac{1}{2}Cu^2 \quad (1.6)$$

Xét về mặt năng lượng, thông số C đặc trưng cho sự tích luỹ năng lượng điện trường, thông số này không gây đột biến điện áp trên phần tử và thuộc loại thông số quán tính . Xét về mặt thời gian điện áp trên phần tử thuần dung chậm pha so với dòng điện là π/2.



Hình 1.11
Kí hiệu điện cảm

- Thông số điện cảm (L):

Điện cảm đặc trưng cho tính chất của phần tử khi điện áp trên nó tỉ lệ với tốc độ biến thiên của dòng điện, có thứ nguyên vôn x giây/ampe, đo bằng đơn vị hery(H), kí hiệu như hình 1.11 và được xác định theo công thức:

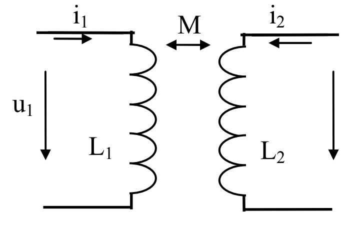
$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad (1.7)$$

hay
$$i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)dt \quad (1.8)$$

và năng lượng tích luỹ trên L:

$$W_H = \int L\frac{di}{dt}i(t)dt = \frac{1}{2}Li^2 \quad (1.9)$$

Xét về mặt năng lượng, thông số L đặc trưng cho sự tích luỹ năng lượng từ trường, thông số này không gây đột biến dòng điện trên phần tử và thuộc loại thông số quán tính. Xét về mặt thời gian, điện áp trên phần tử thuần cảm nhanh pha so với dòng điện là π/2.



Hình 1.12
Hai cuộn dây có ghép hỗ cảm

-Thông số hỗ cảm (M):

Hỗ cảm là thông số có cùng bản chất vật lý với điện cảm, nhưng nó đặc trưng cho sự ảnh hưởng qua lại của hai phần

tử đặt gần nhau khi có dòng điện chạy trong chúng, nối hoặc không nối về điện. Ví dụ như trên hình 1.12 ta thấy dòng điện i_1 chạy trong phần tử điện cảm thứ nhất sẽ gây ra trên phần tử thứ hai một điện áp hỗ cảm là:

$$u_{21} = M \frac{di_1}{dt} \tag{1.10}$$

Ngược lại, dòng điện i_2 chạy trong phần tử điện cảm thứ hai sẽ gây ra trên phần tử thứ nhất một điện áp hỗ cảm là:

$$u_{12} = M \frac{di_2}{dt} \tag{1.11}$$

Như vậy do tác dụng đồng thời của các thông số điện cảm và hỗ cảm, trên mỗi phần tử sẽ có tương ứng một điện áp tự cảm và một điện áp hỗ cảm. Tổng hợp ta có hệ phương trình:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \tag{1.12}$$

$$u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{1.13}$$

trong đó $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ (k là *hệ số ghép*, thường có giá trị nhỏ hơn 1). Nếu các dòng điện cùng chảy vào hoặc cùng chảy ra khỏi các đầu cùng tên thì điện áp hỗ cảm lấy dấu '+', nếu ngược lại lấy dấu '-'. Trong các sơ đồ, các đầu cùng tên thường được ký hiệu bằng các dấu *.

c. Thông số cuả các phần tử mắc nối tiếp và song song:

Trong trường hợp có một số các phần tử cùng loại mắc nối tiếp hoặc song song với nhau thì các thông số được tính theo các công thức ghi trong bảng 1.1.

Cách mắc	Thông số điện trở	Thông số điện cảm	Thông số điện dung
nối tiếp	$r = \sum_k r_k$	$L = \sum_k L_k$	$\frac{1}{C} = \sum_k \frac{1}{C_k}$
song song	$\frac{1}{r} = \sum_k \frac{1}{r_k}$	$\frac{1}{L} = \sum_k \frac{1}{L_k}$	$C = \sum_k C_k$

Bảng 1.1: Thông số cuả các phần tử mắc nối tiếp và song song

1.2.2 Các thông số tác động cuả mạch điện

Thông số tác động còn gọi là thông số tạo nguồn, nó đặc trưng cho phần tử có khả năng tự nó (hoặc khi nó được kích thích bởi các tác nhân không điện bên ngoài) có thể tạo ra và cung cấp năng lượng điện tác động tới các cấu kiện khác của mạch, phần tử đó gọi là *nguồn điện*. Thông số tác động đặc trưng cho nguồn có thể là:

+ *Sức điện động* của nguồn (e_{ng}): một đại lượng vật lý có giá trị là điện áp hở mạch của nguồn, đo bằng đơn vị "vôn" và được ký hiệu là V.

+ *Dòng điện nguồn* (i_{ng}): một đại lượng vật lý có giá trị là dòng điện ngắn mạch của nguồn, đo bằng đơn vị "ampe" và được ký hiệu là A.

1.2.3 Mô hình nguồn điện

Sự xác định các thông số tạo nguồn dẫn đến sự phân loại nguồn tác động thành hai loại sau:

+ Nguồn điện áp, bao gồm nguồn áp độc lập & nguồn áp phụ thuộc (tức là nguồn áp có điều khiển).

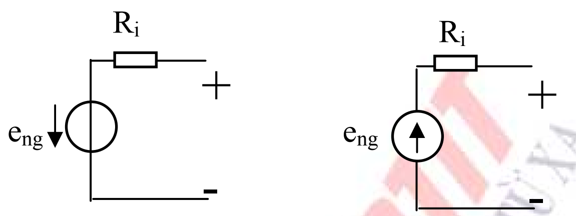
+ Nguồn dòng điện, bao gồm nguồn dòng độc lập & nguồn dòng phụ thuộc (tức là nguồn dòng có điều khiển).

Nguồn điện lý tưởng là không có tổn hao năng lượng. Nhưng trong thực tế phải tính đến tổn hao, có nghĩa là còn phải tính đến sự tồn tại *nội trở trong* của nguồn (R_{ng}).

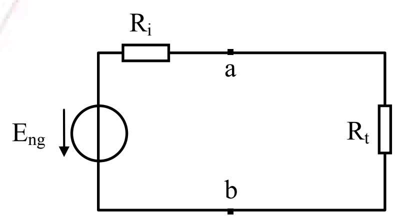
Trong tài liệu này, qui ước chiều dương sức điện động của nguồn ngược lại với chiều dương dòng điện chạy trong nguồn.

a. Nguồn độc lập

- ***Nguồn áp độc lập***: ký hiệu nguồn áp độc lập có hai kiểu như hình 1.13.



Hình 1.13
Nguồn áp độc lập



Hình 1.14
Nguồn áp nối với tải

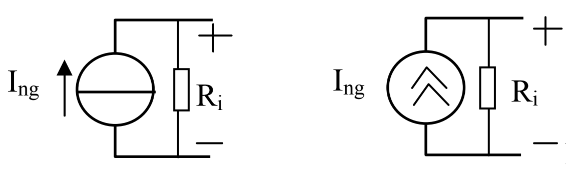
Bây giờ ta xét điện áp mà nguồn này cung cấp cho mạch ngoài (hình 1.14):

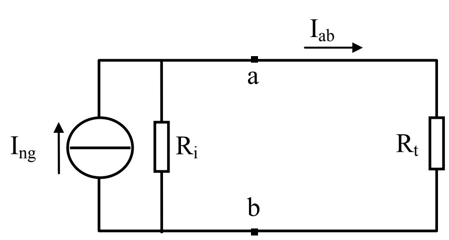
$$U_{ab} = \frac{E_{ng}}{R_i + R_t} R_t \qquad (1.14)$$

(công thức phân áp trên các phần tử mắc nối tiếp)

Như vậy ta thấy rằng trong trường hợp nguồn áp lý tưởng, tức nội trở nguồn bằng không, điện áp mà nguồn cung cấp cho mạch ngoài sẽ không phụ thuộc vào tải.

- ***Nguồn dòng độc lập***: ký hiệu nguồn dòng độc lập có hai kiểu như hình 1.15.





Hình 1.15
Nguồn dòng độc lập

Hình 1.16
Nguồn dòng nối với tải

Bây giờ ta xét dòng điện mà nguồn này cung cấp cho mạch ngoài (hình 1.16):

$$I_{ab} = \frac{I_{ng}}{R_i + R_t} R_i \qquad (1.15)$$

(công thức phân dòng trên các phần tử mắc song song)

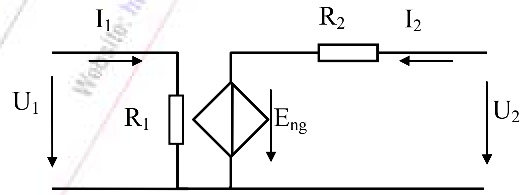
Như vậy ta thấy rằng trong trường hợp nguồn dòng lý tưởng, tức nội trở nguồn bằng vô hạn, dòng điện mà nguồn cung cấp cho mạch ngoài sẽ không phụ thuộc vào tải.

Trong các ứng dụng cụ thể, các nguồn tác động có thể được ký hiệu một cách rõ ràng hơn như nguồn một chiều, nguồn xoay chiều, nguồn xung... Cũng cần chú ý rằng, trừ trường hợp nguồn lý tưởng, nguồn áp có thể chuyển đổi thành nguồn dòng và ngược lại. Bạn đọc hoàn toàn có thể tự minh chứng điều này.

b. Nguồn phụ thuộc

Nguồn phụ thuộc còn được gọi là nguồn có điều khiển và nó được phân thành các loại sau:

+ ***Nguồn áp được điều khiển bằng áp* (A-A)**, biểu diễn trong hình 1.17. Trong đó Sức điện động của nguồn E_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển U_1 theo công thức:



Nguồn A-A

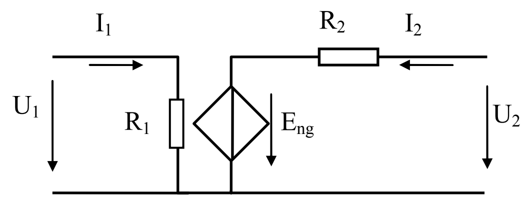
Hình 1.17

$$E_{ng} = kU_1 \qquad (1.16)$$

(k là hệ số tỷ lệ)

Trong trường hợp lý tưởng thì $R_1=\infty$, $R_2=0$ và khi đó $I_1=0$, $U_2=E_{ng}=KU_1$.

+ ***Nguồn áp được điều khiển bằng dòng* (A-D)**, biểu diễn trong hình 1.18. Trong đó suất điện động của nguồn E_{ng} liên hệ với dòng điện điều khiển I_1 theo công thức:



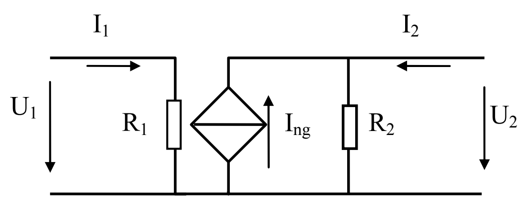
Nguồn A-D

Hình 1.18

$$E_{ng} = rI_1 \qquad (1.17)$$

(r là hệ số tỷ lệ)

Trong trường hợp lý tưởng thì $R_1=0$, $R_2=0$, khi đó $U_1=0$ và $U_2=E_{ng}=rI_1$.



Nguồn D-A

Hình 1.19

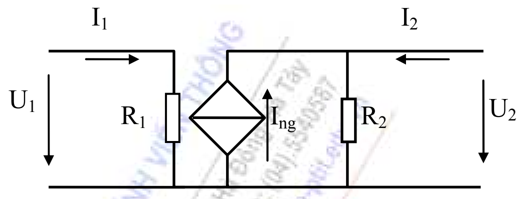
+ ***Nguồn dòng được điều khiển bằng áp*** **(D-A)**, biểu diễn trong hình 1.19. Trong đó dòng điện nguồn I_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển U_1 theo công thức:

$$I_{ng} = gU_1 \tag{1.18}$$

(g là hệ số tỷ lệ)

Trong trường hợp lý tưởng thì $R_1=\infty$, $R_2=\infty$ và khi đó $I_1=0$, $|I_2| = I_{ng} = gU_1$.

+ ***Nguồn dòng được điều khiển bằng dòng*** **(D-D)**, biểu diễn trong hình 1.20. Trong đó dòng điện nguồn I_{ng} liên hệ với dòng điều khiển I_1 theo công thức:



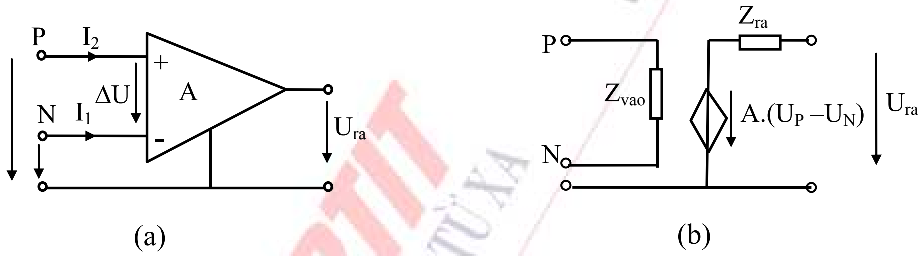
Nguồn D-D

Hình 1.20

$$I_{ng} = \alpha I_1 \tag{1.19}$$

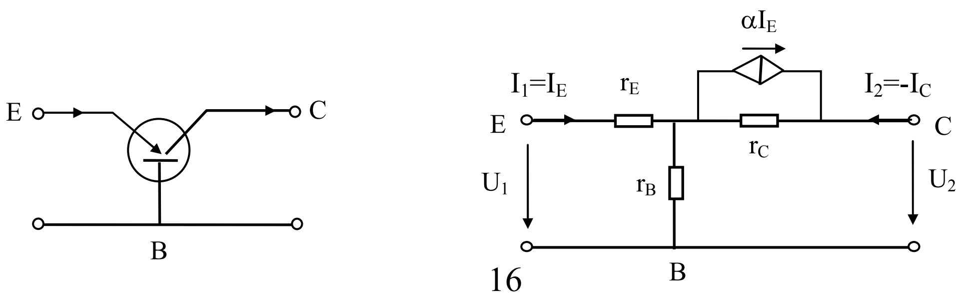
(α là hệ số tỷ lệ)

Trong trường hợp lý tưởng thì $R_1=0$, $R_2=\infty$ và khi đó $U_1 =0$, $|I_2| = I_{ng} = \alpha I_1$.



Hình 1.21
Ký hiệu và mô hình tương đương của KĐTT

-Trong thực tế thường quy các phần tử tích cực về các loại nguồn có điều khiển. Thí dụ, phần tử *khuếch đại thuật toán*, ký hiệu và mô hình tương đương của nó được mô tả thành nguồn áp được điều khiển bằng áp như hình 1.21, trong đó A là hệ số khuếch đại vòng hở của phần tử này. Còn với *transistor*, ở miền tín hiệu nhỏ và tần số thấp, người ta hay dùng sơ đồ tương đương vật lý như hình 1.22. Trong sơ đồ này có nguồn dòng phụ thuộc αI_E . Các điện trở trên sơ đồ là các điện trở vi phân của các thành phần dòng xoay chiều có biên độ nhỏ đảm bảo đoạn làm việc tuyến tính, và được xác định bởi hệ đặc tuyến vào/ ra của transistor.



Hình 1.22: Mô hình tương đương vật lý của transistor

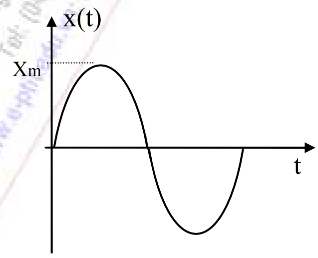
Tương tự như các nguồn độc lập, các loại nguồn có điều khiển cũng có thể chuyển đổi lẫn nhau. Khi phân tích mạch điện trên máy tính, thường sử dụng dạng nguồn D-A làm chuẩn. Vì vậy những loại nguồn còn lại khi cần phải chuyển về dạng D-A theo yêu cầu.

1.3 BIỂU DIỄN MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Trong các phương pháp phân tích mạch điện, có một phương pháp rất có hiệu quả dựa trên cách biểu diễn phức, vì vậy trước khi bước vào phần này sinh viên cần nắm chắc các kiến thức toán về số phức.

1.3.1 Cách biểu diễn phức các tác động điều hoà

Theo lý thuyết chuỗi và tích phân Fourier, các tín hiệu ngẫu nhiên theo thời gian và hữu hạn về biên độ đều có thể phân tích thành các các thành phần dao động điều hoà. Bởi vậy việc phân tích sự hoạt động của mạch, đặc biệt là mạch tuyến tính, dưới tác động bất kỳ, có thể được quy về việc phân tích phản ứng của mạch dưới các tác động điều hòa.



Hình 1.23

Ở một góc độ khác, xuất phát từ công thức của nhà toán học Euler:

$$\exp(j\varphi) = \cos\varphi + j\sin\varphi \qquad (1.20)$$

bất kỳ một dao động điều hoà x(t) trong miền thời gian với biên độ X_m , tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T}[rad/s]$, và pha đầu là $\varphi_0[rad]$ (hình 1.23), đều có thể biểu diễn dưới dạng phức trong miền tần số:

$$\vec{X} = X_m.\exp(j\omega t + \varphi_0) = \vec{X}_m.\exp(j\omega t) \qquad (1.21)$$

trong đó biên độ phức của x(t) được định nghĩa:

$$\vec{X}_m = X_m.\exp(j\varphi_0) \qquad (1.22)$$

Thí dụ, một nguồn sức điện động điều hoà có biểu diễn phức $\vec{E} = E_m\exp[j(\omega t + \varphi_u)]$, thì biểu thức thời gian của nó sẽ là:

$$e(t) = E_m\sin(\omega t + \varphi_u) \quad \Leftrightarrow \quad Im[\vec{E}]$$

hoặc

$$e(t) = E_m\cos(\omega t + \varphi_u) \quad \Leftrightarrow \quad Re[\vec{E}]$$

Việc phân tích nguồn tác động thành các thành phần điều hoà và biểu diễn chúng dưới dạng phức làm cho sự tính toán các thông số trong mạch điện trở nên thuận lợi dựa trên các phép toán về số phức. Đặc biệt khi các nguồn tác động là điều hòa có cùng tần số, thì thành phần exp(jωt) trở nên

không còn cần thiết phải viết trong các biểu thức tính toán nữa, lúc này biên độ phức hoàn toàn đặc trưng cho các thành phần dòng và áp trong mạch.

1.3.2 Trở kháng và dẫn nạp

Bây giờ hãy nói đến định luật ôm tổng quát viết dưới dạng phức:

$$\vec{U} = Z.\vec{I} \tag{1.23}$$

hay $$\vec{I} = \frac{1}{Z}\vec{U} = Y.\vec{U} \tag{1.24}$$

trong đó Z chính là một toán tử có nhiệm vụ biến đổi dòng điện phức thành điện áp phức và gọi là *trở kháng* của mạch, đơn vị đo bằng ôm (Ω), còn $Y = \frac{1}{Z}$ là một toán tử có nhiệm vụ biến đổi điện áp phức thành dòng điện phức và gọi là *dẫn nạp* của mạch, đơn vị đo bằng Siemen (S). Chúng được biểu diễn dưới dạng phức:

$$Z = R + jX = |Z|\exp(j\arg Z) = |Z|\exp(j\varphi_Z) \tag{1.25}$$

$$Y = G + jB = |Y|\exp(j\arg Y) = |Y|\exp(j\varphi_Y) \tag{1.26}$$

trong đó R là điện trở, X là điện kháng, G là điện dẫn và B là điện nạp.

Mặt khác:

$$Z = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{U_m \exp[j(\omega t + \varphi_u)]}{I_m \exp[j(\omega t + \varphi_i)]} = \frac{U_m}{I_m}\exp[j(\varphi_u - \varphi_i)] \tag{1.27}$$

$$Y = \frac{\vec{I}}{\vec{U}} = \frac{I_m \exp[j(\omega t + \varphi_i)]}{U_m \exp[j(\omega t + \varphi_u)]} = \frac{I_m}{U_m}\exp[j(\varphi_i - \varphi_u)] \tag{1.28}$$

Như vậy, từ các biểu thức trên ta có thể rút ra:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U_m}{I_m}; \quad \varphi_Z = \arg Z = \operatorname{arctg}\frac{X}{R} = \varphi_u - \varphi_i \tag{1.29}$$

và: $$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{I_m}{U_m}; \quad \varphi_Y = \arg Y = \operatorname{arctg}\frac{B}{G} = \varphi_i - \varphi_u = -\varphi_Z \tag{1.30}$$

Sau đây ta xét trở kháng và dẫn nạp của các phần tử lý tưởng tương ứng với các tham số thụ động:

-Đối với phần tử thuần trở:

$$\vec{U}_r = Z_r.\vec{I} = r.\vec{I}$$

vậy $$Z_r = r \quad \text{và} \quad Y_r = 1/r \tag{1.31}$$

-Đối với phần tử thuần dung:

$$\vec{U}_C = \frac{1}{C}\int \vec{I}dt = \frac{1}{C}\int I_m \exp[j(\omega t+\varphi)]dt = \frac{1}{j\omega C} I_m \exp[j(\omega t+\varphi)] = \frac{1}{j\omega C}\vec{I} = Z_C \vec{I}$$

vậy
$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = -j\left|X_C\right| \qquad (1.32)$$

$$Y_C = j\omega C = jB_C \qquad (1.33)$$

trong đó
$$\left|X_C\right| = \frac{1}{\omega C} \quad ; \quad B_C = \omega C \qquad (1.34)$$

-Đối với phần tử thuần cảm:

$$\vec{U}_L = L\frac{d\vec{i}}{dt} = L\frac{d\left\{I_m \exp[j(\omega t+\varphi)]\right\}}{dt} = j\omega L I_m \exp[j(\omega t+\varphi)] = j\omega L\vec{I} = Z_L \vec{I}$$

vậy
$$Z_L = j\omega L = jX_L \qquad (1.35)$$

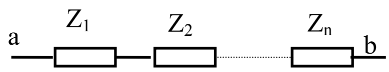
$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -j\left|B_L\right| \qquad (1.36)$$

trong đó
$$X_L = \omega L \quad ; \quad \left|B_L\right| = \frac{1}{\omega L} \qquad (1.37)$$

Như vậy nhờ có cách biểu diễn phức, ta đã thay thế các phép lấy đạo hàm bằng toán tử nhân p, còn phép lấy tích phân được thay thế bằng toán tử nhân 1/p (trong trường hợp cụ thể này thì p=jω). Tổng quát hơn, với p là một biến nằm trên mặt phẳng phức, sẽ được đề cập chi tiết trong các chương sau.

-Trở kháng tương đương của nhiều phần tử:

+Trường hợp mắc nối tiếp (hình 1.24):

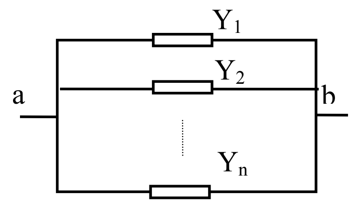


Hình 1.24

$$U_{ab} = I.Z_{ab} = I\sum_k Z_k$$

vậy
$$Z_{ab} = \sum_k Z_k \qquad (1.38)$$

+Trường hợp mắc song song (hình 1.25):



Hình 1.25

$$I_{ab} = U.Y_{ab} = \sum_k U_k Y_k = U\sum_k Y_k$$

vậy
$$Y_{ab} = \sum_k Y_k \qquad (1.39)$$

Trở kháng và dẫn nạp của các phần tử mắc nối tiếp và song song cho trong bảng 1.2.

Cách mắc	Trở kháng	Dẫn nạp

nối tiếp	$Z_{td} = \sum_k Z_k$	$\frac{1}{Y_{td}} = \sum_k \frac{1}{Y_k}$
song song	$\frac{1}{Z_{td}} = \sum_k \frac{1}{Z_k}$	$Y_{td} = \sum_k Y_k$

Bảng 1.2: Trở kháng và dẫn nạp của các phần tử mắc nối tiếp và song song .

1.3.3 Đặc trưng của mạch điện trong miền tần số

Khi phức hóa mạch điện sang miền tần số, tất cả các thông số của mạch đều được phức hóa. Mạch được đặc trưng bởi dòng điện phức, điện áp phức và các thành phần trở kháng hay dẫn nạp tương ứng với các thông số thụ động của mạch.

Ý nghĩa của việc phức hóa mạch điện liên tục trong miền thời gian (còn gọi là mạch điện truyền thống) chính là chuyển các hệ phương trình vi tích phân thành hệ phương trình đại số (trong miền tần số).

1.4 CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC CỦA MẠCH

Một khi mạch tương đương của một hệ thống đã được xây dựng, việc phân tích nó được tiến hành dựa trên một số các định luật cơ bản và các định luật này lại được xây dựng theo *các yếu tố hình học* của sơ đồ mạch. Đây là những khái niệm mang tính chất hình học, tạo cơ sở cho việc phân tích mạch được thuận tiện, chúng bao gồm:

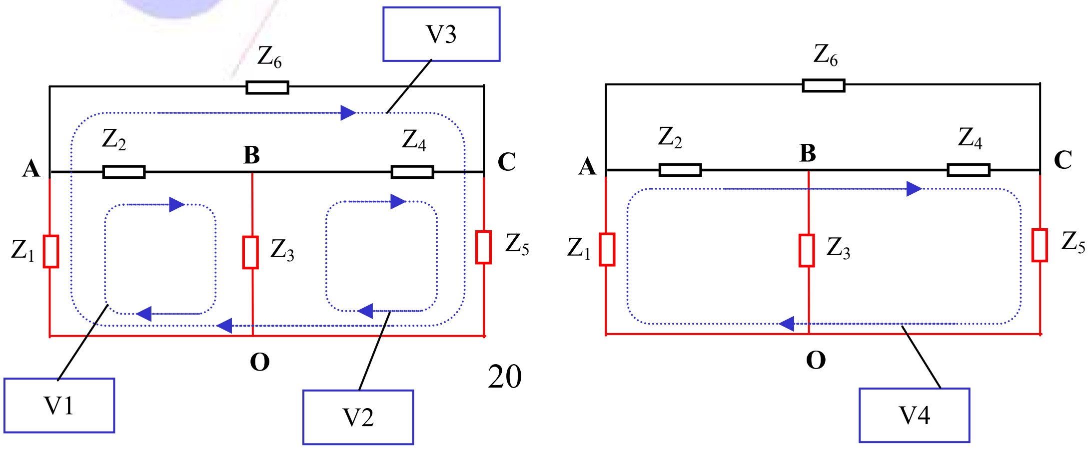
+ ***Nhánh***: là phần mạch gồm các phần tử mắc nối tiếp trong đó có cùng một dòng điện chảy từ một đầu tới đầu còn lại của nhánh.

+ ***Nút***: là giao điểm của các nhánh mạch.

+ ***Cây***: là phần mạch bao gồm một số nhánh đi qua toàn bộ các nút, nhưng không tạo thành vòng kín. Xét một cây cụ thể, nhánh thuộc cây đang xét gọi là ***nhánh cây*** và nhánh không thuộc cây gọi là ***nhánh bù cây***.

+ ***Vòng***: bao gồm các nhánh và các nút tạo thành một vòng khép kín. ***Vòng cơ bản*** (ứng với một cây) là vòng chỉ chứa một nhánh bù cây. Nếu mạch điện có số nhánh N_{nh}, số nút N_n, ứng với một cây có số nhánh bù cây là N_b và số vòng cơ bản là N_v thì ta có:

$$N_b = N_V = N_{nh} - N_n + 1 \qquad (1.40)$$



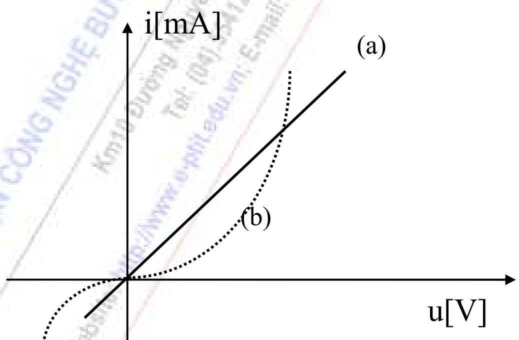
Hình 1.26

Để minh họa, ta xét mạch điện hình 1.26. Mạch điện này có các nút A, B, C, O (tức N_n =4); có các nhánh Z_1, Z_2, Z_3 Z_4, Z_5, Z_6 (tức N_{nh} =6). Các nhánh Z_1, Z_3, Z_5 tạo thành một cây có ba nhánh, gốc tại O, các nhánh còn lại là các nhánh bù cây. Ứng với cây có gốc O, các vòng V1, V2, V3, là các vòng cơ bản; còn vòng V4, chứa 2 nhánh bù cây, nên không phải vòng cơ bản.

1.5 TÍNH CHẤT TUYẾN TÍNH, BẤT BIẾN VÀ NHÂN QUẢ CỦA MẠCH ĐIỆN

Tính tuyến tính

Một phần tử được gọi là tuyến tính khi các thông số của nó không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện chạy qua nó, nếu không thoả mãn điều này thì phần tử đó thuộc loại không tuyến tính.



Hình 1.27

Mạch điện được gọi là tuyến tính khi các thông số hợp thành của nó không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện chạy trong mạch. Như vậy, trước hết mạch tuyến tính phải gồm các phần tử tuyến tính, chỉ cần trong mạch có một phần tử không tuyến tính thì mạch đó cũng không phải là mạch tuyến tính. Để hiểu rõ khía cạnh này, ta xét ngay đối với các phần tử thụ động:

+Điện trở là phần tử tuyến tính nếu đặc tuyến Vôn-Ampe của nó là một đường thẳng như trường hợp (a) trên hình 1.27, quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên nó có dạng:

$$U = R.I \quad \text{hay} \quad \frac{U}{I} = R \quad \text{(với R là một hằng số)}$$

và nó sẽ là không tuyến tính (phi tuyến) nếu đặc tuyến Vôn-Ampe của nó không phải là một đường thẳng mà là một đường cong như trường hợp (b) trên hình 1.27, quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên nó có dạng một hàm:

$$U = f(I) \quad \text{hay} \quad R = f(U,I)$$

+Tương tự như vậy, một tụ điện được gọi là tuyến tính nếu có quan hệ:

$$q = C.U \quad \text{hay} \quad \frac{q}{U} = C \quad \text{(với C là một hằng số)}$$

và nó sẽ là phần tử phi tuyến nếu có quan hệ hàm số:

$$q = f(U) \quad \text{hay} \quad C = f(U,I)$$

+Cũng như thế, một cuộn cảm được gọi là tuyến tính nếu có quan hệ:

$$\phi = L.I \quad \text{hay} \quad \frac{\phi}{I} = L \quad \text{(với L là một hằng số)}$$

và nó sẽ là phần tử phi tuyến nếu có quan hệ hàm số:

$$\phi = f(I) \qquad \text{hay } L=f(U,I)$$

** Các tính chất của các phần tử và mạch tuyến tính bao gồm:*

+Có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng.

+Đặc tuyến đặc trưng cho phần tử là một đường thẳng.

+Phương trình của mạch là phương trình vi phân tuyến tính.

+Dưới tác động với tần số bất kỳ, trong mạch không phát sinh ra các hài mới.

** Đối với mạch không tuyến tính, thì các tính chất nói trên không còn đúng nữa:*

-Không áp dụng được nguyên lý xếp chồng.

-Đặc tuyến đặc trưng cho phần tử không là đường thẳng.

-Phương trình của mạch là phương trình vi phân không tuyến tính.

-Dưới tác động với tần số bất kỳ, trong mạch có thể phát sinh ra các hài mới.

Tính bất biến

Một mạch được gọi là bất biến nếu các thông số của mạch không phụ thuộc thời gian, khi một trong các thông số của nó chịu ảnh hưởng của thời gian thì mạch đó là mạch không bất biến (mạch thông số). Với mạch bất biến, giả thiết mạch không có năng lượng ban đầu, nếu y(t) là đáp ứng của mạch tương ứng với tác động x(t), thì $y(t-t_1)$ sẽ là đáp ứng của mạch tương ứng với tác động $x(t-t_1)$.

Tính nhân quả

Mạch điện (với giả thiết không có năng lượng ban đầu) được gọi là có tính nhân quả nếu đáp ứng ra của mạch không thể có trước khi có tác động ở đầu vào.

Cũng cần phải nhắc rằng tính chất tuyến tính và bất biến của mạch điện chỉ đúng trong điều kiện làm việc nhất định, khi điều kiện làm việc bị thay đổi thì các tính chất đó có thể không còn đúng nữa. Việc phân chia tính tuyến tính /không tuyến tính và bất biến /không bất biến chỉ mang tính chất tương đối.

1.6 KHÁI NIỆM VỀ TÍNH TƯƠNG HỖ CỦA MẠCH ĐIỆN

Phần tử tương hỗ là phần tử có tính chất dẫn điện hai chiều, thoả mãn điều kiện: $Z_{ab} = Z_{ba}$. *Mạch điện tương hỗ* là mạch điện bao gồm các phần tử tương hỗ. Nói một cách tổng quát nó thoả mãn điều kiện:

$$Z_{lk} = Z_{kl} \quad \text{hay} \quad Y_{MN} = Y_{NM} \qquad (1.41)$$

trong đó: Z_{lk}: trở kháng chung giữa vòng l và vòng k,

Z_{kl}: trở kháng chung giữa vòng k và vòng l,

Y_{MN}: dẫn nạp chung giữa nút M và nút N,

Y_{NM}: dẫn nạp chung giữa nút N và nút M.

Như vậy trong mạch tương hỗ, dòng điện trong vòng l (sinh ra bởi các nguồn đặt trong vòng k) bằng dòng điện trong vòng k (sinh ra bởi chính nguồn đó chuyển sang vòng l). Hay nói một cách khác, dòng điện trong nhánh i (sinh ra bởi nguồn E đặt trong nhánh j) bằng dòng điện trong nhánh j (sinh ra bởi chính nguồn đó chuyển sang nhánh i).

Các phần tử và mạch tuyến tính có tính chất tương hỗ (như các phần tử thụ động dẫn điện hai chiều R, L, C ...) đã làm cho việc phân tích mạch trong các phần đã đề cập trở nên thuận lợi. Đối với các phần tử và mạch không tương hỗ (như đèn điện tử, tranzito, điốt...) thì việc phân tích khá phức tạp, khi đó cần phải có thêm các thông số mới.

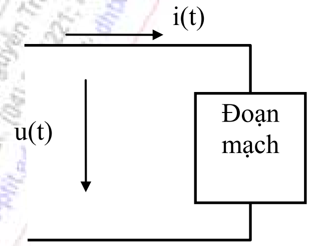
1.7 CÔNG SUẤT TRONG MẠCH ĐIỆN ĐIỀU HÒA

1.7.1 Các loại công suất

Xét một đoạn mạch như hình 1.28. Ở chế độ xác lập điều hòa, dòng điện và điện áp trên mạch được biểu diễn dưới dạng:

$$u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi_i)$$



Hình 1.28

-công suất tức thời trên đoạn mạch tại thời điểm t là:

$$p(t) = u(t).i(t) \qquad (1.42)$$

Trong khoảng thời gian T = $t_2 - t_1$, năng lượng mà đoạn mạch nhận được là:

$$W_T = \int_{t1}^{t2} p(t)dt$$

-Công suất trung bình, còn gọi là ***công suất tác dụng*** trên mạch này là:

$$P = \frac{1}{T}\int_{t1}^{t2} p(t)dt = \frac{1}{2}U_m I_m.\cos(\varphi_u - \varphi_i) = UI.\cos\varphi \qquad (1.43)$$

trong đó U,I là các giá trị hiệu dụng của điện áp và dòng điện, còn φ là góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện trong đoạn mạch. Công suất tác dụng có ý nghĩa thực tiễn hơn so với công suất tức thì. Trong mạch thụ động, sự lệch pha của áp và dòng luôn nằm trong giới hạn $\pm\frac{\pi}{2}$ nên P luôn luôn dương. Thực chất P chính là tổng công suất trên các thành phần điện trở của đoạn mạch. Đơn vị công suất tác dụng tính bằng W.

-Công suất phản kháng trên đoạn mạch này được tính theo công thức:

$$Q_r = \frac{1}{2}U_m I_m.\sin(\varphi_u - \varphi_i) = UI.\sin\varphi \qquad (1.44)$$

Trong mạch thụ động, công suất phản kháng có thể có giá trị dương hoặc âm. Nếu mạch có tính cảm kháng, tức điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện, thì q sẽ có giá trị dương. Nếu mạch có tính dung kháng, tức điện áp chậm pha hơn so với dòng điện, thì Q_r sẽ có giá trị âm.Thực chất Q_r chính là công suất luân chuyển từ nguồn tới tích lũy trong các thành phần điện kháng của mạch và sau đó lại được phóng trả về nguồn mà không bị tiêu tán. Nó có giá trị bằng hiệu đại số giữa công suất trên các thành phần điện cảm và công suất trên các thành phần điện dung. Khi Q_r bằng

không, có nghĩa là công suất trên các thành phần điện cảm cân bằng với công suất trên các thành phần điện dung, hay lúc đó mạch là thuần trở. Đơn vị công suất phản kháng tính bằng VAR.

-Công suất biểu kiến, còn gọi là ***công suất toàn phần*** trên đoạn mạch này được tính theo công thức:

$$S = \sqrt{P^2 + Q_r^2} = \frac{1}{2} U_m I_m = UI \tag{1.45}$$

Đơn vị công suất toàn phần tính bằng VA. Công suất toàn phần mang tính chất hình thức về công suất trong mạch khi các đại lượng dòng và áp được đo riêng rẽ mà không chú ý tới sự lệch pha giữa chúng. Tổng quát công suất trong mạch còn được biểu diễn dưới dạng phức:

$$\vec{S} = P + jQ_r \tag{1.46}$$

-Hệ số công suất là tỉ số giữa P và S:

$$\frac{P}{S} = \cos\varphi \tag{1.47}$$

Về mặt lý thuyết, mặc dù Q_r không phải là công suất tiêu tán, nhưng trong thực tế dòng điện luân chuyển năng lượng giữa các thành phần điện kháng và nguồn lại gây ra sự tiêu hao công suất nguồn do nội trở trên các đường dây dài tải điện. Vì vậy trong kỹ thuật điện, để nâng cao hiệu suất truyền tải điện năng (giảm dòng điện trên đường dây) người ta thường phải sử dụng biện pháp đặc biệt để nâng cao hệ số công suất.

1.7.2 Điều kiện để công suất trên tải đạt cực đại

Xét một nguồn điều hòa có sức điện động E (giá trị hiệu dụng). Giả thiết rằng nội trở trong của nguồn là $Z_{ng} = R_{ng} + jX_{ng}$. Trong trường hợp không chú trọng đến hiệu suất của nguồn, nếu trở kháng tải nối với nguồn thỏa mãn điều kiện:

$$Z_t = Z_{ng}^* = R_{ng} - jX_t \tag{1.48}$$

khi đó công suất trên tải sẽ đạt cực đại và có giá trị bằng:

$$P_0 = \frac{E^2}{4R_{ng}} \tag{1.49}$$

1.8 KỸ THUẬT TÍNH TOÁN TRONG LÝ THUYẾT MẠCH

1.8.1 Kỹ thuật chuẩn hóa qua các giá trị tương đối

Ta biết rằng giá trị của các phần tử và các thông số trong mạch điện thường nằm trong một khoảng rất rộng và liên quan tới các giá trị mũ của 10, điều này gây khó khăn nhiều làm ảnh hưởng đến tốc độ tính toán. Để khắc phục nhược điểm này trong lý thuyết mạch thường sử dụng một số kỹ thuật tính toán, đặc biệt là sử dụng các giá trị đã được chuẩn hoá.

***Nguyên tắc*:** Bằng việc chọn các giá trị chuẩn thích hợp, người ta thay việc phải tính toán trên các giá trị thực tế bằng việc tính toán qua các giá trị tương đối, điều đó cho phép giảm độ phức tạp trong biểu thức tính toán. Sau khi đã tính toán xong, người ta lại trả kết quả về giá trị thực của nó.

<Giá trị tương đối> = <Giá trị thực tế> / <Giá trị chuẩn>.

Sau đây ta xét trường hợp mạch điện tuyến tính chứa các thông số R,L,C, và ω. Như vậy cần phải lựa chọn bốn giá trị chuẩn. Bốn giá trị chuẩn đó có mối liên hệ:

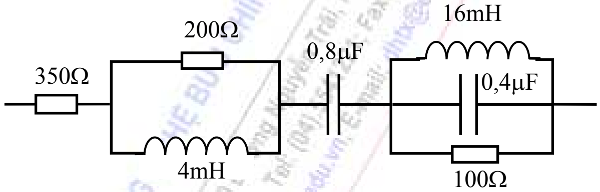
$$\begin{cases} R_{ch} = \omega_{ch}.L_{ch} \\ R_{ch} = \dfrac{1}{\omega_{ch}.C_{ch}} \end{cases} \tag{1.50}$$

Như vậy trong bốn giá trị chuẩn, có hai giá trị được chọn tự do và hai giá trị chuẩn còn lại được suy ra từ hệ thức trên.

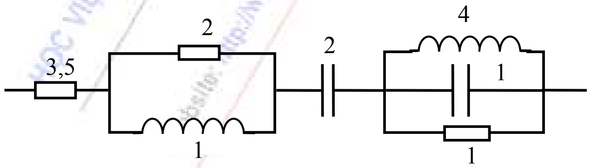
Thí dụ: để chuẩn hóa các thông số của mạch điện hình 1.29, ta có thể chọn hai giá trị chuẩn một cách tuỳ ý, chẳng hạn ta chọn: $R_{ch} = 100\Omega$; $L_{ch} = 4mH$, và ta có hai giá trị chuẩn còn lại:

$$\omega_{ch} = \frac{R_{ch}}{L_{ch}} = \frac{100}{4.10^{-3}} = 25 \text{ Krad / s}$$

$$C_{ch} = \frac{1}{\omega_{ch}.R_{ch}} = \frac{1}{25.10^{3}.100} = 0.4 \text{ } \mu F$$



Hình 1.29



Hình 1.30

Từ hệ đơn vị chuẩn vừa tính được, ta có thể biểu diễn giá trị các phần tử của mạch điện theo các giá trị đã được chuẩn hoá, tức là theo các giá trị tương đối như hình 1.30. Rõ ràng việc tính toán trên các giá trị tương đối được đơn giản đi khá nhiều.

1.8.2 Các đại lượng lôgarit

Trong lý thuyết mạch ta luôn gặp những đại lượng có giá trị nằm trong một khoảng rất rộng, hơn nữa các khâu khuếch đại thường được nối ghép theo kiểu dây chuyền. Việc dùng các đơn vị lôgarit sẽ giúp cho sự tính toán và biểu diễn các đặc tuyến được thuận lợi. Sau đây là một số đại lượng logarit thường dùng:

-Đối với tỉ số công suất:

$$a = 10.\log\frac{P_1}{P_0}, \quad dB \tag{1.51}$$

hoặc

$$a = \frac{1}{2}.\ln\frac{P_1}{P_0}, \quad Np \tag{1.52}$$

-Đối với tỉ số điện áp*:* xuất phát từ hai công thức trên, người ta định nghĩa:

$$a = 20.\log\frac{U_1}{U_0}, \quad dB \tag{1.53}$$

hoặc

$$a = \ln\frac{U_1}{U_0}, \quad Np \tag{1.54}$$

Quan hệ giữa dB và Np:

$$1Np = 8{,}7dB \qquad \text{hay} \qquad 1dB = 0{,}115Np \tag{1.55}$$

-Đối với tỉ số của tần số:

$$\nu = \log_2 \frac{\omega}{\omega_0} \quad [oct] \tag{1.56}$$

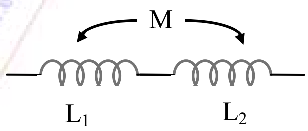
hoặc
$$\nu = \lg \frac{\omega}{\omega_0} \quad [D] \tag{1.57}$$

Quan hệ giữa [oct] và [D]:

$$1oct = 0{,}3D \qquad \text{hay} \qquad 1D = 3{,}33oct \tag{1.58}$$

CÁC THÍ DỤ MINH HỌA

Thí dụ 1.1: Tính điện cảm tương đương của của hai phần tử điện cảm L_1 và L_2 trong hai trường hợp mắc nối tiếp và mắc song song (giả sử giữa chúng có hỗ cảm M).



Hình 1.31

Giải:

a. Trong trường hợp mắc nối tiếp (hình 1.31):

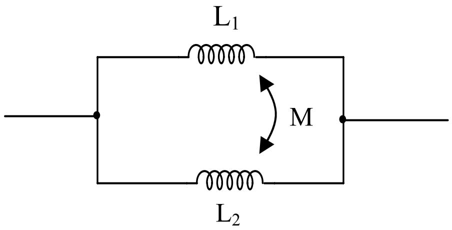
Ta có: $u_1 = L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$; và $u_2 = L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$

Mặt khác: $u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2 \pm 2M)\frac{di}{dt} = L_{td}\frac{di}{dt}$

Vậy
$$L_{td} = L_1 + L_2 \pm 2M \tag{1.59}$$

Dấu '-' lấy khi đầu nối chung giữa hai phần tử là cùng cực tính, ngược lại thì lấy dấu '+'.

b. Trong trường hợp mắc song song (hình 1.32):



Hình 1.32

Ta xét trong cách biểu diễn phức:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$$\vec{U} = Z_1.\vec{I}_1 \pm Z_M\vec{I}_2 = \pm Z_M\vec{I}_1 + Z_2\vec{I}_2$$

Từ các phương trình trên rút ra:

$$Z_{td} = j\omega L_{td} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = \frac{Z_1.Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 \pm 2Z_M} \tag{1.60}$$

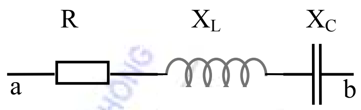
Vậy
$$L_{td} = \frac{Z_{td}}{j\omega} \tag{1.61}$$

trong đó: $Z_1 = j\omega L_1$, $Z_2 = j\omega L_2$ là trở kháng của hai phần tử trong cách biểu diễn phức. $Z_M = j\omega M$ là trở kháng hỗ cảm giữa hai phần tử. $Z_{td} = j\omega L_{td}$ là trở kháng tương đương của hai phần tử.

Dấu '-' được lấy khi dòng điện cùng chảy vào hoặc cùng chảy ra khỏi các đầu có ký hiệu '*', nếu ngược lại thì biểu thức lấy dấu '+'.

Thí dụ 1.2: Tính trở kháng của đoạn mạch hình 1.33, biết R=100Ω, X_L=20Ω, X_C=5Ω (lấy theo giá trị môđun)

Giải:



hình 1.33

$$Z_{ab} = Z_R + Z_L + Z_C = R + jX_L - jX_C$$

thay số ta có:

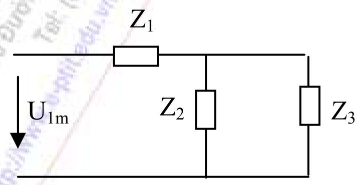
$$Z_{ab} = 100 + j20 - j5 = (100 + j15)\ \Omega$$

Thí dụ 1.3 : Cho mạch điện hình 1.34, trong đó: Z_1 = 1-5j Ω; Z_2 = 3+3j Ω; Z_3= 6+6j Ω. Điện áp vào có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 9\sqrt{2}.e^{-j30^o}$ V.

a. Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.

b. Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.

Giải:



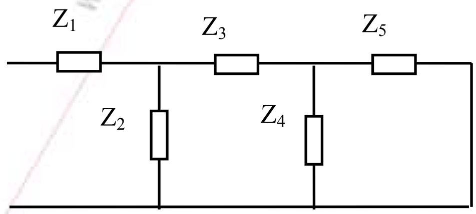
Hình 1.34

a.Ta có: $Z_{td} = Z_1 + \dfrac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 3 - 3j$

$$\vec{I}_{1m} = \frac{\vec{U}_{1m}}{Z_{td}} = 3.e^{j15^0}$$

$$\vec{I}_{2m} = \frac{\vec{I}_{1m}}{Z_2 + Z_3} Z_3 = 2.e^{j15^0}$$

$$\vec{I}_{3m} = \frac{\vec{I}_{1m}}{Z_2 + Z_3} Z_2 = 1.e^{j15^0}$$



Hình 1.35

-Vậy: $u_1(t) = 9\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$

$i_1(t) = 3\sin(\omega t + 15^o)$ $\quad$ $i_2(t) = 2\sin(\omega t + 15^o)$ $\quad$ $i_3(t) = \sin(\omega t + 15^o)$

b. Công suất tác dụng:

P = U.I cosφ = 13,5W.

Thí dụ 1.4: Cho mạch điện như hình 1.35, với các số liệu viết dưới dạng phức: Z_1=(2.4 + 5j) Ω; Z_2=(5-j) Ω; Z_3=j Ω; Z_5=(2 - j4) Ω; Z_4=(2 + j4) Ω.

a. Vẽ sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số r, X_L, X_C

b. Đặt lên mạch điện áp điều hòa có giá trị hiệu dụng là 5V, viết biểu thức thời gian của dòng điện chạy trong mạch.

Giải:

a. Sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số r, X_l, X_c có dạng như hình 1.36, lấy đơn vị là Ω.

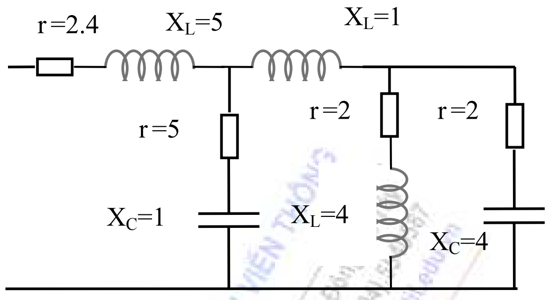
b. Ta có:

$$Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{20}{4} = 5\ \Omega$$

$$Z_{345} = Z_3 + Z_{45} = (5 + j)\ \Omega$$

$$Z_{2345} = \frac{Z_2 Z_{345}}{Z_2 + Z_{345}} = \frac{26}{10} = 2.6\ \Omega$$

$Z_V = Z_1 + Z_{2345} = (5 + 5j)\ \Omega$.



Hình 1.36

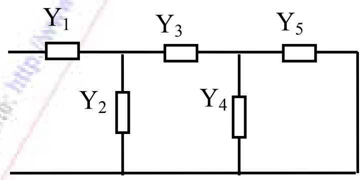
$$\vec{I}_m = \frac{\vec{U}_m}{Z_V} = \frac{5\sqrt{2}}{5(1+j)} = \exp[j(\omega t - \frac{\pi}{4})]$$

Vậy biểu thức thời gian của điện áp và dòng điện trong mạch là:

$$u(t) = 5\sqrt{2}.\cos\omega t$$

$$i(t) = \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

Thí dụ 1.5: Cho mạch điện như hình 1.37, với các số liệu dưới dạng phức (đơn vị là Siemen):



Hình 1.37

$Y_1 = 5 + 5j$ $\quad$ $Y_4 = 0.5 + 4j$

$Y_2 = 4 + 5j$ $\quad$ $Y_5 = 0.5 - 3j$

$Y_3 = 1 - j$

a. Vẽ sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số g, B_L, B_C

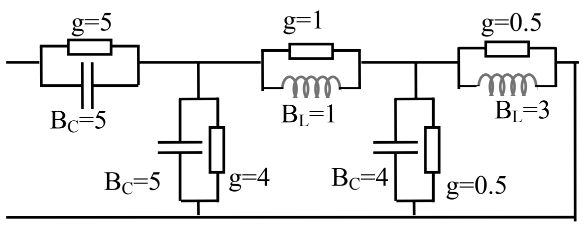
b. Cho dòng điện điều hòa chạy qua mạch có giá trị hiệu dụng là 5A, hãy viết biểu thức thời gian của điện áp đặt trên hai đầu mạch điện.

Giải:

a. Sơ đồ tương đương chi tiết của mạch theo các tham số g, B_L, B_C có dạng như hình 1.38, (đơn vị là Siemen).

b. Ta có: $Y_{45} = Y_4 + Y_5 = 1 + j$

$$Y_{345} = \frac{Y_3 . Y_{45}}{Y_3 + Y_{45}} = 1$$



Hình 1.38

$$Y_{2345} = Y_2 + Y_{345} = 5 + 5j$$

$$Y_V = \frac{Y_1 . Y_{2345}}{Y_1 + Y_{2345}} = 2.5 + 2.5j$$

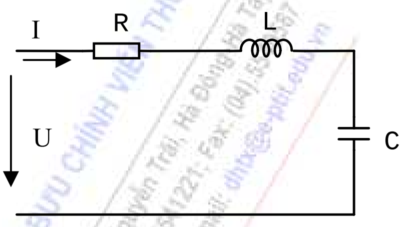
$$\vec{U}_m = \frac{\vec{I}_m}{Y_V} = \frac{5\sqrt{2}}{2.5(1+j)} = 2\exp[j(\omega t - \frac{\pi}{4})]$$

Vậy biểu thức thời gian của điện áp và dòng điện trong mạch là:

$$i(t) = 5\sqrt{2}\cos\omega t$$

$$u(t) = 2\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

Thí dụ 1.6: Hãy xét các đặc tính về điện (theo tần số) ở chế độ xác lập của mạch RLC nối tiếp như hình 1.39.



Hình 1.39

Giải: Trở kháng của mạch:

$$Z = \frac{\vec{U}}{\vec{I}} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

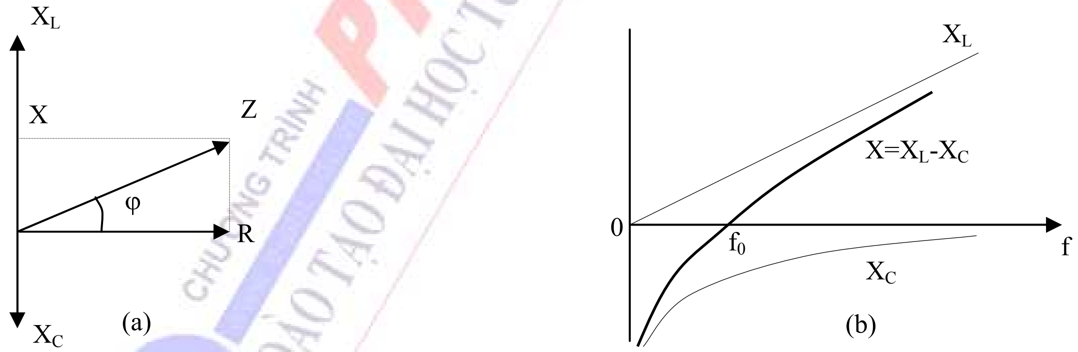
$X_L = \omega L$ nằm ở nửa dương của trục ảo;

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ nằm nửa âm của trục ảo.

$X = X_L - X_C$ là thành phần điện kháng của mạch.

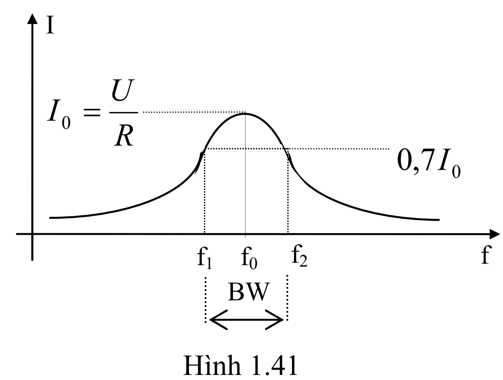
$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}\ ; \qquad \varphi = \arg[Z] = arctg\frac{X}{R}$$

Mối tương quan của các thành phần trở kháng của mạch được biểu diễn trên mặt phẳng phức như hình 1.40a. Còn hình 1.40b mô tả đặc tính các thành phần điện kháng của mạch theo tần số. Khi tần số nhỏ hơn f_0, X_C lớn hơn X_L, khi đó X có giá trị âm, mạch có tính điện dung, điện áp chậm pha hơn so với dòng điện. Khi tần số lớn hơn f_0, X_C nhỏ hơn X_L, khi đó X có giá trị dương, mạch có tính điện cảm, điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện.



Hình 1.40

Tại tần số cộng hưởng của mạch $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, X_L cân bằng với X_C, thành phần điện kháng X của mạch bị triệt tiêu, trở kháng của mạch là bé nhất và thuần trở, dòng điện trên mạch đạt cực đại và đồng pha với điện áp. Khi tần số lệch khỏi giá trị cộng hưởng, phần điện kháng X của mạch sẽ tăng, tức là trở kháng của



Hình 1.41

mạch tăng, nghĩa là dòng trong mạch sẽ giảm. Sự phụ thuộc của biên độ dòng điện vào tần số dẫn đến tính chọn lọc tần số của mạch. Hình 1.41 mô tả tính chọn lọc tần số của mạch (với nguồn tác động là nguồn áp lý tưởng).

-*Dải thông* của mạch:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \tag{1.62}$$

trong đó f_1, f_2 là các tần số biên của dải thông, còn gọi là *tần số cắt*, được xác định tại vị trí mà biên độ đặc tuyến bị giảm đi 3dB (tức bằng $0{,}7I_0$); còn Q là đại lượng đặc trưng cho tính chọn lọc tần số của mạch và gọi là *phẩm chất* của mạch (tại tần số cộng hưởng). Khi Q tăng thì dải thông của mạch càng hẹp, độ chọn lọc càng cao.

$$Q = \frac{1}{R}.\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{1.63}$$

-Tại tần số cộng hưởng, điện áp trên L và C ngược pha nhau và đều gấp Q lần điện áp tác động:

$\vec{U}_r = \vec{U}$ (điện áp trên R bằng điện áp tác động cả về biên độ và pha).

$\vec{U}_c = -jQ\vec{U}$ điện áp trên C chậm pha π/2 so với U.

$\vec{U}_L = jQ\vec{U}$ điện áp trên L nhanh pha π/2 so với U.

Chú ý rằng, thực tế, tại tần số cộng hưởng, điện áp tổng U sẽ đạt cực tiểu, nhưng trong L và C tồn tại các điện áp ngược pha nhau với độ lớn bằng nhau và gấp Q lần điện áp tổng. Vì vậy người ta nói mạch RLC nối tiếp là mạch cộng hưởng điện áp.

Thí dụ 1.7: Hãy xét các đặc tính về điện (theo tần số) ở chế độ xác lập của mạch RLC song song như hình 1.42.

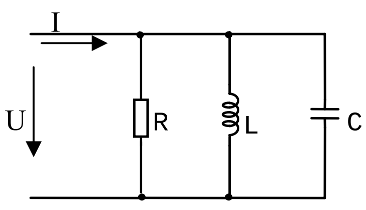
Giải: Dẫn nạp của mạch:

$$Y = \frac{\vec{I}}{\vec{U}} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j(B_C - B_L) = G + jB$$

$B_C = \omega C = \dfrac{1}{X_C}$ nằm ở nửa dương của trục ảo;

$B_L = \dfrac{1}{\omega L} = \dfrac{1}{X_L}$ nằm nửa âm của trục ảo.

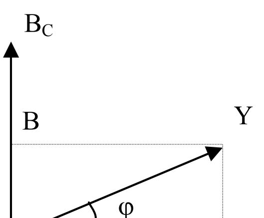
$B = B_C - B_L$ là thành phần điện nạp của mạch.

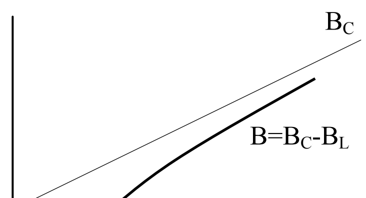


Hình 1.42

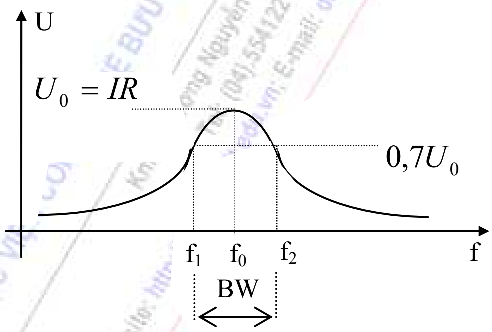
$$|Y| = \frac{1}{|Z|} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{G^2 + B^2}\ ; \qquad \varphi = \arg[Y] = arctg\frac{B}{G}$$

Mối tương quan của các thành phần dẫn nạp của mạch được biểu diễn trên mặt phẳng phức như hình 1.43a.





Còn hình 1.43b mô tả đặc tính các thành phần điện nạp của mạch theo tần số. Khi tần số nhỏ hơn f_0, B_L lớn hơn B_C, khi đó B có giá trị âm, mạch có tính điện cảm, điện áp nhanh pha hơn so với dòng điện. Khi tần số lớn hơn f_0, B_L nhỏ hơn B_C, khi đó B có giá trị dương, mạch có tính điện dung, điện áp chậm pha hơn so với dòng điện. Tại tần số cộng hưởng của mạch $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, B_L cân bằng với B_C, thành phần điện nạp B của mạch bị triệt tiêu, trở kháng của mạch là lớn nhất và thuần trở, điện áp trên mạch đạt cực đại và đồng pha với dòng điện. Khi tần số lệch khỏi giá trị cộng hưởng, phần điện nạp B của mạch sẽ tăng, tức là trở kháng của mạch giảm, nghĩa là điện áp trên mạch sẽ giảm. Hình 1.44 mô tả tính chọn lọc tần số của mạch (với nguồn tác động là nguồn dòng lý tưởng).



Hình 1.44

- *Dải thông* của mạch:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \tag{1.64}$$

- *Phẩm chất* của mạch (tại tần số cộng hưởng):

$$Q = R.\sqrt{\frac{C}{L}} \tag{1.65}$$

Khi Q tăng thì dải thông càng hẹp, độ chọn lọc của mạch càng cao.

-Tại tần số cộng hưởng, dòng điện trên các thành phần của mạch đều đạt cực đại, trong đó dòng trên L và C ngược pha nhau và đều gấp Q lần dòng điện tác động:

$\vec{I}_R = \vec{I}$ (dòng điện trên R bằng dòng tác động cả về biên độ và pha).

$\vec{I}_L = -jQ\vec{I}$ dòng trên L chậm pha π/2 so với I.

$\vec{I}_C = jQ\vec{I}$ dòng trên C nhanh pha π/2 so với I.

Chú ý rằng, thực tế, tại tần số cộng hưởng, dòng điện tổng I qua mạch sẽ đạt cực tiểu, nhưng tồn tại một dòng điện luân chuyển và khép kín trong LC với độ lớn gấp Q lần dòng điện tổng. Vì vậy người ta nói mạch RLC song song là mạch cộng hưởng dòng điện.

Các đặc tính đầy đủ về điện ở chế độ xác lập điều hòa của các mạch dao động đơn có thể tìm thấy trong phần phụ lục.

TỔNG HỢP NỘI DUNG CHƯƠNG I

- Mạch điện là một mô hình chính xác hoặc gần đúng của một hệ thống điện, nhằm thực hiện một toán tử nào đó lên các tác động ở đầu vào, nhằm tạo ra các đáp ứng mong muốn ở đầu ra.
- Mạch điện bao gồm các thông số tác động và thụ động. Mỗi loại thông số đặc trưng cho một tính chất nhất định của các phần tử nói riêng và mạch điện nói chung.
- Điện trở thuộc loại thông số thụ động không quán tính, đặc trưng cho sự tiêu tán năng lượng, trên đó dòng điện và điện áp đồng pha.
- Điện dung thuộc loại thông số quán tính, đặc trưng cho sự phóng và nạp năng lượng điện trường. Trong chế độ AC, trên điện dung dòng điện nhanh pha hơn 90^0 so với điện áp.
- Điện cảm cũng thuộc loại thông số quán tính, đặc trưng cho sự phóng và nạp năng lượng từ trường. Trong chế độ AC, trên điện cảm dòng điện chậm pha 90^0 so với điện áp.
- Nguồn điện ở chế độ phát thuộc loại phần tử tích cực, nhưng bản thân nó cũng có tổn hao đặc trưng bởi nội trở của nguồn.
- Khi phân tích mạch, thường triển khai nguồn thành sơ đồ tương đương nguồn áp hoặc nguồn dòng. Khi R_{ng} rất nhỏ hơn so với $R_{tải}$ thì sự lựa chọn nguồn áp là thích hợp nhất, ngược lại thì lựa chọn nguồn dòng lại có ý nghĩa thực tiễn hơn.
- Sự phức hóa các dao động điều hòa có bản chất khai triển tín hiệu thành chuỗi Fourier hoặc tích phân Fourier. Nó cho phép chuyển mạch điện và tín hiệu từ miền thời gian sang miền tần số.
- Mạch điện truyền thống trong miền thời gian đặc trưng bởi một hệ phương trình vi phân, còn trong miền tần số đặc trưng bởi một hệ phương trình đại số.
- Trở kháng và dẫn nạp của một đoạn mạch hoàn toàn đặc trưng cho tính chất của đoạn mạch đó trong miền tần số tại tần số làm việc xác định. Trở kháng đại diện cho sơ đồ tương đương nối tiếp, còn dẫn nạp đại diện cho sơ đồ tương đương song song của đoạn mạch.
- Việc phân tích nguồn tác động thành các thành phần điều hoà và biểu diễn chúng dưới dạng phức làm cho sự tính toán các thông số trong mạch điện trở nên thuận lợi dựa trên các phép toán về số phức, đặc biệt là khi các nguồn tác động là điều hòa có cùng tần số.
- Từ miền thời gian, bằng cách phức hóa mạch điện, bạn có thể chuyển mạch điện sang miền tần số để tính toán đáp ứng của mạch theo các phép tính đại số đơn giản, sau đó, nếu cần thiết, bạn có thể chuyển đổi ngược kết quả về miền thời gian.
- Công suất tác dụng P của mạch chính là công suất tỏa nhiệt trên các thành phần điện trở của mạch.
- Công suất phản kháng của mạch không phải đặc trưng cho sự tiêu tán năng lượng, nó đặc trưng cho sự chuyển hóa năng lượng giữa các thành phần điện kháng của mạch và nguồn.

- Tại tần số cộng hưởng, mạch cộng hưởng LC nối tiếp cho trở kháng bé nhất và thuần trở, đồng thời làm cho điện áp trên các thành phần điện kháng gấp Q lần điện áp lối vào nhưng ngược pha nhau.
- Tại tần số cộng hưởng, mạch cộng hưởng LC song song cho trở kháng lớn nhất và thuần trở, đồng thời làm cho dòng điện trên các thành phần điện kháng gấp Q lần dòng điện lối vào nhưng ngược pha nhau.
- Hệ số phẩm chất Q của các mạch LC liên quan đến nội trở R gây ra sự tổn hao năng lượng của mạch; nó quy định tính chất chọn lọc tần số của mạch.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG I

1.1 Mô hình toán học của mạch điện trong miền thời gian có thể đặc trưng bởi:

a. Các thành phần trở kháng hoặc dẫn nạp của mạch.

b. Một hệ phương trình vi phân hoặc sai phân.

c. Các thành phần dòng điện và điện áp trong mạch.

1.2 Hiệu quả khi chuyển một mạch điện analog từ miền thời gian sang miền tần số là:

a. biến đổi Fourier.

b. sự phức hóa dòng và áp trong mạch điện.

c. sự thay thế các thông số thụ động của mạch bằng các đại lượng phức.

d. sự thay thế hệ phương trình vi phân bằng một hệ phương trình đại số.

1.3 Trở kháng của phần tử thuần dung là :

a) $Z_C = j\omega C$ b) $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -jX_C$ c) $Z_C = -j\omega C$

1.4 Trở kháng của phần tử thuần cảm là :

a) $Z_L = \dfrac{1}{j\omega L}$ b) $Z_L = \dfrac{j}{\omega L}$ c) $Z_L = j\omega L = jX_L$

1.5 Dẫn nạp của phần tử thuần dung là :

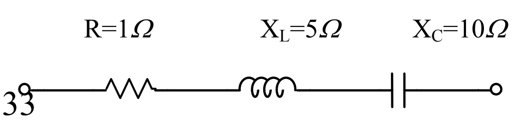
a) $Y_C = j\dfrac{1}{\omega C} = jB_C$ b) $Y_C = j\omega C = jB_C$ c) $Y_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -jB_C$

1.6 Dẫn nạp của phần tử thuần cảm là :

a) $Y_L = j\dfrac{1}{\omega L} = jB_L$; b) $Y_L = \dfrac{1}{j\omega L} = jB_L$; c) $Y_L = j\omega L = jB_L$; d) $Y_L = \dfrac{1}{j\omega L} = -jB_L$

1.7 Xác định trở kháng tương đương của đoạn mạch như hình 1.45.

a. Z=1-j5 Ω



Hình 1.45

b. Z=1+j5 Ω

c. Z=1-j15 Ω

d. Z=1+j15 Ω

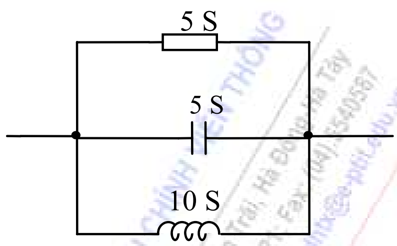
1.8 Xác định trở kháng tương đương của đoạn mạch như hình 1.46?

a. Y=5+j5 (S)

b. Y=5+j15 (S)

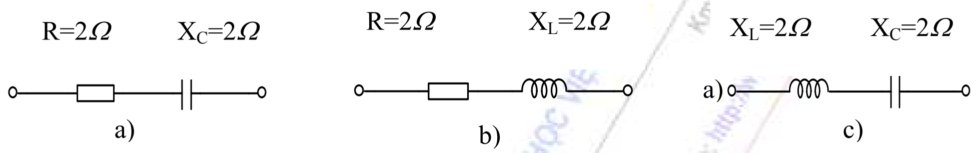
c. Y=5-j15 (S)

d. Y=5-j5 (S)



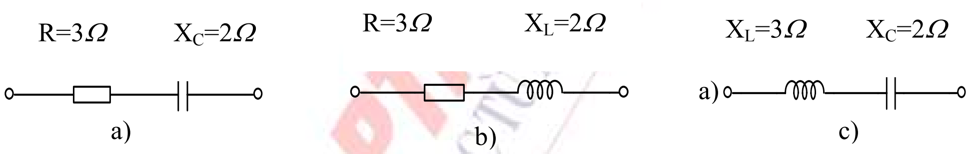
Hình 1.46

1.9 Xác định trong hình 1.47 sơ đồ tương đương của đoạn mạch có trở kháng Z= 2+j2 Ω?



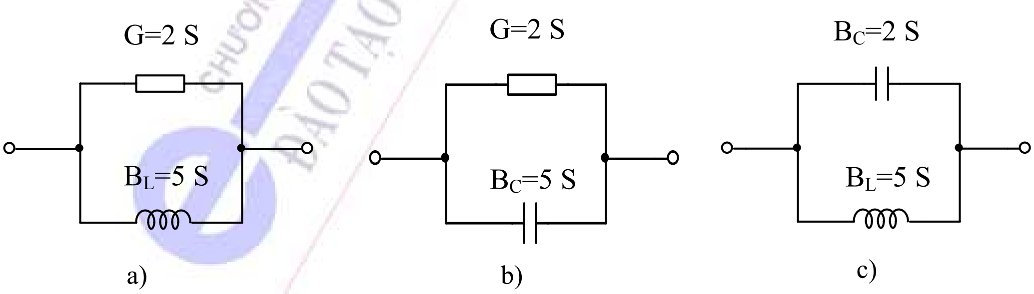
Hình 1.47

1.10 Xác định trong hình 1.48 sơ đồ tương đương của đoạn mạch có trở kháng Z =3-j2 Ω?



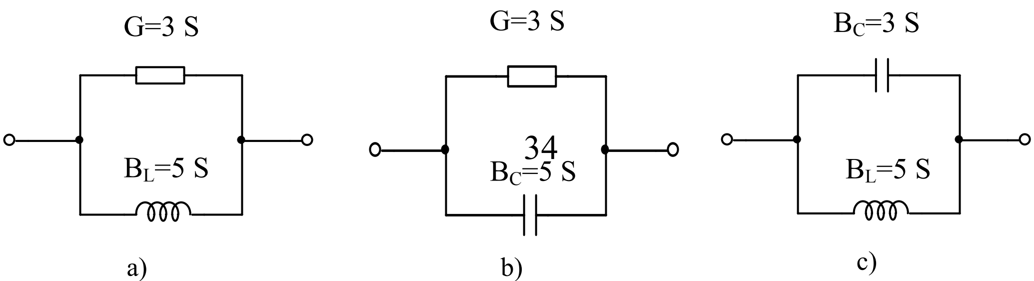
Hình 1.48

1.11 Xác định trong hình 1.49 sơ đồ tương đương của đoạn mạch có dẫn nạp Y=2+j5 (S)?



Hình 1.49

1.12 Xác định trong hình 1.50 sơ đồ tương đương của đoạn mạch có dẫn nạp Y=3-j5 (S)?



1.13 Xét một nguồn có Trở kháng $Z_{ng}=R_{ng}+jX_{ng}$. Điều kiện phối hợp để công suất tác dụng trên tải đạt cực đại là:

a. Trở kháng tải là thuần kháng.

b. Trở kháng tải là thuần trở.

c. Trở kháng tải bằng trở kháng nguồn ($Z_t = Z_{ng}= R_{ng}+jX_{ng}$).

d. Trở kháng tải bằng liên hợp của trở kháng nguồn ($Z_t =R_{ng}-jX_{ng}$).

1.14 Trong mạch cộng hưởng RLC nối tiếp, nếu U_L lớn hơn U_C thì:

a. Mạch có tính cảm kháng.

b. Mạch có tính dung kháng

c. Mạch là thuần trở.

1.15 Tại điểm cộng hưởng của mạch cộng hưởng RLC nối tiếp:

a. Mạch có tính dung kháng, dòng điện nhanh pha so với áp.

b. Mạch có tính cảm kháng, dòng chậm pha so với áp.

c. Mạch có tính thuần trở, dòng với áp là đồng pha.

1.16 Hệ số phẩm chất Q của mạch cộng hưởng RLC nối tiếp có thể tăng bằng cách:

a. Tăng R.

b. Giảm R.

c. Giảm XL.

1.17 Trở kháng của mạch RLC song song tại tần số cộng hưởng là

a. Cực tiểu và thuần trở.

b. Cực đại và thuần trở.

c. Không xác định.

d. Bằng không

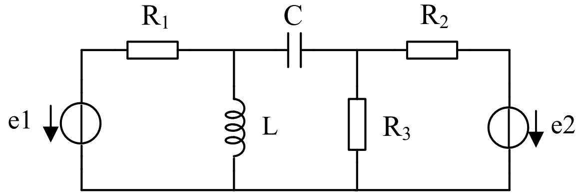
1.18 Mạch điện hình 1.51 có (nhiều nhất) bao nhiêu nút và nhánh ?

a. 4 nút, 5 nhánh

b. 4 nút, 7 nhánh

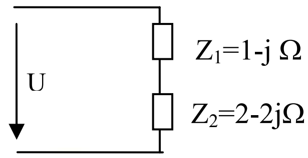
c. 3 nút, 7 nhánh

d. 3 nút, 5 nhánh



Hình 1.51

1.19 đoạn mạch như hình 1.52. Điện áp tác động có biên độ phức $\vec{U}_m = 3.e^{-j30^o}$. Tính dòng điện và điện áp trên các phần tử của mạch.



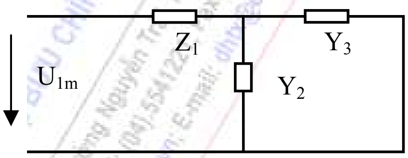
Hình 1.52

1.20 Cho mạch điện AC như hình 1.53 với Z_1=1.5-2j(Ω); Y_2=1+j (s); Y_3= 1-j (s). Điện áp tác động có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 6\sqrt{2}.e^{-j30^o}$.

a. Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.

b. Vẽ sơ đồ tương đương đoạn mạch theo tính chất các thông số thụ động.

c. Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.



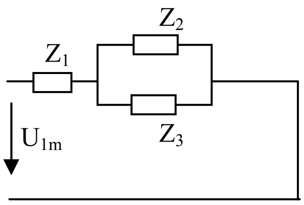
Hình 1.53

1.21 Đoạn mạch điện như hình 1.54, trong đó: Z_1 = 1+5jΩ; Z_2 = 3-3jΩ; Z_3= 6-6j Ω. Điện áp vào có biên độ phức: $\vec{U}_{1m} = 6\sqrt{2}.e^{j60^o}$

a. Xác định $U_1(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và $i_3(t)$.

b. Vẽ sơ đồ tương đương đoạn mạch theo tính chất các thông số thụ động.

c. Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.



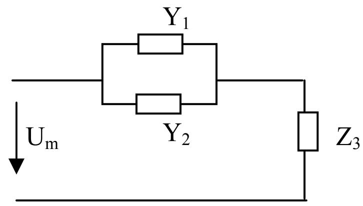
Hình 1.54

1.22 Cho mạch điện (hình 1.55): Y_1=0.5-0.5j (s); Y_2= 0.5+0.5j (s); Z_3=0.5-1.5j(Ω). Đặt lên mạch một điện áp có biên độ phức: $\vec{U}_m = 2\sqrt{2}.e^{-j30^o}$.

a. Xác định U(t), $i_1(t)$, $i_2(t)$ và i(t).

b. Vẽ sơ đồ tương đương đoạn mạch theo tính chất các thông số thụ động.

c. Tính công suất tác dụng của đoạn mạch.



Hình 1.55

CHƯƠNG II

CÁC PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

GIỚI THIỆU

Trong chương một chúng ta đã xét các khái niệm cơ bản của mạch điện, trong đó chủ yếu dựa vào hai thông số trạng thái cơ bản là điện áp và dòng điện. Sang chương này sẽ đi sâu vào nghiên cứu mối quan hệ của các thông số trạng thái đó, mối quan hệ này được quy định bởi các định luật cơ bản và chúng là căn cứ để xây dựng các phương pháp phân tích mạch điện. Cụ thể là:

- Giới thiệu hai định luật cơ bản về dòng điện và điện áp trong mạch.
- Thảo luận các phương pháp phân tích mạch kinh điển, bao gồm phương pháp dòng điện nhánh, phương pháp dòng điện vòng, phương pháp điện áp nút. Cơ sở của các phương pháp phân tích mạch là các định luật Kirchhoff.
- Áp dụng các biến đổi tương đương để tìm đáp ứng trên một nhánh mạch.
- Vận dụng nguyên lý xếp chồng trong phân tích mạch tuyến tính.

NỘI DUNG

2.1 CƠ SỞ CỦA CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH

Bao trùm lên hầu hết các hiện tượng cơ bản trong mạch điện là các định luật Kirchhoff, các định luật này liên quan tới dòng điện tại các nút và sụt áp trong các vòng kín.

2.1.1 Định luật Kirchhoff I

Định luật này phát biểu về dòng điện, nội dung của nó là: " *Tổng các dòng điện đi vào một nút bằng tổng các dòng điện đi ra khỏi nút đó* ". Hoặc là: "*Tổng đại số các dòng điện tại một nút bằng không*":

$$\sum_k a_k i_k = 0 \qquad (2\text{-}1)$$

trong đó: $a_k = 1$ nếu dòng điện nhánh đi ra khỏi nút đang xét

$a_k = -1$ nếu dòng điện nhánh đi vào nút đang xét

$a_k = 0$ nếu nhánh không thuộc nút đang xét.

Như vậy định luật I có thể mô tả dưới dạng ma trận:

$$\underline{\underline{A}}.\underline{\underline{I}}_{nh} = 0 \qquad (2\text{-}2)$$

trong đó $\underline{\underline{A}}$ là ma trận hệ số có kích cỡ tối đa $[N_n \times N_{nh}]$ gọi là ma trận nút, và $\underline{\underline{I}}_{nh}$ có kích cỡ $[N_{nh} \times 1]$ gọi là ma trận dòng điện nhánh.

Trong khi phân tích mạch điện, có thể quy ước chiều dương dòng điện trong các nhánh một cách tuỳ ý, sau khi áp dụng định luật I thì kết quả phân tích sẽ cho chúng ta biết chiều thực của các dòng điện đó. Nếu dòng điện sau khi phân tích tại thời điểm t có kết quả dương thì chiều thực của dòng điện tại thời điểm đó chính là chiều mà chúng ta đã chọn, ngược lại, nếu giá trị là âm thì chiều thực của dòng điện ngược chiều quy ước. Chúng ta có thể thấy mặc dù *từ định luật*

Kirchhoff 1 có thể viết được N_n phương trình, nhưng chỉ có N_n -1 phương trình độc lập. Như vậy sẽ có N_{nh}- N_n+1 dòng điện nhánh coi như những giá trị tự do.

2.1.2 Định luật Kirchhoff II

Định luật này phát biểu về điện áp, nội dung của nó là: " *Tổng đại số các sụt áp trên các phần tử thụ động của một vòng kín bằng tổng đại số các sức điện động có trong vòng kín đó* ". Hoặc là: "*Tổng đại số các sụt áp của các nhánh trong một vòng kín bằng không*":

$$\sum_k b_k u_k = 0 \qquad (2\text{-}3)$$

trong đó: $b_k = 1$ nếu chiều điện áp trên nhánh cùng chiều vòng quy ước,

$b_k = -1$ nếu chiều điện áp trên nhánh ngược chiều vòng quy ước,

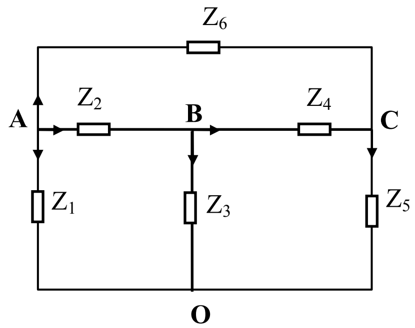
$b_k = 0$ nếu nhánh đó không thuộc vòng đang xét.

Khi phân tích mạch điện, để việc áp dụng định luật II được thuận tiện, nếu trong mạch chứa nguồn dòng thì cần phải chuyển nó về dạng nguồn áp. Ta có thể chọn các vòng cơ bản hoặc không cơ bản với chiều vòng kín tuỳ ý. Nhưng mặc dù có thể viết định luật II cho nhiều vòng thì cũng nên chú ý rằng không phải tất cả các phương trình đó đều độc lập với nhau. Chúng ta cũng có thể chứng minh được *từ định luật kirchhoff 2 chỉ có thể viết được (N_{nh} - N_n + 1) phương trình độc lập* (tương ứng với số nhánh bù cây, hay số vòng cơ bản tương ứng với mỗi cây được lựa chọn). Như vậy định luật Kirchhof 2 có thể mô tả dưới dạng ma trận:

$$\underline{\underline{B}}.\underline{\underline{U}}_{nh} = 0 \qquad (2\text{-}4)$$

trong đó $\underline{\underline{B}}$ là ma trận hệ số thường có kích cỡ [N_b x N_{nh}] gọi là ma trận mạch, và $\underline{\underline{U}}_{nh}$ có kích cỡ [N_{nh} x 1] gọi là ma trận điện áp nhánh.

Thí dụ, xét mạch điện như hình 2-1a. Với qui ước chiều các dòng điện nhánh như hình vẽ, theo định luật Kirchhoff I ta có thể viết được bốn phương trình, nhưng trong đó có một phương trình phụ thuộc:



Hình 2.1a

$$\begin{array}{lrrrrrrl}
\text{Nút A:} & i_1 & +i_2 & & & & +i_6 & =0\\
\text{Nút B:} & & -i_2 & +i_3 & +i_4 & & & =0\\
\text{Nút C:} & & & & -i_4 & +i_5 & -i_6 & =0\\
\text{Nút O} & -i_1 & & -i_3 & & -i_5 & & =0
\end{array}$$

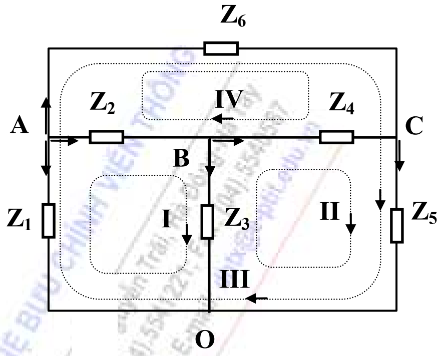
Viết dưới dạng ma trận:
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = 0$$

Trở lại mạch điện đã nêu ở trên, nếu áp dụng định luật Kirchhoff II cho các vòng cơ bản ứng với cây gốc tại O (hình 2-1b) thì ta có thể viết được các phương trình tương ứng:

V I: $-u_1 \quad +u_2 \quad +u_3 \qquad\qquad\qquad =0$

VII: $\qquad\qquad -u_3 \quad +u_4 \quad +u_5 \qquad =0$

VIII: $-u_1 \qquad\qquad\qquad\qquad +u_5 \quad +u_6 \quad =0$



Hình 2.1b

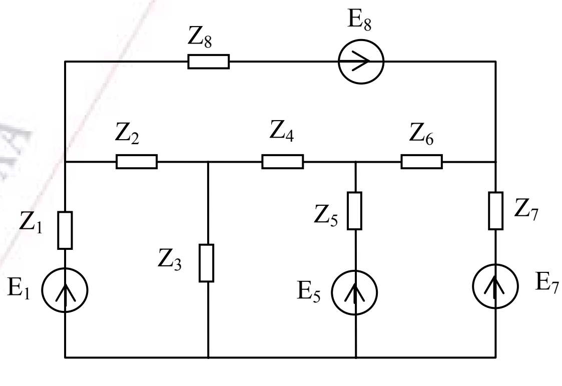
Viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = 0$$

Chú ý: *Kết hợp cả hai định luật Kirchhoff ta sẽ viết được N_{nh} phương trình độc lập.*

2.2 CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH CƠ BẢN

Xét bài toán tổng quát: Cho mạch điện với số nút mạch là N_n, số nhánh mạch là N_{nh}. Hãy tìm dòng điện chạy trong các nhánh. Các thông số nguồn giả thiết cho dưới dạng hiệu dụng phức.



Hình 2.2a

- Trong mạch hình 2.2, ta có:

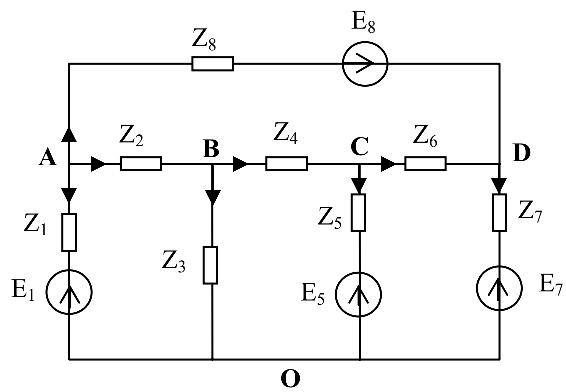
$$N_n=5,\ N_{nh}=8$$

như vậy tương ứng sẽ có 8 biến số (là 8 dòng điện chạy trong 8 nhánh tương ứng). Để giải bài toán này, có một số phương pháp cơ bản sau đây:

2.2.1 Phương pháp dòng điện nhánh

Cơ sở: áp dụng trực tiếp 2 định luật kirchhof để lập hệ phương trình trạng thái của mạch, ẩn số là các dòng điện nhánh. Chú ý rằng sẽ có N_n-1 phương trình theo định luật 1, và N_{nh}-N_n+1 phương trình theo định luật 2. Cụ thể như sau:

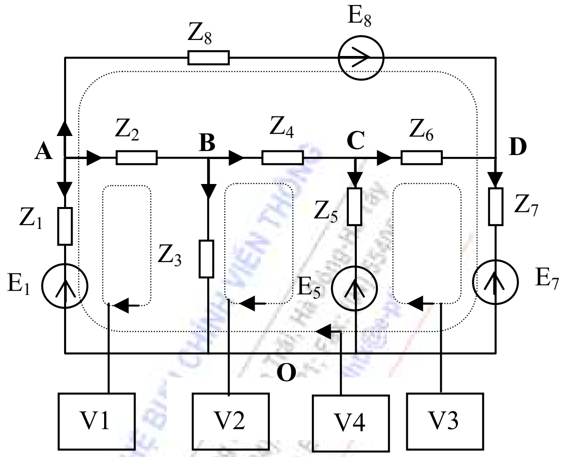
Bước 1: Đặt tên cho các nút của mạch (A, B,C,D,O), chọn một nút bất kỳ làm gốc (cụ thể ta chọn O làm nút gốc) như hình 2.2b. Chú ý rằng cây tương ứng với nút gốc O sẽ chứa các nhánh lẻ, các nhánh chẵn là các nhánh bù cây.



Hình 2.2b

Bước 2: Giả định chiều dòng trong các nhánh một cách tùy ý (cụ thể ta chọn chiều dòng trong 8 nhánh như hình 2.2b). Chú ý rằng việc chọn chiều dòng trong các nhánh chỉ ảnh hưởng tới việc viết phương trình, còn dấu của kết quả cuối cùng mới cho ta biết chiều thực tế của dòng trong các nhánh.

Bước 3: thành lập các vòng cho mạch (mỗi vòng chứa 1 nhánh mới). Số vòng phải thành lập là N_{nh}-N_n+1. Thường vòng lựa chọn là các vòng cơ bản ứng với một cây nào đó. Chiều vòng có thể lựa chọn tùy ý. Cụ thể ta thành lập 4 vòng như hình 2.2c.



Hình 2.2c

Bước 4: thành lập hệ có N_{nh} phương trình dòng điện nhánh, bao gồm:

+ (N_n-1) phương trình theo định luật I (viết cho các nút, trừ nút gốc), cụ thể như sau:

Nút A: $I_1+I_2+I_8=0$

Nút B: $I_2-I_3-I_4=0$

Nút C: $I_4-I_5-I_6=0$

Nút D: $I_6-I_7+I_8=0$

+ (N_{nh}-N_n+1) phương trình theo định luật 2 (viết cho các vòng đã lập). Cụ thể như sau:

p.trình cho V1: $Z_2.I_2 + Z_3.I_3 + (-E_1-Z_1.I_1) = 0$

p.trình cho V2: $Z_4.I_4 + (Z_5.I_5 + E_5) - Z_3.I_3 = 0$

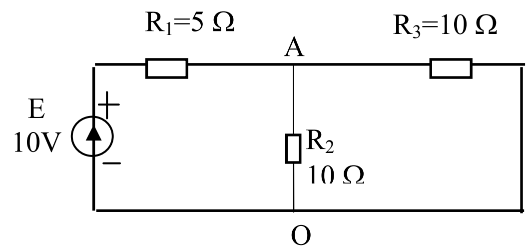
p.trình cho V3: $Z_6.I_6 + (Z_7.I_7+E_7) + (-E_5 - Z_5.I_5) = 0$

p.trình cho V4: $(Z_8.I_8 - E_8) + (Z_7.I_7+E_7) + (-E_1 - Z_1.I_1) = 0$

Bước 5: giải hệ phương trình đã thành lập để tính dòng điện trong các nhánh.

Thí dụ 2.1:

Tính dòng trong các nhánh của mạch điện như hình 2.3a bằng phương pháp dòng điện nhánh (giả thiết nguồn tác động là một chiều có giá trị 10V).

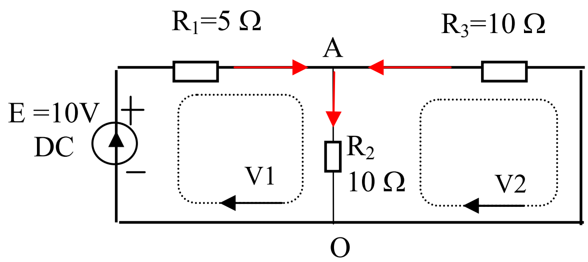


Hình 2.3a

Giải: mạch có N_n=2, N_{nh}=3.

+Đặt tên các nút là A, O. Chọn O làm gốc.

+Giả định chiều dương dòng trong các nhánh và thành lập 2 vòng của mạch như hình 2.3b.



Hình 2.3b

+Viết hệ phương trình:

$I_1+I_3=I_2$

$R_1I_1+R_2I_2-E=0$

$-R_3I_3- R_2I_2=0$

Thay số liệu của mạch ta được:

$I_1+I_3=I_2$

$I_1+2I_2=2$

$I_3-I_2=0$

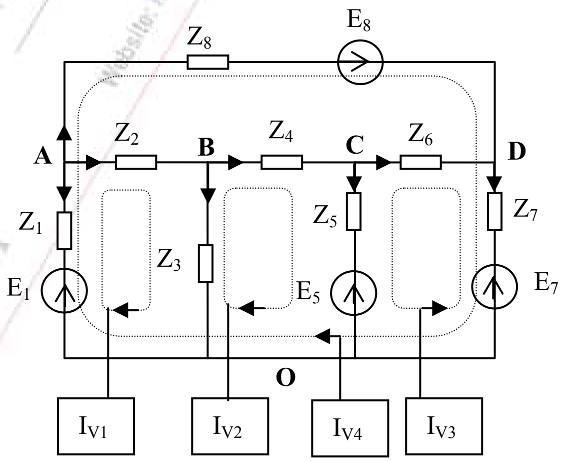
Giải hệ ta có: I_1= 1A, I_2= 0,5A, I_3= -0,5A. Điều này chức tỏ dòng I_3 thực tế chạy ngược lại

2.2.2 Phương pháp dòng điện vòng

Ta đã biết từ hai định luật Kirchhoff có thể lập được các phương trình của mạch, trong đó định luật Kirchhoff 1 cho $N_n - 1$ phương trình độc lập, định luật Kirchhoff 2 cho $N_{nh} -N_n + 1$ phương trình độc lập. Trên cơ sở các phương trình đó, người ta đã tìm cách biến đổi từ các mối quan hệ giữa dòng điện và điện áp trong các nhánh để đưa các phương trình này về dạng có thể giải theo các ẩn số mới, đó chính là ý tưởng cho các phương pháp phân tích mạch điện. Điện áp nút hay dòng điện vòng là những phương pháp đổi ẩn số điển hình.

Trở lại bài toán tổng quát hình 2.2, bây giờ ta sẽ tìm dòng điện chạy trong các nhánh bằng một phương pháp khác, trong đó ta thay các ẩn số thực là dòng trong các nhánh bằng các ẩn số trung gian là dòng điện vòng giả định chạy trong các vòng kín.

Bước 1: Thành lập các vòng cho mạch như hình 2.4 (mỗi vòng tương ứng với một dòng điện vòng giả định). Chú ý rằng vòng thành lập sau phải chứa tối thiểu một nhánh mới so với các vòng đã thành lập trước. Các vòng cơ bản ứng với mỗi cây sẽ thỏa mãn điều kiện này. Số vòng phải thành lập là N_{nh}-N_n+1. Cụ thể, ta thành lập bốn dòng điện vòng của mạch là I_{V1}, I_{V2}, I_{V3}, I_{V4}.



Hình 2.4

Bước 2: Thành lập hệ gồm N_{nh}-N_n+1 phương trình cho mạch tương ứng với các vòng kín, trong đó ẩn số là các dòng điện vòng giả định, dựa trên cơ sở chỉ áp dụng định luật kirchhof 2. Để làm rõ quy luật thành lập hệ phương trình, ta hãy xét một vòng cụ thể, chẳng hạn ta xét vòng thứ tư (I_{V4}).

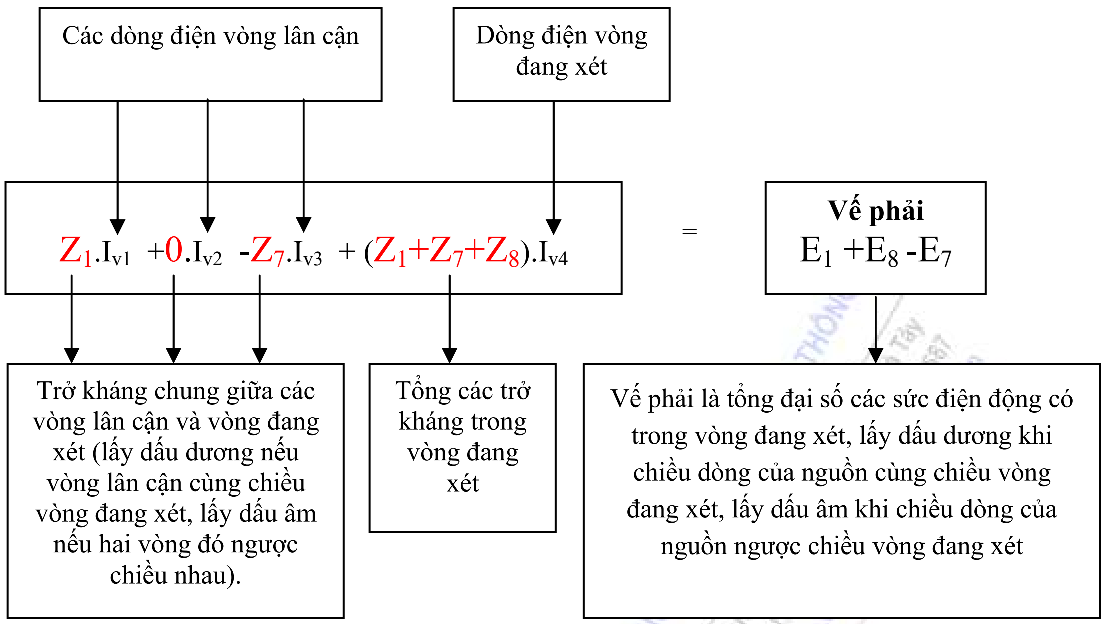
Định luật 2 áp dụng cho vòng bốn, nguyên thủy theo ẩn số thực (là dòng điện nhánh) được viết như sau:

$$(Z_8.I_8 -E_8)+(Z_7.I_7+E_7)+(-E_1 - Z_1.I_1) = 0$$

Chú ý rằng: $I_8=I_{V4}$; $I_7= I_{V4}-I_{V3}$; và $I_1= -(I_{V1}+ I_{V4})$. Khi đó, phương trình của vòng bốn được viết lại theo các ẩn số mới (là dòng điện vòng giả định) như sau:

$$Z_1.I_{v1} +0.I_{v2} -Z_7.I_{v3} + (Z_1+Z_7+Z_8).I_{v4} = E_1 +E_8 -E_7$$

Từ đó ta thấy quy luật thành lập vế trái và vế phải của phương trình viết cho vòng đang xét (I_{V4}):



Từ quy luật đó, ta viết được hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch như sau

V1: $(Z_1+Z_2+Z_3).I_{v1} \quad -Z_3.I_{v2} \quad +0.I_{v3} \quad +Z_1.I_{v4} \quad = E_1$

V2: $-Z_3.I_{v1} \quad +(Z_3+Z_4+Z_5).I_{v2}+ Z_5.I_{v3} \quad + 0.I_{v4} \quad = -E_5$

V3: $0.I_{v1} \quad +Z_5.I_{v2} + (Z_5+Z_6+Z_7).I_{v3}- Z_7.I_{v4} \quad = E_7-E_5$

V4: $Z_1.I_{v1} \quad +0.I_{v2} \quad -Z_7.I_{v3} \ + (Z_1+Z_7+Z_8).I_{v4}= E_1 +E_8 -E_7$

Bước 3: giải hệ phương trình dòng điện vòng để tìm giá trị các dòng điện vòng giả định.

Bước 4: chuyển kết quả trung gian về dòng điện trong các nhánh, cụ thể là:

$I_1=-(I_{v1}+I_{v4})$ $\qquad$ $I_2=I_{v1}$

$I_3=I_{v1}-I_{v2}$ $\qquad$ $I_4=I_{v2}$

$I_5=I_{v2}+I_{v3}$ $\qquad$ $I_6=-I_{v3}$

$I_7=I_{v4}-I_{v3}$ $\qquad$ $I_8=I_{v4}$

Chú ý: Hệ phương trình dòng điện vòng có thể viết dưới dạng phương trình ma trận

$$\begin{bmatrix} Z_1+Z_2+Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_1 \\ -Z_3 & Z_3+Z_4+Z_5 & +Z_5 & 0 \\ 0 & +Z_5 & Z_5+Z_6+Z_7 & -Z_7 \\ Z_1 & 0 & -Z_7 & Z_1+Z_7+Z_8 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_{v1} \\ I_{v2} \\ I_{v3} \\ I_{v4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_5 \\ E_7-E_5 \\ E_1+E_8-E_7 \end{bmatrix}$$

trong đó ta gọi ma trận:

$$[Z_V] = \begin{bmatrix} Z_1+Z_2+Z_3 & -Z_3 & 0 & Z_1 \\ -Z_3 & Z_3+Z_4+Z_5 & +Z_5 & 0 \\ 0 & +Z_5 & Z_5+Z_6+Z_7 & -Z_7 \\ Z_1 & 0 & -Z_7 & Z_1+Z_7+Z_8 \end{bmatrix}$$

là ma trận trở kháng vòng. Ma trận vuông này có đặc điểm là:

-Nằm trên đường chéo chính là các trở kháng vòng.

-Hai bên đường chéo là trở kháng chung đối xứng nhau qua đường chéo chính.

Thídụ 2.2:

Tính dòng trong các nhánh của mạch điện trong thí dụ 2.1 bằng phương pháp dòng điện vòng.

Giải: Thành lập 2 vòng, tương ứng I_{V1} và I_{V2} như hình 2.5.

Hệ phương trình được viết thành:

$(R_1+R_2)\,I_{V1}-R_2I_{V2}=E$

$-R_2I_{V1}+(R_2+R_3)\,I_{V2}=0$

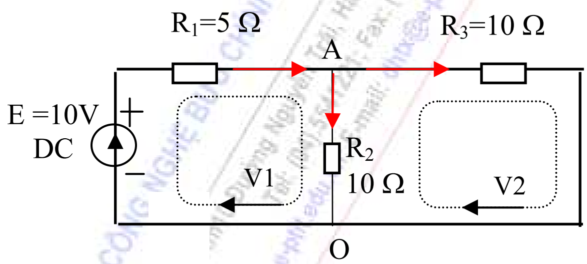
Thay số liệu, ta có:

$15\,I_{V1}-10I_{V2}=10$

$-10I_{V1}+20\,I_{V2}=0$

Giải hệ ta được:

$I_{V1}=1A,\ I_{V2}=0{,}5A.$



Hình 2.5

Vậy dòng trong các nhánh là:

$I_1=I_{V1}=1A,\quad I_2=I_{V1}-I_{V2}=0{,}5A,\quad I_3=I_{V2}=0{,}5A.$

Các kết quả này hoàn toàn trùng với kết quả trong cách giải bằng phương pháp dòng điện nhánh.

Thí dụ 2.3: Cho mạch điện hình 2.6.

a. Viết hệ phương trình dòng điện vòng khi không tính đến hỗ cảm giữa các cuộn cảm.

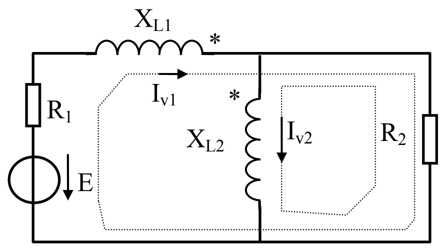
b. Tính dòng điện chạy qua các nhánh trong trường hợp có tính đến ghép hỗ cảm, cho biết các giá trị: $R_1=1\Omega$; $R_2=1\Omega$; $X_{L1}=1\Omega$; $X_{L2}=2\Omega$; $X_M=1\Omega$; $E=1V$.

Giải:

a. Các phương trình dòng điện vòng khi không tính đến hỗ cảm:

$(R_1+jX_{L1}+R_2)I_{v1}-R_2I_{v2}=E$

$-R_2I_{v1}\quad+(jX_{L2}+R_2)I_{v2}=0$



Hình 2.6

b. Các phương trình dòng điện vòng khi có tính đến hỗ cảm:

$(R_1+jX_{L1}+R_2)I_{v1}-(R_2+jX_M)I_{v2}=E$

$-(R_2+jX_M)I_{v1}\quad+(jX_{L2}+R_2)I_{v2}=0$

trong đó thành phần $-jX_MI_{v2}$ là điện áp hỗ cảm do dòng điện I_{v2} chạy trong X_{L2} gây ra trên X_{L1}, còn thành phần $-jX_MI_{v1}$ là điện áp hỗ cảm do dòng điện I_{v1} chạy trong X_{L1} gây ra trên X_{L2}.

Thay số ta có:

$$\begin{cases}(2+j)I_{v1}-(1+j)I_{v2}=1\\ -(1+j)I_{v1}+(1+2j)I_{v2}=0\end{cases}$$

áp dụng quy tắc Crame ta tính được:

$$I_{v1}=\frac{2-j}{3}A \qquad\qquad I_{v2}=\frac{1-j}{3}A$$

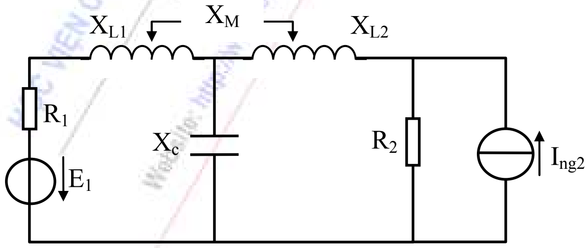
Theo công thức biến đổi vòng:

$$i_{X_{L1}}=I_{v1}=\frac{2-j}{3}A;\quad i_{X_{L2}}=I_{v2}=\frac{1-j}{3}A;\quad i_{R_2}=I_{v1}-I_{v2}=\frac{1}{3}A$$

Thí dụ 2.4: hãy tính các dòng điện nhánh của mach điện hình 2.7.

Giải: Trước hết ta phải chuyển nguồn dòng I_{ng2} về dạng nguồn áp: $E_2 = I_{ng2}.R_2$, và mạch điện được vẽ lại như hình 2.8. Bây giờ ta viết hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch mới:

$$\begin{cases}(R_1+jX_{L1}-jX_c)I_{v1}+(-jX_c\pm jX_M)I_{v2}=E_1\\ (-jX_c\pm jX_M)I_{v1}+(R_2+jX_{L2}-jX_c)I_{v2}=E_2\end{cases}$$



Hình 2.7

Theo quy tắc Crame ta có:

$$I_{v1}=\frac{\begin{bmatrix}E_1 & -j(X_c\pm X_M)\\ E_2 & R_2+j(X_{L2}-X_c)\end{bmatrix}}{\Delta Z_v}$$

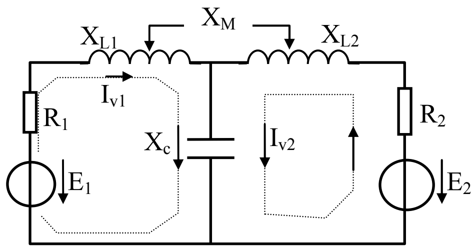
$$I_{v2}=\frac{\begin{bmatrix}R_1+j(X_{L1}-X_c) & E_1\\ -j(X_c\pm X_M) & E_2\end{bmatrix}}{\Delta Z_v}$$

Các công thức biến đổi vòng của mạch điện:

$I_{L1} = I_{v1}$; $I_{L2}= I_{v2}$; $I_C= I_{v1} + I_{v2}$.

Chú ý rằng dòng điện trong R_2 của mạch điện ban đầu sẽ được tính theo công thức:

$I_{R2}= I_{ng2} - I_{v2}$.

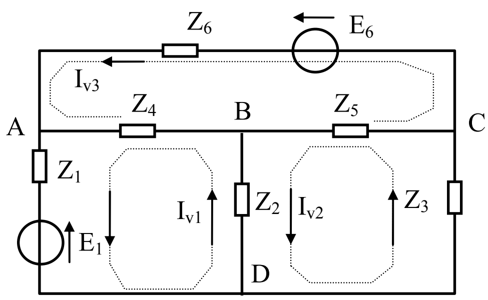


Hình 2.8

Thí dụ 2.5: Tính dòng các điện nhánh của mạch điện hình 2.9 với các số liệu nguồn dưới dạng hiệu dụng phức:

E_1=1V; E_6=j V; Z_1=1Ω; Z_2=-jΩ; Z_3=jΩ; Z_4=1Ω; Z_5=jΩ; Z_6=1Ω.

Giải: Ta sẽ sử dụng phương pháp dòng điện vòng để giải bài toán này:



Hình 2.9

$$\begin{cases}(Z_1 + Z_2 + Z_4)I_{v1} - Z_2I_{v2} - Z_4I_{v3} = E_1 \\ -Z_2I_{v1} + (Z_2 + Z_3 + Z_5)I_{v2} - Z_5I_{v3} = 0 \\ -Z_4I_{v1} - Z_5I_{v2} + (Z_4 + Z_5 + Z_6)I_{v3} = -E_6\end{cases}$$

Thay số: $\begin{cases}(2 - j)I_{v1} + jI_{v2} - I_{v3} = 1 \\ jI_{v1} + jI_{v2} - jI_{v3} = 0 \\ -I_{v1} - jI_{v2} + (2 + j)I_{v3} = -j\end{cases}$

Giải hệ phương trình này theo phương pháp định thức:

$$\Delta Z_v = \begin{vmatrix} 2-j & j & -1 \\ j & j & -j \\ -1 & -j & 2+j \end{vmatrix} = 2 + 4j$$

Tính được:

$$I_{v1} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & j & -1 \\ 0 & j & -j \\ -j & -j & 2+j \end{vmatrix}}{2+4j} = \frac{3-j}{10}; \quad I_{v2} = \frac{\begin{vmatrix} 2-j & 1 & -1 \\ j & 0 & -j \\ -1 & -j & 2+j \end{vmatrix}}{2+4j} = -\frac{1+3j}{5}; \quad I_{v3} = \frac{\begin{vmatrix} 2-j & j & 1 \\ j & j & 0 \\ -1 & -j & -j \end{vmatrix}}{2+4j} = \frac{1-7j}{10}$$

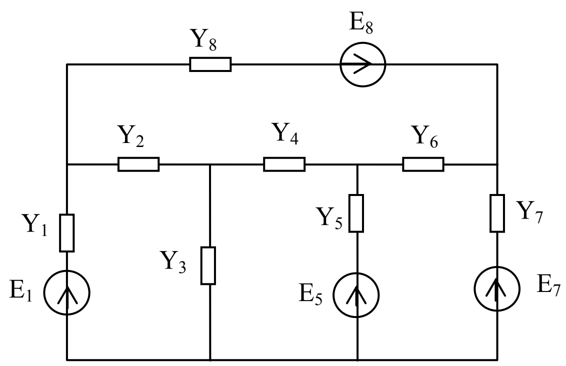
Theo các công thức biến đổi vòng của mạch điện ta tính được các dòng điện hiệu dụng phức:

$$I_1 = I_{v1} = \frac{3-j}{10}; \quad I_2 = I_{v1} - I_{v2} = \frac{1+j}{2}; \quad I_3 = I_{v2} = -\frac{1+3j}{5}; \quad I_4 = I_{v3} - I_{v1} = -\frac{1+3j}{5}$$

$$I_5 = I_{v3} - I_{v2} = \frac{3-j}{10}; \quad I_6 = I_{v3} = \frac{1-7j}{10}$$

2.2.3 Phương pháp điện áp nút

Trở lại xét bài toán tổng quát hình 2.10a. Bây giờ ta sẽ tìm dòng điện chạy trong các nhánh bằng một phương pháp khác, trong đó ta thay các ẩn số thực bằng các ẩn số trung gian là điện áp của các nút. Trong bài toán này có một sự thay đổi nhỏ đó là biểu diễn các nhánh mạch theo dẫn nạp.



Hình 2.10a

Bước 1: đánh ký hiệu cho các nút A,B,C,D,O và chọn một nút làm gốc như hình 2.10b. Nút gốc sẽ có điện thế quy ước là điểm chung (0V). Điện thế các nút còn lại chính là điện áp của nó so với gốc. Trong trường hợp cụ thể này ta chọn gốc là nút O.

Bước 2: thành lập hệ phương trình điện áp nút cho mạch. Hệ phương trình viết cho N_n-1 nút, trừ nút gốc. Cơ sở là định luật Kirchhoff 1. Để tìm quy luật thành lập, ta hãy xuất phát từ phương trình gốc của nút A:

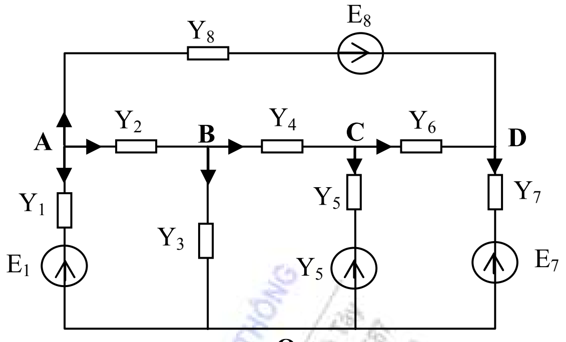
$$I_1 + I_2 + I_8 = 0$$

Chú ý rằng các dòng này có thể tính từ điện áp của các nút:

$$I_1 = \frac{U_A - E_1}{1/Y_1} \quad I_2 = \frac{U_A - U_B}{1/Y_2} \quad I_8 = \frac{U_A - U_D + E_8}{1/Y_8}$$

khi đó, phương trình của nút A được viết lại theo các ẩn số mới (là điện áp các nút) như sau:

$$\frac{U_A - E_1}{1/Y_1} + \frac{U_A - U_B}{1/Y_2} + \frac{U_A - U_D + E_8}{1/Y_8} = 0$$



Hình 2.10b

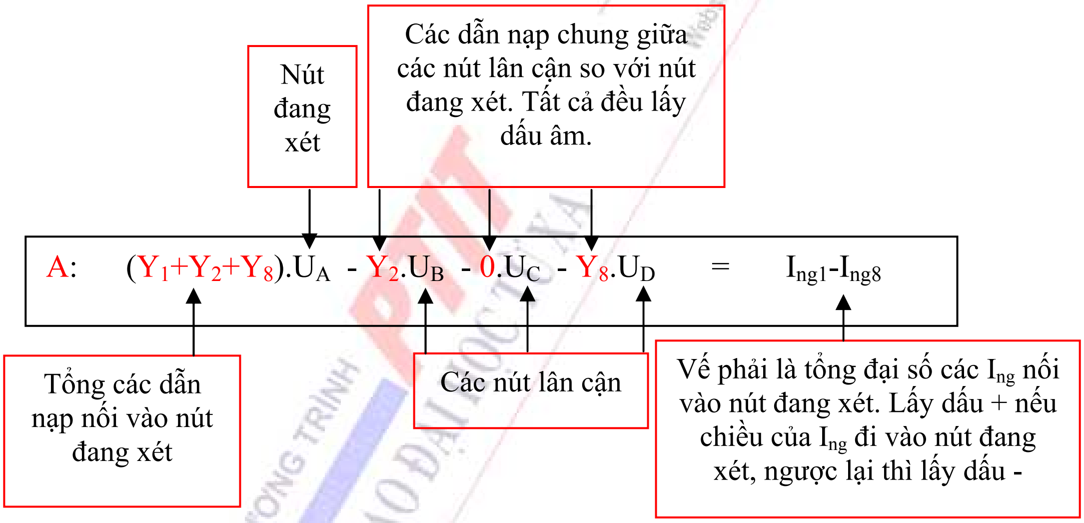
nhóm số hạng và chuyển vế ta được:

$$(Y_1+Y_2+Y_8).U_A - Y_2.U_B - 0.U_C - Y_8.U_D = I_{ng1}-I_{ng8}$$

trong đó, các dòng điện nguồn được tính theo biểu thức:

$$I_{ng1} = \frac{E_1}{Z_1} = E_1Y_1, \qquad I_{ng8} = \frac{E_8}{Z_8} = E_8Y_8$$

Ta rút ra quy luật thành lập các vế trái và phải của phương trình viết cho nút A:



Từ quy luật đó, ta viết được hệ phương trình điện áp nút cho mạch như sau:

A: $(Y_1+Y_2+Y_8).U_A - Y_2.U_B - 0.U_C - Y_8.U_D = I_{ng1} - I_{ng8}$

B: $-Y_2.U_A + (Y_2+Y_3+Y_4).U_B - Y_4.U_C - 0.U_D = 0$

C: $0.U_A - Y_4.U_B + (Y_4+Y_5+Y_6).U_C - Y_6.U_D = I_{ng5}$

D: $-Y_8.U_A - 0.U_B - Y_6.U_C + (Y_6+Y_7+Y_8).U_D = I_{ng7} + I_{ng8}$

Bước 3: giải hệ phương trình để tìm ra điện áp các nút.

Bước 4: Chuyển đổi kết quả trung gian về dòng trong các nhánh, cụ thể là:

$$I_1 = \frac{U_A - E_1}{Z_1} \qquad I_3 = \frac{U_B}{Z_3} \qquad I_5 = \frac{U_C - E_5}{Z_5} \qquad I_7 = \frac{U_D - E_7}{Z_7}$$

$$I_2 = \frac{U_A - U_B}{Z_2} \qquad I_4 = \frac{U_B - U_C}{Z_4} \qquad I_6 = \frac{U_C - U_D}{Z_6} \qquad I_8 = \frac{U_A - U_D + E_8}{Z_8}$$

Chú ý: Hệ phương trình trên có thể viết dưới dạng phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1+Y_2+Y_8 & -Y_2 & 0 & -Y_8 \\ -Y_2 & Y_2+Y_3+Y_4 & -Y_4 & 0 \\ 0 & -Y_4 & Y_4+Y_5+Y_6 & -Y_6 \\ -Y_8 & 0 & -Y_6 & Y_6+Y_7+Y_8 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ U_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ng1} - I_{ng8} \\ 0 \\ I_{ng5} \\ I_{ng7} + I_{ng8} \end{bmatrix}$$

trong đó, ta gọi ma trận:

$$\begin{bmatrix} Y_1+Y_2+Y_8 & -Y_2 & 0 & -Y_8 \\ -Y_2 & Y_2+Y_3+Y_4 & -Y_4 & 0 \\ 0 & -Y_4 & Y_4+Y_5+Y_6 & -Y_6 \\ -Y_8 & 0 & -Y_6 & Y_6+Y_7+Y_8 \end{bmatrix}$$

là ma trận dẫn nạp nút, nó có đặc điểm là:

-Nằm trên đường chéo chính là các dẫn nạp nút.

-Hai bên đường chéo là dẫn nạp chung đối xứng nhau qua đường chéo chính.

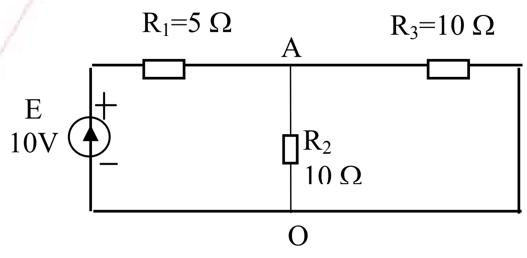
Thí dụ 2.6: Tính dòng trong các nhánh của mạch điện hình 2.11 bằng phương pháp điện áp nút.

Giải: đặt tên các nút mạch là A,O. Chọn nút O làm gốc. Mạch chỉ có 1 phương trình cho nút A:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right).U_A = \frac{E}{R_1}$$

Thay số ta được:

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right).U_A = \frac{10}{5} \quad \Rightarrow U_A = 5V$$



Hình 2.11

Cuối cùng, đổi kết quả trung gian về dòng trong các nhánh:

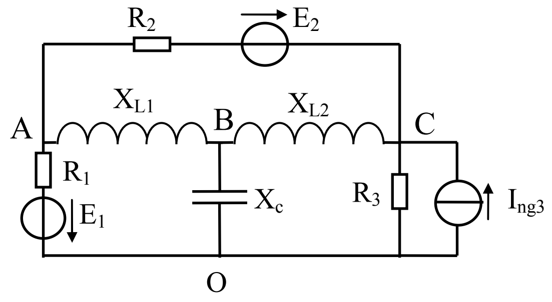
$$I_1 = \frac{U_A - E}{R_1} = -1A, \quad I_2 = \frac{U_A}{R_2} = 0.5A \qquad I_3 = \frac{U_A}{R_3} = 0.5A$$

Dấu '- ' của I_1 có nghĩa là dòng thực tế của I_1 chạy vào nút A.

Thí dụ 2.7: Hãy viết hệ phương trình điện áp nút cho mạch điện hình 2.12.

Giải:

Ký hiệu các nút là A, B, C, O và chọn nút O làm gốc. Như vậy ta sẽ có hệ ba phương trình, ba ẩn số



Hình 2.12

U_A, U_B, U_C:

$$\begin{cases}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{jX_{L1}})U_A-\frac{1}{jX_{L1}}U_B-\frac{1}{R_2}U_C=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}\\ -\frac{1}{jX_{L1}}U_A+(\frac{1}{jX_{L1}}+\frac{1}{jX_{L2}}+\frac{1}{-jX_c})U_B-\frac{1}{jX_{L2}}U_C=0\\ -\frac{1}{R_2}U_A-\frac{1}{jX_{L2}}U_B+(\frac{1}{jX_{L2}}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})U_C=I_{ng3}-\frac{E_2}{R_2}\end{cases}$$

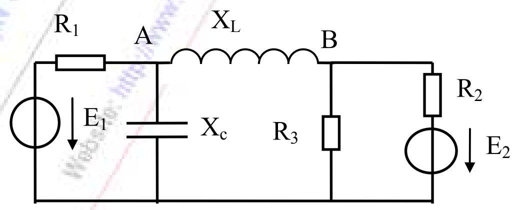
Qua thí dụ trên ta thấy trong sơ đồ mạch việc biểu diễn nguồn dòng rất thuận tiện để áp dụng phương pháp điện áp nút, do đó trước khi viết phương trình bạn có thể chuyển đổi các nguồn áp về nguồn dòng.

Thí dụ 2.8:

Cho mạch điện hình 2.13. Hãy tính các dòng điện chạy qua R_1 và X_L bằng phương pháp điện áp nút.

Giải:

Chọn nút gốc là O, khi đó hệ hai phương trình điện áp nút là:



Hình 2.13

$$\begin{cases}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{-jX_c}+\frac{1}{jX_L})U_A \quad -\frac{1}{jX_L}U_B=\frac{E_1}{R_1}\\ -\frac{1}{jX_L}U_A \quad +(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{jX_L})U_B=\frac{E_2}{R_2}\end{cases}$$

Theo qui tắc Crame ta có:

$$U_A=\frac{\begin{vmatrix}\frac{E_1}{R_1} & -\frac{1}{jX_L}\\ \frac{E_2}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{jX_L}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{-jX_c}+\frac{1}{jX_L} & -\frac{1}{jX_L}\\ -\frac{1}{jX_L}U_A & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{jX_L}\end{vmatrix}} \qquad U_B=\frac{\begin{vmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{-jX_c}+\frac{1}{jX_L} & \frac{E_1}{R_1}\\ -\frac{1}{jX_L} & \frac{E_2}{R_2}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{-jX_c}+\frac{1}{jX_L} & -\frac{1}{jX_L}\\ -\frac{1}{jX_L}U_A & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{jX_L}\end{vmatrix}}$$

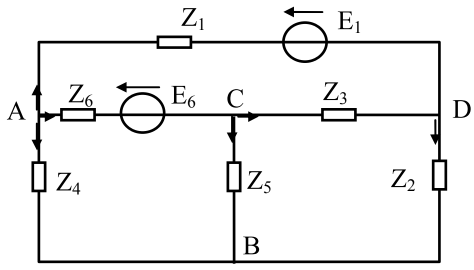
Theo công thức biến đổi nút của mạch ta tính được:

$$I_{R_1}=\frac{U_A-E_1}{R_1} \qquad\qquad I_{X_L}=\frac{U_A-U_B}{jX_L}$$

Thí dụ 2.9: Cho mạch điện điều hòa hình 2.14 với các số liệu dưới dạng phức: E_1=1V; E_6=jV; Z_1=1Ω; Z_2=-jΩ; Z_3=jΩ; Z_4=1Ω; Z_5=jΩ; Z_6=1Ω. Tính các dòng điện nhánh bằng phương pháp điện áp nút.

Giải: Chọn nút B làm gốc, khi đó:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_4}+\frac{1}{Z_6}\right)U_A-\frac{1}{Z_6}U_c-\frac{1}{Z_1}U_D=-\frac{E_1}{Z_1}-\frac{E_6}{Z_6} \\ -\frac{1}{Z_6}U_A+\left(\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_5}+\frac{1}{Z_6}\right)U_c-\frac{1}{Z_3}U_D=\frac{E_6}{Z_6} \\ -\frac{1}{Z_1}U_A-\frac{1}{Z_3}U_c+\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}\right)U_D=\frac{E_1}{Z_1} \end{cases}$$



Hình 2.14

Thay số ta có:

$$\begin{cases} 3U_A-U_c-U_D=-1-j \\ -U_A+(1-2j)U_c+jU_D=j \\ -U_A+jU_c+U_D=1 \end{cases}$$

Dùng qui tắc Crame:

$$U_A=\frac{\begin{vmatrix} -1-j & -1 & -1 \\ j & 1-2j & j \\ 1 & j & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1-2j & j \\ -1 & j & 1 \end{vmatrix}}=-\frac{1+3j}{5} \quad \Rightarrow I_4=\frac{U_A}{Z_4}=-\frac{1+3j}{5}$$

$$U_c=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -1-j & -1 \\ -1 & j & j \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1-2j & j \\ -1 & j & 1 \end{vmatrix}}=-\frac{1+3j}{10} \Rightarrow I_5=\frac{U_c}{Z_5}=-\frac{3-j}{10}$$

$$U_D=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1-j \\ -1 & 1-2j & j \\ -1 & j & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1-2j & j \\ -1 & j & 1 \end{vmatrix}}=\frac{1-j}{2} \quad \Rightarrow I_2=\frac{U_D}{Z_2}=\frac{1+j}{2}$$

Và dòng điện nhánh sẽ là:

$$i_1=\frac{U_A-U_D+E_1}{Z_1}=\frac{3-j}{10}=\frac{1}{\sqrt{10}}\angle\underline{-18^o5}$$

$$i_3=\frac{U_c-U_D}{Z_3}=\frac{1+3j}{5}=\frac{2}{\sqrt{10}}\angle\underline{71^o55}$$

$$i_6=\frac{U_A-U_c+E_6}{Z_6}=-\frac{1-7j}{10}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle\underline{98^o}$$

Thí dụ 2.10: Cho mạch điện hình 2.15.

a. Thành lập hệ phương trình điện áp nút cho mạch.

b. Dựa vào câu a, hãy viết công thức tính dòng trong các nhánh theo điện áp các nút.

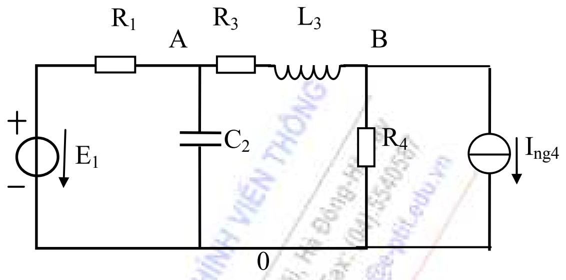
Giải:

-Chọn 0 làm gốc:

a. Hệ phương trình điện áp nút:

$U_A(Y_1+Y_2+Y_3) \quad - U_B.Y_3 = I_{ng1}$

$-U_A.Y_3 \quad + U_B(Y_3+Y_4) \quad = -I_{ng4}$



Hình 2.15

b. Dòng trong các nhánh:

$I_1=(U_A-E_1)/R_1.$

$I_2=U_A/Z_{C2}.$

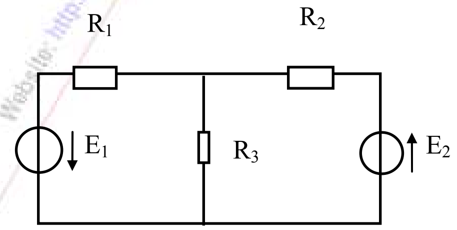
$I_3=(U_A - U_B)/(R_3+Z_{L3}).$

$I_4=U_B/R_4.$

Thí dụ 2.11: Mạch điện như hình 2.16a, với các số liệu: $R_1= R_2=R_3= 2\Omega$; $E_1= 1,5V$; $E_2 = 3V$. Hãy tính dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp dòng điện vòng và phương pháp điện áp nút?

Giải:

a. Theo phương pháp dòng điện vòng:



Hình 2.16a

-Giả thiết chọn chiều các vòng như hình 2.16b:

Xét vòng 1: $I_{V1}(R_1+R_3) \quad - I_{V2}.R_3 \quad = E_1.$

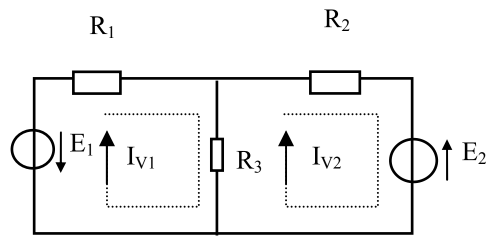
Xét vòng 2: $-I_{V1}R_3 \quad + I_{V2}(R_2+R_3) \quad = E_2.$

-Dòng trong các nhánh:

$I_{R1} = I_{V1}= 1A.$

$I_{L2} = I_{V2}= 1,25A.$

$I_{R3} = I_{V2} - I_{V1}= 0,25A.$



Hình 2.16b

b. Theo phương pháp điện áp nút:

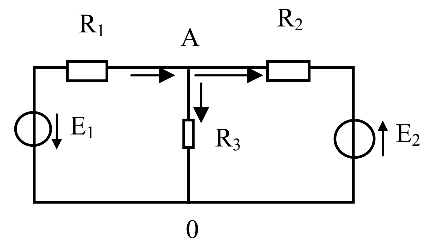
-Chọn 0 làm gốc như hình 2.16c.

-Phương trình điện áp nút:

$U_A(G_1+G_2+G_3) = I_{ng1}-I_{ng2}$

-Thay số tính được:

$U_A = -0,5V.$



Hình 2.16c

-Với chiều dương của dòng trong các nhánh chọn như hình 2.16c, ta có:

$I_1= 1,0 \text{ A}.$

$I_2= 1,25 \text{ A}.$

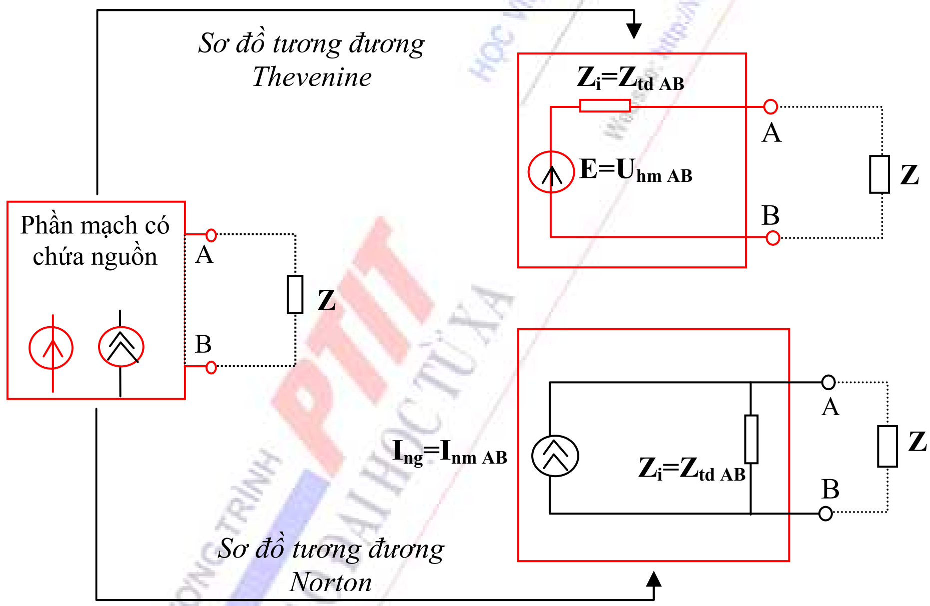
$I_3= -0,25A.$

2.3 PHƯƠNG PHÁP NGUỒN TƯƠNG ĐƯƠNG

Trong một số trường hợp, nhiệm vụ phân tích mạch không đòi hỏi phải tính tất cả dòng và áp của tất cả các nhánh, mà chỉ đòi hỏi tính toán trên một nhánh hay một phần mạch nào đó. Lúc đó việc vận dụng các phương pháp nêu trên sẽ dẫn đến các phép tính không cần thiết và các kết quả thừa. Phương pháp nguồn tương đương mà cơ sở của nó là định lý Thevenine-Norton cho phép chúng ta giải các bài toán như vậy một cách đơn giản hơn bằng cách thay thế phần mạch có chứa nguồn bởi một nguồn áp hay nguồn dòng tương đương.

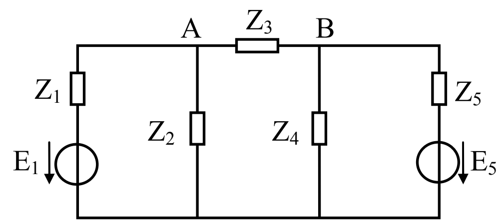
Nội dung định lý Thevenine-Norton

Trong mạch điện, phần mạch AB có chứa nguồn (và nối với phần còn lại Z của mạch tại cặp điểm AB, đồng thời giữa hai phần không có ghép hỗ cảm với nhau), có thể được thay thế tương đương bằng một nguồn áp có sức điện động bằng điện áp hở mạch trên cặp điểm AB (hay một nguồn dòng có dòng điện nguồn bằng dòng điện ngắn mạch trên cặp điểm AB), còn trở kháng trong của nguồn bằng trở kháng tương đương nhìn từ cặp điểm AB với nguyên tắc ngắn mạch các nguồn sức điện động và hở mạch các nguồn dòng có trong phần mạch này. Nội dung định lý được mô tả như hình 2.17.



Hình 2.17: Minh họa định lý Thevenine-Norton

Định lý này có thể suy ra trực tiếp từ sự mở rộng định nghĩa của nguồn điện và nếu phần mạch gốc chỉ chứa các phần tử tuyến tính thì nguồn tương đương của nó cũng là nguồn tuyến tính. Như vậy, định lý Thevenine-Norton cho phép biến đổi phần mạch điện có chứa nguồn thành 2 sơ đồ tương đương: sơ đồ tương đương nguồn áp (còn gọi là *sơ đồ Thevenine*), và sơ đồ tương đương nguồn dòng (còn gọi là *sơ đồ Norton*).



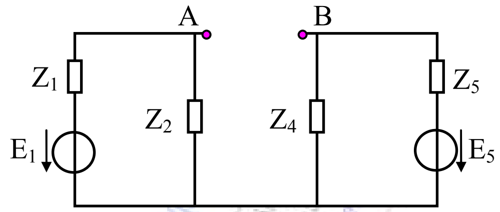
Hình 2.18a

Thí dụ 2.12: Cho mạch điện như hình 2.18a, hãy tính dòng điện chạy qua Z_3.

Giải:

Ta thấy ở đây chỉ tính dòng chạy qua một nhánh, do đó để đơn giản hãy áp dụng phương pháp nguồn tương đương.

-Trước hết cắt bỏ Z_3, phần mạch còn lại chính là phần mạch có chứa nguồn như hình 2.18b.



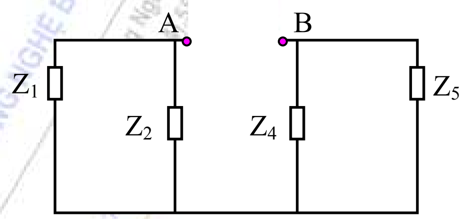
Hình 2.18b

-Xác định điện áp hở mạch trên cặp điểm AB:

$$U_{hmAB} = U_A - U_B = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2} Z_2 - \frac{E_5}{Z_4 + Z_5} Z_4$$

-Xác định Z_{tdAB} nhìn từ cặp điểm AB, ngắn mạch nguồn sđđ E_1 & E_5 như hình 2.18c:

$$Z_{tdAB} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}$$

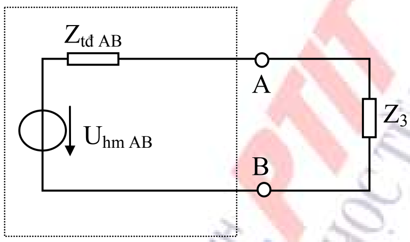


Hình 2.18c

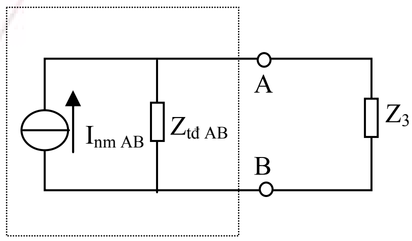
-Từ đó suy ra được dòng điện ngắn mạch trên cặp điểm AB là:

$$I_{nm.AB} = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB}}$$

Sơ đồ tương đương Thevenine và Norton có dạng như hình 2.18d.



Sơ đồ Thevenine



Sơ đồ Norton

Hình 2.18d

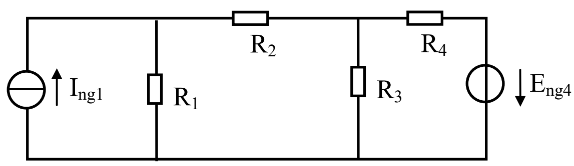
Rõ ràng việc tính dòng trên Z_3 lúc này trở nên đơn giản hơn nhiều:

$$I_3 = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB} + Z_3} = \frac{I_{nm.AB}}{Z_{tdAB} + Z_3} Z_{tdAB}$$

Thí dụ 2.13: Cho mạch điện hình 2.19a, với các số liệu: $R_1=R_2= 10\Omega$; $R_3= R_4 = 20\Omega$; $I_{ng1}= 3A$; $E_{ng4} = 30V$. Hãy tính dòng điện i_{R2} bằng nguyên lý nguồn tương đương.

Giải:

Biến đổi tương đương thành sơ đồ Thevenine hoặc Norton:



Hình 2.19a

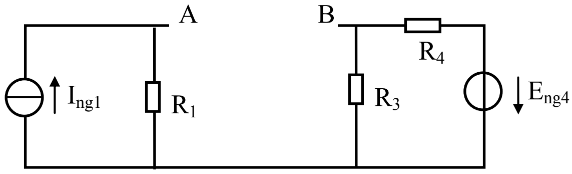
- Tính điện áp hở mạch tại cặp điểm AB như hình 2.19b. Ta có:

U_{Ahm}=30V.

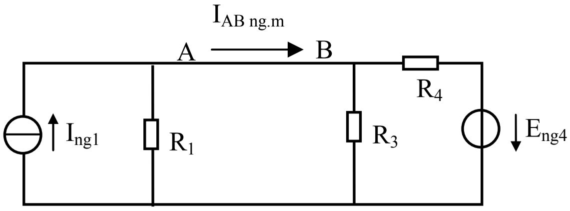
U_{Bhm}=15V.

Vậy suy ra: $U_{ABhm}=E_{ng}$=15V.

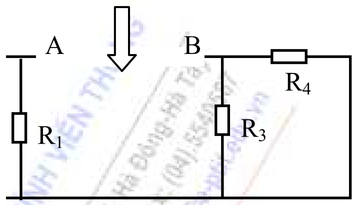
- Tính dòng điện ngắn mạch trên cặp điểm AB như hình 2.19c, ta có: $I_{AB\,ng.m}$ =3/4 A.



Hình 2.19b



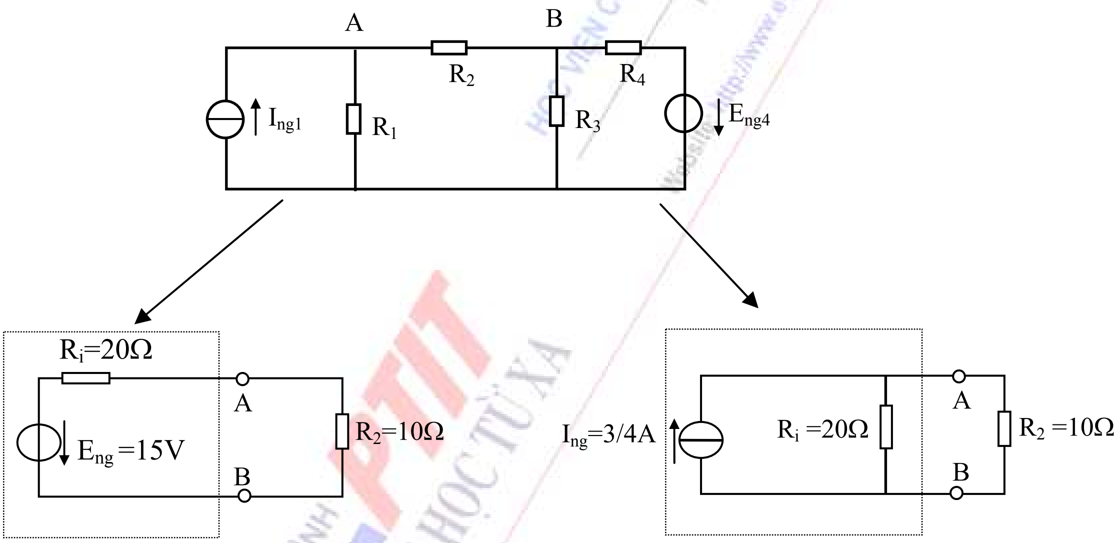
Hình 2.19c



Hình 2.19d

- Tính điện trở tương đương nhìn tại cặp điểm AB như hình 2.19d, ta được: R_{td}=20Ω.

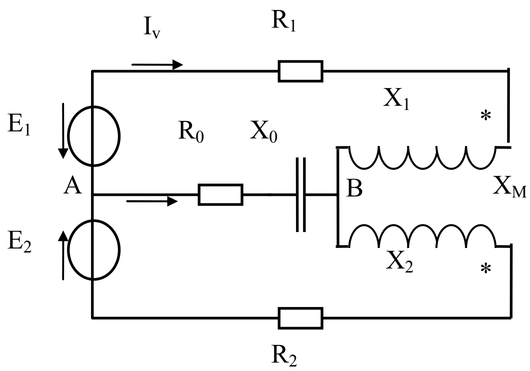
- Tổng hợp, sơ đồ tương đương Thevenine và Norton có dạng như hình 2.19e:



Hình 2.19e

Vậy ta tính được: I_{R2} = 0.5A (A sang B).

Thí dụ 2.14: Cho mạch điện hình 2.20, hãy tính dòng I_0 bằng phương pháp nguồn tương đương.



Hình 2.20

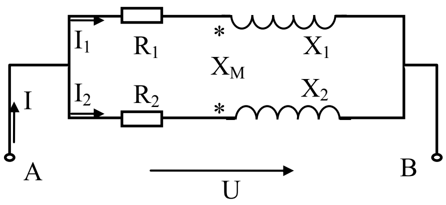
Giải:

-Ngắt R_0 và X_0 ra khỏi mạch. Để tính U_{hmAB}, thì trước hết ta tính dòng điện vòng I_v chạy trong mạch theo công thức:

$$I_v = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 - 2X_M)}$$

Mặt khác: $(R_1 + jX_1 - jX_M)I_v - U_{hmAB} = E_1$

Vậy: $U_{hmAB} = -E_1 + (R_1 + jX_1 - jX_M)I_v$

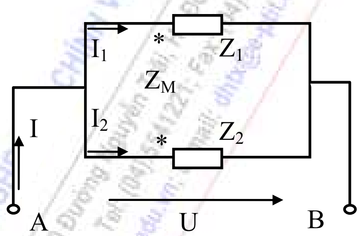


Hình 2.21a

-Bây giờ ta phải tính Z_{tdAB}. Sau khi ngắn mạch hai nguồn sđđ, nhìn từ cặp điểm AB có hai nhánh mạch như hình 2.21a. Do có tính đến ghép hỗ cảm nên ta không thể tính Z_{tdAB} theo quan niệm hai nhánh mạch ghép song song với nhau mà phải áp dụng phương pháp dòng điện vòng, đặt:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 + jX_1 \\ Z_2 = R_2 + jX_2 \\ Z_M = jX_M \end{cases}$$

khi đó sơ đồ hình 2.21a có thể vẽ lại như hình 2.21b:



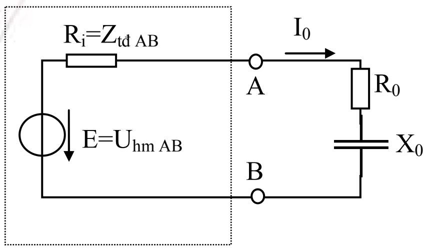
Hình 2.21b

$$Z_{tdAB} = \frac{\vec{U}}{\vec{I}}$$

theo kết quả của thí dụ đã xét trong chương I, áp dụng trong trường hợp cụ thể này ta có:

$$Z_{tdAB} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}$$

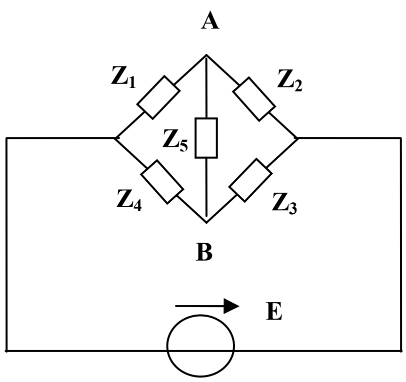
Như vậy theo sơ đồ tương đương Thevenine ở hình 2.21c ta tính được kết quả cuối cùng:



Hình 2.21c

$$I_0 = \frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB} + R_0 - jX_0}$$

Thí dụ 2.15 Cho mạch điện như hình 2.22. Hãy xác định các thông số của mạch Thevenine.



Hình 2.22

Giải:

-Hở mạch tải Z_5, ta xác định được sức điện động của nguồn tương đương là điện áp U_{AB} hở mạch:

$$E_{td} = E\left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4}\right) \quad \text{hay}$$

$$E_{td} = E\left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4}\right)$$

Ngắn mạch nguồn E, nhìn từ cặp điểm AB ta xác định được nội trở của nguồn tương đương:

$$Z_{td} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}$$

2.4 PHÂN TÍCH MẠCH TUYẾN TÍNH BẰNG NGUYÊN LÝ XẾP CHỒNG

Trong chương I chúng ta đã có dịp bàn đến khái niệm phần tử tuyến tính và mạch tuyến tính. Một trong những tính chất quan trọng nhất của loại mạch này là có thể áp dụng nguyên lý xếp chồng để phân tích các đáp ứng và các quá trình năng lượng xảy ra trong hệ thống.

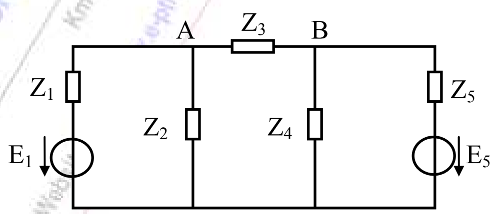
Nội dung nguyên lý xếp chồng

Trong hệ thống tuyến tính, nếu y_i là đáp ứng tương ứng với tác động x_i, thì $a.y_1+b.y_2$ sẽ là đáp ứng tương ứng với tác động $a.x_1+b.x_2$.

Cụ thể, nếu một mạch điện tuyến tính có chứa nhiều nguồn tác động, thì dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi tất cả các nguồn của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l bởi riêng các nguồn đặt trong mỗi vòng k của mạch. Hay nói một cách khác, dòng điện vòng sinh ra trong vòng l nào đó của mạch, bởi tất cả các nguồn của mạch bằng tổng các dòng điện vòng sinh ra trong vòng l đó bởi mỗi nguồn riêng rẽ của mạch (khi đó các nguồn không làm việc sẽ ngắn mạch nếu nó là nguồn sức điện động và hở mạch nếu nó là nguồn dòng).

Nguyên lý xếp chồng hoàn toàn đúng cho dòng điện nhánh, dòng điện vòng và cả điện áp nút. Việc mô tả nguyên lý này sẽ thông qua một số thí dụ minh hoạ dưới đây.

Thí dụ 2.16: Cho mạch điện tuyến tính như hình 2.23a, hãy tính dòng điện chạy qua Z_3 bằng cách áp dụng nguyên lý xếp chồng.



Hình 2.23a

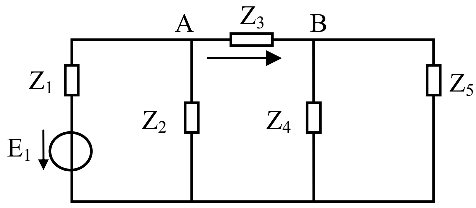
Giải: Nếu nguồn E_1 gây nên trong Z_3 một dòng điện I_{3E1} và nguồn E_5 gây nên trong Z_3 một dòng điện I_{3E5} thì dòng tổng qua Z_3 sẽ là sự xếp chồng của I_{3E1} và I_{3E5}.

-Để tính dòng I_{3E1} trước hết ta ngắn mạch nguồn E_5, khi đó mạch trở thành như hình 2.23b:

$$Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5}; \quad Z_{345} = Z_3 + Z_{45}$$

$$Z_{2345} = \frac{Z_2 Z_{345}}{Z_2 + Z_{345}}; \quad Z_{td1} = Z_1 + Z_{2345}$$

và như vậy: $I_{3E1} = \dfrac{E_1}{Z_{td1}} \dfrac{Z_2}{Z_2 + Z_{345}}$ (từ A sang B)

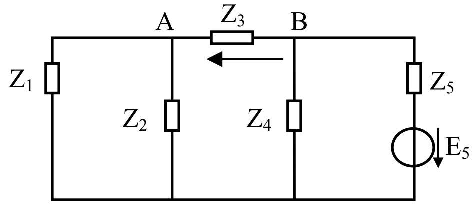


Hình 2.23b

-Để tính dòng I_{3E5} ta phải loại bỏ nguồn E_1, khi đó mạch trở thành như hình 2.23c. Với cách tính tương tự ta sẽ tính được:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}; \quad Z_{123} = Z_3 + Z_{12}$$

$$Z_{1234} = \frac{Z_4 Z_{123}}{Z_4 + Z_{123}}; \quad Z_{td5} = Z_5 + Z_{1234}$$

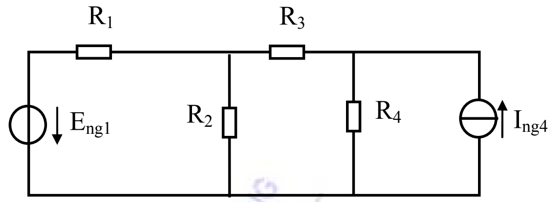


Hình 2.23c

và ta có: $I_{3E5} = \dfrac{E_5}{Z_{td5}} \dfrac{Z_4}{Z_4 + Z_{123}}$ (từ B sang A).

Như vậy nếu tính đến chiều dòng điện ta sẽ có:

$$I_3 = I_{3E1} - I_{3E5}$$



Hình 2.24a

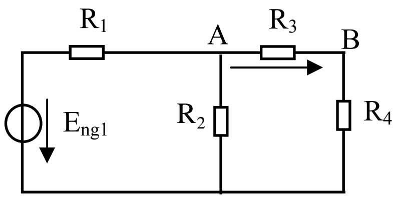
Thí dụ 2.17: cho mạch điện như hình 2.24a với các số liệu: $R_1 = R_2 = 4\Omega$; $R_3 = R_4 = 2\Omega$. $E_{ng1} = 6V$ (nguồn một chiều). $I_{ng4} = 3A$ (nguồn một chiều). Hãy tính dòng điện I_{R3}.

Giải: Mạch là tuyến tính, nên có thể vận dụng nguyên lý xếp chồng:

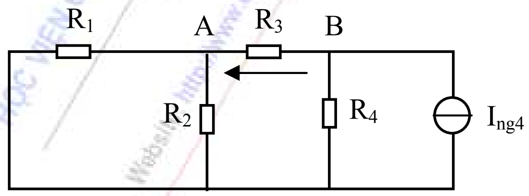
-Khi E1 tác động, I_{ng4} bị hở mạch, lúc này mạch có dạng như hình 2.24b:

Sau một vài phép tính đơn giản, ta có dòng điện trên R3 là $I_{3.1}$ =0,5A (chiều từ A sang B).

-Khi I_{ng4} tác động, E_1 bị ngắn mạch, lúc này mạch có dạng như hình 2.24c. Ta cũng dễ dàng tìm được dòng điện trên R3 là $I_{3.2}$ =1A (chiều từ B sang A).



Hình 2.24b



Hình 2.24c

- Vậy khi cả hai nguồn đồng thời tác động, ta có dòng điện tổng hợp trên R3 là:

$I_3 = I_{3.2} - I_{3.1} = 0,5A$ (chiều từ B sang A).

TỔNG HỢP NỘI DUNG CHƯƠNG II

- Phương pháp dòng điện nhánh, dòng điện vòng và điện áp nút là các phương pháp cơ bản để phân tích mạch.
- Phương pháp dòng điện nhánh vận dụng cả hai định luật Kirchhoff với ẩn số là các dòng điện nhánh, vì vậy số phương trình của mạch chính là số nhánh mạch. Phương pháp này không thuận lợi khi số nhánh của mạch tăng lên.
- Để giảm số phương trình của mạch, có thể sử dụng các phương pháp khác bằng cách đưa vào các ẩn số trung gian:

- Nếu ẩn trung gian là các dòng điện giả định chạy trong các vòng kín, thì hệ gồm N_{nh}-N_n+1 phương trình. Cơ sở là định luật kirchhof 2. Phương pháp này không thuận lợi đối với mạch có chứa nguồn dòng.
- Nếu ẩn trung gian là điện áp các nút, thì hệ gồm N_n-1 phương trình. Cơ sở là định luật kirchhof 1. Phương pháp này không thuận lợi đối với mạch có ghép hỗ cảm.

- Phương pháp biến đổi tương đương mạch điện (như phương pháp nguồn tương đương) có thể chuyển mạch điện có cấu trúc phức tạp về dạng cấu trúc cơ bản. Phương pháp này không thích hợp trong một số trường hợp ghép hỗ cảm.
- Với mạch tuyến tính chịu các tác động phức tạp, thì việc vận dụng nguyên lý xếp chồng cũng là một phương pháp làm đơn giản hóa quá trình phân tích và tính toán mạch. Khái niệm tuyến tính là mang tính tương đối.
- Việc vận dụng định lý Thevenine-Norton hoặc nguyên lý xếp chồng rất thích hợp để tìm đáp ứng trên một nhánh mạch đơn lẻ.
- Nói chung, việc vận dụng phương pháp phân tích nào để đạt được hiệu quả tối ưu là tùy thuộc vào từng mạch và yêu cầu của từng bài toán cụ thể.
- Có những bài toán, nếu cần thiết, có thể phải vận dụng nhiều phương pháp để đạt được kết quả nhanh nhất.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG II

2.1 Trong một mạch vòng khép kín, tổng đại số các sụt áp trên các nhánh:

a. luôn luôn khác không.

b. bằng không nếu có các dòng điện chảy trong mạch.

c. biến thiên phụ thuộc vào điện áp nguồn.

d. bằng không.

2.2 Một đoạn mạch mắc nối tiếp bao gồm 3 phần tử thụ động. Nếu điện áp nguồn cung cấp và sụt áp của hai phần tử đã biết, sụt áp của phần tử thứ ba:

a. không thể xác định được

b. bằng không

c. có thể xác định được bằng cách áp dụng định luật Kirchhoff về điện áp.

d. không phải các phương án trên

2.3 Nếu tính toán của bạn cho thấy tổng đại số các sụt áp trong một mạch vòng là khác không thì:

a. kết quả của bạn là đúng

b. mạch vòng đó có chứa nguồn

c. mạch vòng đó không chứa nguồn

d. tính toán của bạn chưa đúng

2.4 Cơ sở chính của phương pháp dòng điện vòng dựa vào :

a. Định luật Ohm

b. Định luật Kirchhoff về dòng điện

c. Định luật Kirchhoff về điện áp

d. Định lý Thevenine- Norton

2.5 Nếu khi giải mạch điện thu được dòng trong một nhánh mạch có giá trị âm thì:

a. Giá trị dòng điện là đúng nhưng chiều ban đầu của nó là không đúng.

b. Giá trị dòng điện là không đúng, nhưng chiều ban đầu là đúng.

c. Cả giá trị và chiều đều đúng.

d. Cả giá trị và chiều đều không đúng.

2.6 Khi phân tích một mạch điện có N_n nút và N_{nh} nhánh bằng phương pháp điện áp nút, thì số phương trình tạo ra là:

a. N_{nh}-1 phương trình độc lập

b. N_n-1 phương trình độc lập

c. N_{nh}-N_n-1 phương trình độc lập

d. N_{nh}- N_n+1 phương trình độc lập

2.7 Khi phân tích mạch điện tuyến tính áp dụng nguyên lý xếp chồng, thì:

a. Các nguồn điện phải được loại bỏ đồng thời

b. Lần lượt chỉ giữ lại một nguồn, các nguồn còn lại cần được loại bỏ.

c. Các nguồn được giữ nguyên

d. Các nguồn được cộng lại

2.8 Cơ sở phân tích mạch bằng phương pháp nguồn tương đương dựa vào :

a. Định lý Thevenine- Norton

b. Nguyên lý xếp chồng

c. Định luật Kirchhoff về dòng điện

d. Định luật Kirchhoff về điện áp

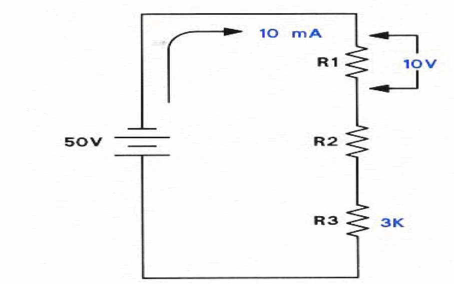
2.9 Trong mạch hình 2.25, áp dụng định luật Kirchhoff về điện áp, xác định điện áp rơi trên R2.

a. 50 Vdc

b. 25 Vdc

c. 15 Vdc

d. 10 Vdc



Hình 2.25

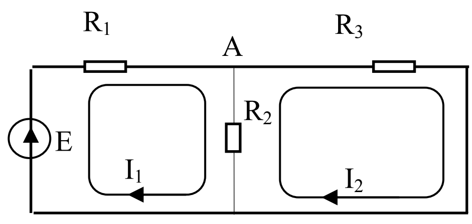
2.10 Hãy tìm phương trình nào dưới đây là không đúng đối với mạch điện hình 2.26?

a. $(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}).U_A=\frac{E}{R_1}$

b. $(R_1+R_2)\,I_1-R_2I_2=E$

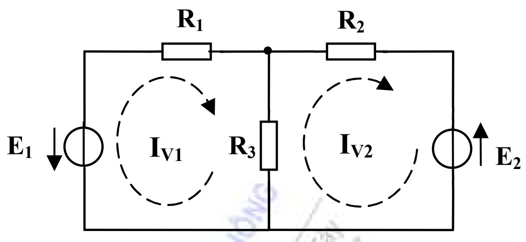
b. $-R_2I_1+(R_2+R_3)\,I_2=0$

d. $I_{R2}=I_1+I_2$



Hình 2.26

2.11 Cho mạch điện hình 2.27, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. Hãy viết các biểu thức dòng điện vòng cho mạch.

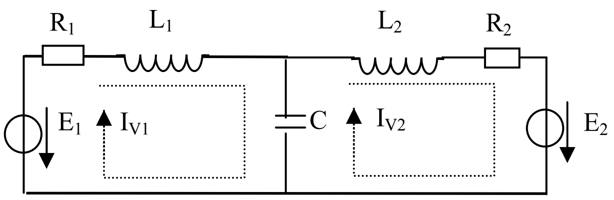


Hình 2.27

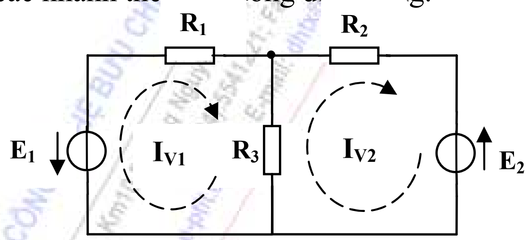
2.12 Cho mạch điện như hình 2.28:

a. Thành lập hệ phương trình dòng điện vòng cho mạch.

b. Dựa vào câu a, hãy viết công thức tính dòng trong các nhánh theo các dòng điện vòng.



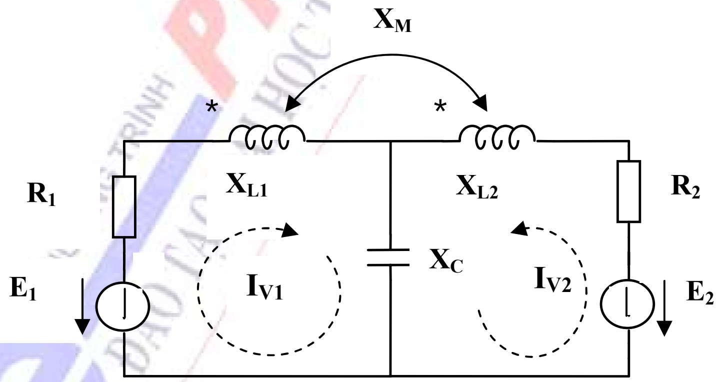
Hình 2.28



Hình 2.29

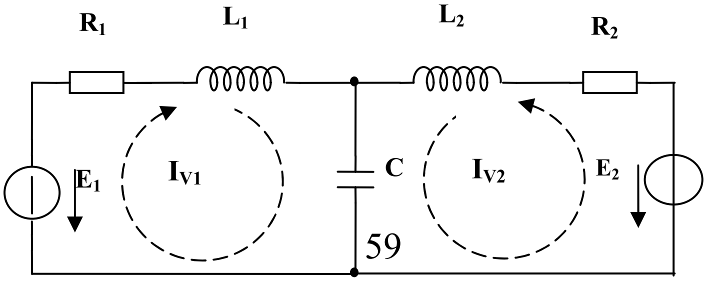
2.13 Cho mạch điện hình 2.29, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. $R_1=R_2=R_3=2\Omega$; $E_1=10$ V; $E_2=4$ V. Hãy xác định dòng điện trên các nhánh theo phương pháp dòng điện vòng ?

2.14 Cho mạch điện hình 2.30, chọn chiều dòng điện trong các vòng như hình vẽ. Hãy viết các biểu thức dòng điện vòng theo phương pháp dòng điện vòng ?



Hình 2.30

2.15 Cho mạch điện và chiều dòng điện trong các vòng như hình 2.31. Hãy viết các phương trình vòng theo phương pháp dòng điện vòng ?



Hình 2.31

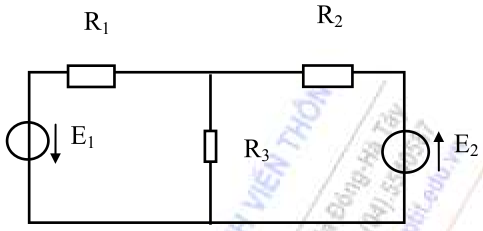
2.16 Mạch điện hình 2.32 với các số liệu:

$R_1 = R_2 = R_3 = 20\Omega$.

$E_1 = 3V$.

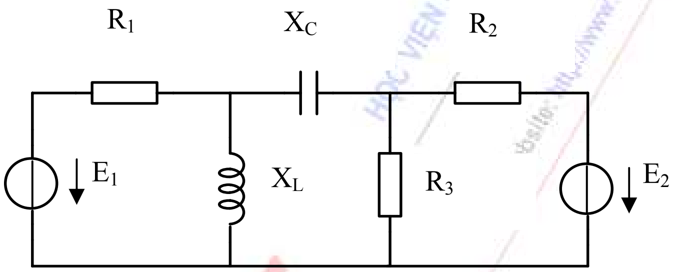
$E_2 = 6V$.

Hãy tính dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp điện áp nút.



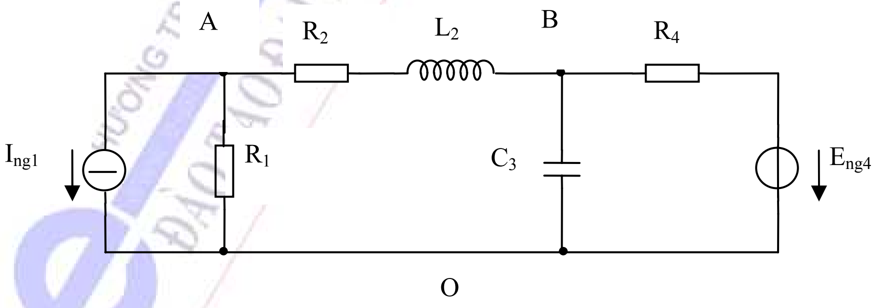
Hình 2.32

2.17 Cho mạch điện như hình 2.33. Chọn nút O là nút gốc, hãy viết các phương trình nút theo phương pháp điện áp nút ?



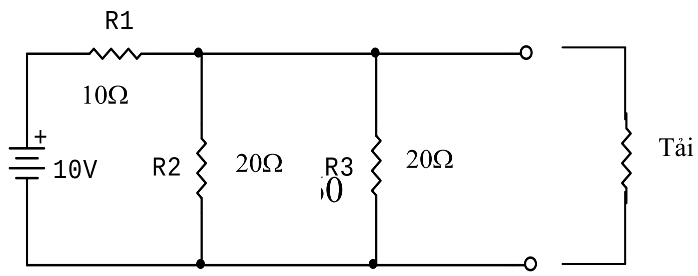
Hình 2.33

2.18 Cho mạch điện như hình 2.34. Chọn nút O làm nút gốc. Hãy viết các phương trình nút cho mạch theo phương pháp điện áp nút.

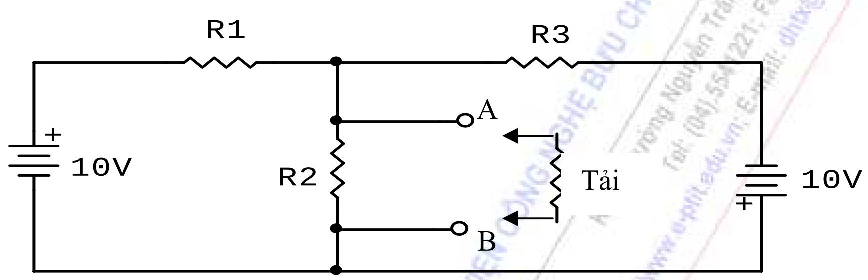


Hình 2.34

2.19 Cho mạch điện như hình 2.35. Tính điện áp E_{td} và nội trở trong R_{td} của nguồn tương đương khi chuyển sang mạch Thevenine.

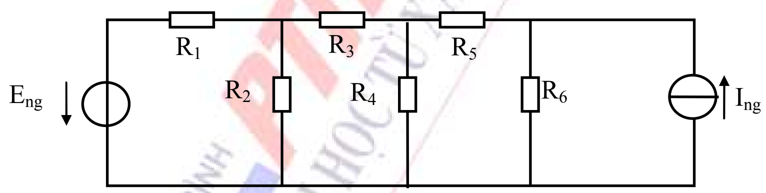


2.20: Xét mạch điện như hình 2.36. Tính điện áp E_{td} và nội trở trong R_{td} của nguồn tương đương khi chuyển sang mạch Thevenine.



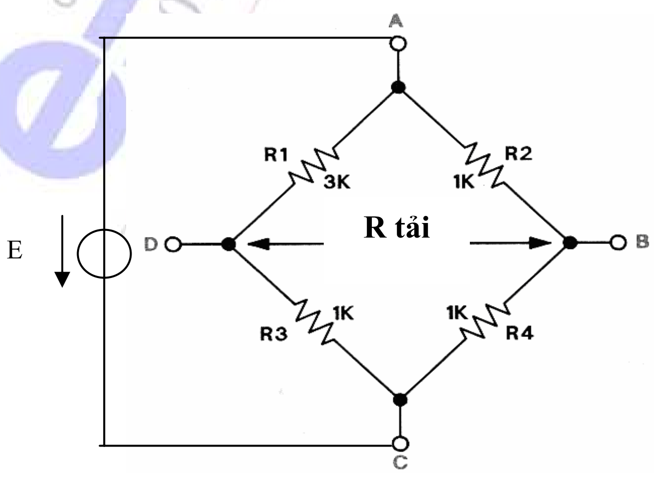
Hình 2.36

2.21 Cho mạch điện hình 2.37. Hãy tính dòng điện I_{R4} theo phương pháp nguồn tương đương với các số liệu I_{ng}= 4A; E_{ng} =6V; $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=2\Omega$.



Hình 2.37

2.22 Cho mạch điện như hình 2.38. Tính trở kháng tương đương R_{td} của mạch Thevenine.



Hình 2.38

2.23 Cho mạch điện như hình 2.39 với các số liệu:

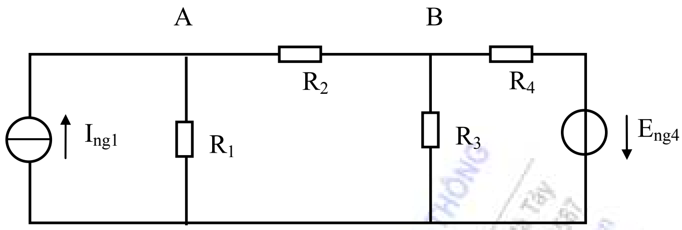
$R_1 = R_2 = 5\Omega$.

$R_3 = R_4 = 10\Omega$.

$I_{ng1} = 6A$.

$E_{ng4} = 15V$.

Hãy tính dòng điện i_{R2} bằng nguyên lý xếp chồng.



Hình 2.39

CHƯƠNG III

HIỆN TƯỢNG QUÁ ĐỘ TRONG CÁC MẠCH RLC

GIỚI THIỆU

Trong chương II chúng ta đã xét các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện ở chế độ xác lập, trong đó chủ yếu dựa vào hai định luật Kirchhoff về điện áp và dòng điện. Sang chương này sẽ đi sâu vào nghiên cứu phương pháp phân tích mạch điện ở chế độ quá độ. Cụ thể là các nội dung sau:

- Nhắc lại cơ bản về biến đổi Laplace của các tín hiệu liên tục, đặc biệt nhấn mạnh phương pháp biến đổi Laplace ngược.
- Rèn luyện kỹ năng phân tích các quá trình quá độ của mạch bằng phương pháp toán tử dựa trên cặp biến đổi Laplace.
- Đi sâu phân tích một số bài toán quá độ với các mạch RLC dưới tác động một chiều và xoay chiều.

NỘI DUNG

3.1 BIẾN ĐỔI LAPLACE

Như chúng ta đã biết, việc phân tích mạch điện trong miền thời gian đã gây nên những khó khăn về tính toán cho các phương trình vi phân và tích phân. Nhờ có cách biểu diễn trong miền tần số ω mà xuất phát của nó là cặp biến đổi Fourier, ta đã thay thế được các phép lấy tích phân và vi phân bằng các phép toán đại số:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt} \Rightarrow j\omega \\ \displaystyle\int dt \Rightarrow \dfrac{1}{j\omega} \end{cases}$$

Như vậy thực chất ở đây là người ta đã thực hiện toán tử hóa mạch điện bằng biến đổi Fourier. Trong mục này chúng ta sẽ xét phương pháp toán tử hóa mạch điện một cách tổng quát hơn, thông qua biến đổi Laplace. Các nội dung dưới đây sẽ được đề cập một cách ngắn gọn.

3.1.1 Biến đổi Laplace thuận

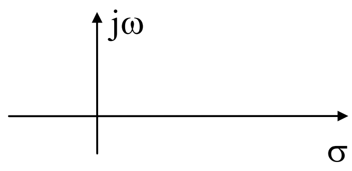
Biến đổi Laplace thuận (viết tắt là LT) của *hàm gốc f(t) trong miền thời gian* sẽ tương ứng là một *ảnh F(p) trong miền tần số phức p*, được tính theo công thức:

$$LT[f(t)] = F(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t).\exp(-pt).dt \tag{3.1}$$

trong đó p là một đại lượng phức được định nghĩa:

p= σ+jω và nó được biểu diễn trên mặt phẳng phức như hình 3.1.

Như vậy F(p) là một hàm phức của biến phức p. Có nghĩa là với mỗi giá trị phức $p_j = \sigma_j + j\omega_j$ ta sẽ có $F(p_j) = a_j + jb_j$ tổng quát cũng là một số phức.



Hình 3.1:
Mặt phẳng phức

Biến đổi Laplace một phía của f(t) được định nghĩa:

$$F(p) = \int_{0^-}^{\infty} f(t).\exp(-pt).dt \qquad (3.2)$$

trong đó F(p) chỉ phụ thuộc vào giá trị của f(t) với t≥0, bắt đầu từ lân cận trái 0^-. Khác với biến đổi hai phía, biến đổi Laplace một phía cho phép tổ hợp một cách rõ ràng các giá trị đầu của f(t) và các đạo hàm của nó vào trong miền làm việc p, do đó nó đặc biệt hữu dụng khi giải quyết các bài toán liên quan đến phương trình vi phân có điều kiện đầu. Vì vậy trong tài liệu này chỉ đề cập tới Biến đổi Laplace một phía.

Chú ý rằng mặc dù với mỗi hàm gốc x(t), ảnh F(p) tương ứng chỉ được định nghĩa cho các giá trị của biến phức p nằm trong vùng hội tụ (tức là vùng giá trị của p mà tại đó tích phân trong công thức trên tồn tại), nhưng trong hầu hết các áp dụng không cần thiết phải cân nhắc tới vùng hội tụ, vì vậy trừ trường hợp đặc biệt, vùng hội tụ của các biến đổi Laplace trong tài liệu này sẽ không được nhắc tới. Mặt khác, biến đổi Laplace là sự tổng quát hóa của biến đổi Fourier. Mặc dù một số trường hợp hàm số tồn tại biến đổi Laplace nhưng không tồn tại biến đổi Fourier, nhưng nói chung, có thể tính toán trực tiếp biến đổi Fourier từ biến đổi Laplace bằng cách thay thế p =j ω:

$$F(\omega) = F(p)\big|_{p=j\omega} \qquad (3.3)$$

3.1.2 Các tính chất của biến đổi Laplace

Ngoại trừ một vài tính chất, nói chung các tính chất của biến đổi Fourier cũng là tính chất của biến đổi Laplace. Sau đây là mô tả một số tính chất chủ yếu của biến đổi Laplace:

+Tính tuyến tính: Nếu $LT[x_1(t)]=X_1(p)$ và $LT[x_2(t)]=X_2(p)$, ta có:

$$LT[a.x_1(t) + bx_2(t)] = aX_1(p) + bX_2(p) \qquad (3.4)$$

+Dịch phải trong miền thời gian: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì với số thực dương a bất kỳ, ta có:

$$LT[x(t-a).u(t-a)] = e^{-ap}.X(p) \qquad (3.5)$$

chú ý rằng không có kết quả cho trường hợp dịch trái trong miền thời gian

+Thay đổi thang tỉ lệ trong miền thời gian: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì với số thực dương a, ta có:

$$LT[x(at)] = \frac{1}{a}.X\left(\frac{p}{a}\right) \qquad (3.6)$$

+Nhân với hàm mũ: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì với số a thực hoặc phức bất kỳ, ta có:

$$LT[e^{-at}.x(t)] = X(p+a) \qquad (3.7)$$

+Nhân với hàm điều hòa: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì với số thực ω bất kỳ, ta có:

$$LT[x(t).\sin\omega t] = \frac{j}{2}[X(p+j\omega) - X(p-j\omega)] \qquad (3.8)$$

$$LT[x(t).\cos\omega t] = \frac{1}{2}[X(p+j\omega) + X(p-j\omega)] \qquad (3.9)$$

+Vi phân trong miền thời gian: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì ta có:

$$LT[\frac{d}{dt}x(t)] = p.X(p) - x(0) \qquad (3.10)$$

$$LT[\frac{d^2}{dt^2}x(t)] = p^2.X(p) - p.x(0^-) - x^{'}(0^-) \qquad (3.11)$$

+Tích phân trong miền thời gian: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì ta có:

$$LT[\int_{0^-}^{t} x(t)dt] = \frac{1}{p}.X(p) \qquad (3.12)$$

+Giá trị đầu: Nếu LT[x(t)]=X(p) thì ta có:

$$x(0^+) = \lim_{p\to\infty}[p.X(p)] \qquad (3.13)$$

$$x^{'}(0^+) = \lim_{p\to\infty}[p^2.X(p) - p.x(0^+)] \qquad (3.14)$$

+Giá trị cuối: Giả sử LT[x(t)]=X(p), nếu tồn tại $\lim_{t\to\infty}[x(t)]$ thì ta có:

$$\lim_{t\to\infty}[x(t)] = \lim_{p\to 0}[p.X(p)] \qquad (3.15)$$

cần cẩn thận khi áp dụng định lý này, bởi vì có tồn tại giới hạn bên vế phải nhưng chưa hẳn đã tồn giới hạn bên vế trái.

3.1.3 Biến đổi Laplace của một số hàm thường dùng

	Hàm gốc f(t)	**Ảnh F(p)**
1.	a.u(t) hay a.1(t)	$\frac{a}{p}$
2.	t^n.u(t)	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
3.	δ(t)	1
4.	($\cos\omega_0 t$).u(t)	$\frac{p}{p^2+\omega_0^2}$
5.	($\sin\omega_0 t$).u(t)	$\frac{\omega_0}{p^2+\omega_0^2}$
6.	exp(-at).u(t)	$\frac{1}{p+a}$
7.	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\exp(-at)$ .u(t)	$\frac{1}{(p+a)^n}$ với n=1,2,3...
8.	exp(-at).cosωt.u(t)	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
9.	exp(-at).sinωt.u(t)	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$

Đây là bảng biến đổi Laplace của một số hàm thường gặp. Trong bảng, trừ trường hợp đầu tiên, việc sử dụng hàm bước nhảy đơn vị u(t) thực chất là để loại bỏ phần ứng với t<0 của tín hiệu.

3.1.4 Biến đổi Laplace ngược, phương pháp Heaviside

3.1.4.1 Biến đổi Laplace ngược

Từ ảnh F(p), ta có thể tìm lại hàm gốc trong miền thời gian theo công thức biến đổi Laplace ngược (viết tắt là LT^{-1}):

$$f(t) = LT^{-1}[F(p)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega} F(p).\exp(pt)dp \qquad (3.16)$$

trong đó c là một số thực bất kỳ sao cho tích phân trên theo đường p=c+jω (từ c-j∞ đến c+j∞) nằm trong vùng hội tụ. Việc tính trực tiếp f(t) theo công thức tích phân LT^{-1} thường rất khó khăn, vì vậy phần sau ta sẽ chỉ tập trung nghiên cứu một giải pháp đại số để thay thế cho việc tính tích phân, đó là phương pháp Heaviside. Phương pháp này áp dụng cho trường hợp F(p) có dạng phân thức hữu tỉ. Trước hết ta cần bắt đầu từ một số khái niệm liên quan.

3.1.4.2 Dạng phân thức của ảnh F(p)

Một lớp nhiều trường hợp các biến đổi Laplace của tín hiệu sẽ cho ảnh F(p) là một phân thức hữu tỷ và thường được đưa về dạng chuẩn tắc:

$$F(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \ \dots \ + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n} = \frac{\sum_{r=0}^{m} b_r p^r}{\sum_{q=0}^{n} a_q p^q} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \qquad (3.17)$$

trong đó a_n=1 và bậc của mẫu số lớn hơn bậc của tử số (n >m).

Điểm không của F(p) là các điểm p_i là nghiệm của đa thức $H_1(p)$ và đương nhiên tại đó $F(p_i)=0$. Điểm cực của hàm mạch là các điểm p_k là nghiệm của đa thức $H_2(p)$ và tại đó $F(p_k)=\infty$. Các giá trị p_i và p_k có thể là nghiệm đơn hay nghiệm bội, có thể là nghiệm thực hay các cặp nghiệm phức liên hợp, và sẽ phức tạp hơn nếu có tổ hợp nhiều loại nghiệm.

3.1.4.3 Phương pháp Heaviside

Ý tưởng của Heaviside là xuất phát từ hàm mạch F(p) có dạng phân thức hữu tỷ, để tìm ra hàm gốc f(t) trước hết phải phân tích F(p) thành những phân thức tối giản. Sau đó dựa vào bảng các hàm gốc - ảnh cơ bản đã biết để xác định các hàm gốc thành phần, sau đó sử dụng tính chất tuyến tính của biến đổi Laplace để tổng hợp. Để phân tích thành các phân thức tối giản, ta sẽ phải xét tới các điểm cực p_k là nghiệm của $H_2(p)$. Sau đây là một số trường hợp thường gặp:

a. Trường hợp $H_2(p)$ chỉ có các nghiệm đơn:

Viết lại $H_2(p)$ dưới dạng tích: $H_2(p)=(p-p_1)(p-p_2)\ \dots\ (p-p_n)$

Khi đó có thể khai triển:

$$F(p) = \frac{A_1}{p-p_1} + \frac{A_2}{p-p_2} + \dots + \frac{A_n}{p-p_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{p-p_k}$$

Theo hàm gốc - ảnh (trường hợp số 6): $\frac{1}{p-p_k} \xrightarrow{LT^{-1}} \exp(p_k t)$

Vậy khi F(p) chỉ có các nghiệm đơn ta có:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} A_k . e^{p_k t} \tag{3.18}$$

Trong đó các hệ số A_k được tính theo biểu thức:

$$A_k = Lim_{p \to p_k}[F(p).(p-p_k)] = \frac{H_1(p_k)}{H_2^{'}(p_k)} \tag{3.19}$$

Để chứng minh A_k có dạng (3.19) ta nhân cả hai vế của (3.19) với $(p-p_k)$:

$$F(p).(p-p_k) = \frac{A_1}{p-p_1}(p-p_k) + ... + A_k + ... + \frac{A_n}{p-p_n}(p-p_k)$$

khi cho $p \to p_k$ thì vế phải của biểu thức trên chỉ còn lại A_k do đó:

$$A_k = \lim_{p \to p_k}[F(p).(p-p_k)] = \lim_{p \to p_k}[\frac{H_1(p)}{H_2(p)}(p-p_k)]$$

giới hạn trên có dạng $\frac{0}{0}$, áp dụng quy tắc lôpital ta có:

$$A_k = \lim_{p \to p_k} \frac{[H_1(p).(p-p_k)]'}{H_2^{'}(p)} = \lim_{p \to p_k}[\frac{H_1^{'}(p)(p-p_k) + H_1(p)}{H_2^{'}(p)}] = \frac{H_1(p_k)}{H_2^{'}(p_k)}$$

vậy công thức đã được chứng minh.

Thí dụ 3.1: Tìm hàm gốc khi biết $F(p) = \frac{3p+6}{p^3+4p^2+3p}$

Giải: Phân tích $F(p) = \frac{3p+6}{p^3+4p^2+3p} = \frac{3p+6}{p(p+1)(p+3)} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$

Như vậy $H_2(p)$ có 3 nghiệm đơn $p_1=0$, $p_2=-1$, $p_3=-3$. Do đó:

$$F(p) = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p+1} + \frac{A_3}{p+3}$$

$$A_1 = \underset{p \to p_1}{Lim}[F(p).(p-p_1)] = \left.\frac{3p+6}{(p+1)(p+3)}\right|_{p=0} = 2$$

$$A_2 = \underset{p \to p_2}{Lim}[F(p).(p-p_2)] = \left.\frac{3p+6}{p(p+3)}\right|_{p=-1} = -\frac{3}{2}$$

$$A_3 = \underset{p \to p_3}{Lim}[F(p).(p-p_3)] = \left.\frac{3p+6}{p(p+1)}\right|_{p=-3} = -\frac{1}{2}$$

Vậy ta có: $f(t) = 2 - \frac{3}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}$, t ≥ 0

Thí dụ 3.2: Tính u(t) nếu biết ảnh của nó là:

$$U(p) = \frac{p^2 + 1}{p(2p+4)(3p+9)(4p+16)}$$

Giải: Trước hết ta xử lý đưa mẫu số về dạng chuẩn với các hệ số bằng 1 và đặt hàm mạch:

$$U(p) = \frac{p^2 + 1}{2.3.4.p.(p+2)(p+3)(p+4)} = \frac{\frac{p^2+1}{24}}{p(p+2)(p+3)(p+4)} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

Nghiệm của $H_2(p)$ là các nghiệm đơn nằm bên trái mặt phẳng phức: $p_1=0$, $p_2=-2$, $p_3=-3$, $p_4=-4$.

Từ công thức Heaviside cho trường hợp nghiệm đơn ta có:

$$u(t) = \frac{H_1(p_1)}{H_2'(p_1)}e^{p_1 t} + \frac{H_1(p_2)}{H_2'(p_2)}e^{p_2 t} + \frac{H_1(p_3)}{H_2'(p_3)}e^{p_3 t} + \frac{H_1(p_4)}{H_2'(p_4)}e^{p_4 t}$$

Thay số ta được: $u(t) = \frac{1}{576} - \frac{5}{96}e^{-2t} + \frac{5}{36}e^{-3t} - \frac{17}{192}e^{-4t}$, t ≥ 0

b. Trường hợp $H_2(p)$ có cặp nghiệm phức liên hợp:

$$p_k = \sigma_k + j\omega_k \text{ và } p^*_k = \sigma_k - j\omega_k \quad (3.20)$$

khi đó $H_2(p)$ có thể viết dưới dạng: $H_2(p) = (p - p_k)(p - p_k^*)$

Coi như trường hợp hai nghiệm đơn, ta có: $F(p) = \frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_k^*}{p - p_k^*}$

Do đó, ta có:

$$f(t) = A_k e^{p_k t} + A_k^* e^{p_k^* t} = 2|A_k|.e^{\sigma_k t}.\cos(\omega_k t + \arg A_k) \quad (3.21)$$

Trong đó: $$A_k = \lim_{p \to p_k}[F(p).(p - p_k)] = \frac{H_1(p_k)}{H_2'(p_k)} \quad (3.22)$$

$$\begin{cases} |A_k| = \left|\frac{H_1(p_k)}{H_2'(p_k)}\right| \\ \arg A_k = \arg\left\{\frac{H_1(p_k)}{H_2'(p_k)}\right\} \end{cases} \quad (3.23)$$

Thí dụ 3.3: Tính u(t) nếu biết ảnh của nó là $U(p) = \frac{p}{p^2 + 4}$

Giải: Đặt hàm mạch có dạng: $U(p) = \frac{p}{p^2+4} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$

$H_2(p) = p^2+4$ có nghiệm phức liên hợp:

$$\begin{cases} p_k = 2j \\ p_k^* = -2j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_k = 0 \\ \omega_k = 2 \end{cases}$$

$$A_k = \lim_{p \to p_k} [F(p).(p - p_k)] = \frac{p_k}{2p_k} = \frac{1}{2}.e^{j0} \qquad \Rightarrow \begin{cases} |A_k| = \frac{1}{2} \\ \arg\{A_k\} = 0 \end{cases}$$

Vậy $\quad u(t) = 2|A_k|e^{\sigma_k t}\cos(\omega_k t + \arg A_k) = 2\frac{1}{2}e^{0t}\cos(2t + 0) = \cos 2t$

c.Trường hợp $H_2(p)$ có nghiệm bội p_l (bội r):

$H_2(p)$ có thể viết dưới dạng: $\quad H_2(p)=(p-p_l)^r$

Lúc đó F(p) có thể khai triển dưới dạng:

$$F(p) = \frac{A_{l_0} + A_{l_1}(p - p_l) + ... + A_{l_{r-1}}(p - p_l)^{r-1}}{(p - p_l)^r}$$

Viết lại ta có:

$$F(p) = \frac{A_{l_0}}{(p - p_l)^r} + \frac{A_{l_1}}{(p - p_l)^{r-1}} + ... + \frac{A_{l_{r-1}}}{(p - p_l)} = \sum_{i=0}^{r-1} \frac{A_{l_i}}{(p - p_l)^{r-i}} \qquad (3.24)$$

Nếu p_l là số thực, từ bảng hàm gốc - ảnh ta suy ra được:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{r-1} A_{l_i}.\frac{t^{r-i-1}}{(r-i-1)!}e^{p_l t} \qquad (3.25)$$

Cách xác định A_{l_i} : Nhân cả hai vế của (3.24) với $(p - p_l)^r$ khi đó:

$$A_{l_0} = \lim_{p \to p_l}[F(p).(p - p_l)^r]$$

$$A_{l_1} = \lim_{p \to p_l}\frac{d}{dp}[F(p).(p - p_l)^r]$$

$$A_{l_2} = \frac{1}{2}\lim_{p \to p_l}\frac{d^2}{dp^2}[F(p).(p - p_l)^r]$$

Tổng quát hoá ta có:

$$A_{l_i} = \frac{1}{i!}\lim_{p \to p_l}\frac{d^i}{dp^i}[F(p).(p - p_l)^r] \qquad (3.26)$$

Thí dụ 3.4: Tính u(t) nếu biết ảnh của nó là $U(p) = \frac{2}{p^2}$

Giải: $H_2(p) = p^2$ có nghiệm $p_1=0$ (bội r=2), do đó có thể triển khai:

$$U(p) = \frac{A_{l_0}}{(p - p_l)^2} + \frac{A_{l_1}}{(p - p_l)}$$

suy ra $u(t) = A_{l_0}\dfrac{t}{1!}e^{p_1 t} + A_{l_1}\dfrac{t^0}{0!}e^{p_1 t}$

trong đó $A_{l_0} = \dfrac{1}{0!}\lim_{p\to p_1}\dfrac{d^0}{dp^0}[\dfrac{2}{p^2}p^2] = 2$

$$A_{l_1} = \frac{1}{1!}\lim_{p\to p_1}\frac{d}{dp}[2] = 0$$

Vậy $u(t)= 2.t.e^{0t} +0.e^{0t} = 2t$

-*Chú ý:* Trong trường hợp $H_2(p)$ có nhiều loại nghiệm thì hàm gốc cần tìm chính là sự xếp chồng của các hàm gốc thành phần.

Thí dụ 3.5: Tính hàm gốc nếu biết ảnh của nó: $F(p) = \dfrac{p^2 - 2p + 1}{(p^2 + 2p + 2)(p+1)}$

Giải: $F(p) = \dfrac{p^2 - 2p + 1}{(p^2 + 2p + 2)(p+1)} = \dfrac{p^2 - 2p + 1}{(p+1-j)(p+1+j)(p+1)} = \dfrac{H_1(p)}{H_2(p)}$

$H_2(p)$ có cặp nghiệm phức $p_k=-1+j$, $p_k^*=-1-j$, và nghiệm đơn $p_3=-1$ nên có thể khai triển:

$$F(p) = \frac{A_k}{p - p_k} + \frac{A_k^*}{p - p_k^*} + \frac{A_3}{p - p_3}$$

Vậy ta có: $f(t) = 2|A_k|.e^{\sigma_k t}.\cos(\omega_k t + \arg A_k) + A_3.e^{p_3 t}$

Trong đó các hệ số được tính theo biểu thức:

$$A_k = \underset{p\to -1+j}{Lim}[F(p).(p+1-j)] = -\frac{3}{2} + 2j = \frac{5}{2}.e^{j(180^0 + arctg\frac{-4}{3})}$$

$$A_3 = \underset{p\to -1}{Lim}[F(p).(p+1)] = 4$$

Thay số ta có: $f(t) = 5.e^{-t}.\cos[t + (180^o + arctg\dfrac{-4}{3})] + 4.e^{-t}$, $t \ge 0$

Thí dụ 3.6: Tính i(t) nếu biết ảnh của nó: $I(p) = \dfrac{p+1}{(p+2)(p^2+9)}$

Giải: Đặt hàm mạch: $I(p) = \dfrac{p+1}{(p+2)(p^2+9)} = \dfrac{H_1(p)}{H_2(p)}$

Nghiệm của $H_2(p)=(p+2)(p^2+9)$ là: $\begin{cases} p_1 = -2 \\ p_2 = \pm 3j \Rightarrow \begin{cases}\sigma = 0 \\ \omega = 3\end{cases}\end{cases}$

Vậy $i(t) = \dfrac{H_1(p_1)}{H_2'(p_1)}e^{p_1 t} + 2\left|\dfrac{H_1(p_2)}{H_2'(p_2)}\right|e^{\sigma t}\cos(\omega t + \varphi)$

trong đó $$\frac{H_1(p_1)}{H_2^{'}(p_1)} = \frac{p_1+1}{p_1^2+9} = -\frac{1}{13} = -0{,}08$$

và $$\frac{H_1(p_2)}{H_2^{'}(p_2)} = \frac{p_2+1}{(p_2^2+9)+2p_2(p_2+2)} = \frac{1}{2}.\frac{1+3j}{-9+6j}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left|\frac{H_1(p_2)}{H_2^{'}(p_2)}\right| = \left|\frac{1}{2}.\frac{1+3j}{-9+6j}\right| = \frac{1}{234}\sqrt{9^2+33^2} = \frac{1}{234}\sqrt{1170} = \frac{34{,}2}{234} \approx 0{,}15 \\ \varphi = \arg\left\{\frac{H_1(p_2)}{H_2^{'}(p_2)}\right\} = \arg\left\{\frac{1}{2}.\frac{1+3j}{-9+6j}\right\} = arctg(-\frac{33}{9}) = -arctg3{,}37 \end{cases}$$

Thay số: $$i(t) = -0{,}08e^{-2t} + 0{,}3\cos(3t - \mathrm{arctg}3{,}37)$$

Thí dụ 3.7: Tính f(t) nếu biết ảnh của nó: $F(p) = \dfrac{10^9}{p^2\left(p+10^4\right)}$

Giải: $$F(p) = \frac{10^9}{p^2\left(p+10^4\right)} = \frac{A_{l0}}{p^2} + \frac{A_{l1}}{p} + \frac{A_3}{p+10^4}$$

Trong đó: $$A_3 = \lim_{p\to -10^4}[F(p).(p+10^4)] = 10$$

$$A_{l_0} = \frac{1}{0!}\lim_{p\to 0}\frac{d^0}{dp^0}[F(p).p^2] = 10^5$$

$$A_{l_1} = \frac{1}{1!}\lim_{p\to 0}\frac{d}{dp}[F(p).p^2] = -10$$

Vậy: $$f(t) = 10^5 t - 10(1 - e^{-10^4 t})$$

Thí dụ 3.8: Tính i(t) nếu biết ảnh của nó là:

$$I(p) = \frac{p}{(p+1)(p+3)^2}$$

Giải: đặt hàm mạch:

$$I(p) = \frac{p}{(p+1)(p+3)^2} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

$H_2(p)$ có nghiệm đơn p_1=-1 và nghiệm bội p_2=-3 (bội r=2). Vậy theo tính chất xếp chồng ta có:

$$i(t) = \frac{H_1(p_1)}{H_2^{'}(p_1)}e^{p_1 t} + A_{1_0}\frac{t}{1!}e^{p_2 t} + A_{1_1}\frac{1}{0!}e^{p_2 t}$$

trong đó:

$$A_{1_0} = \frac{1}{0!}\lim_{p\to -3}\frac{d^0}{dp^0}[\frac{p}{p+1}] = \left.\frac{p}{p+1}\right|_{p\to -3} = \frac{3}{2}$$

$$A_{1_1} = \frac{1}{1!}\lim_{p\to -3}\frac{d}{dp}[\frac{p}{p+1}] = \lim_{p\to -3}[\frac{p+1-p}{(p+1)^2}] = \frac{1}{4}$$

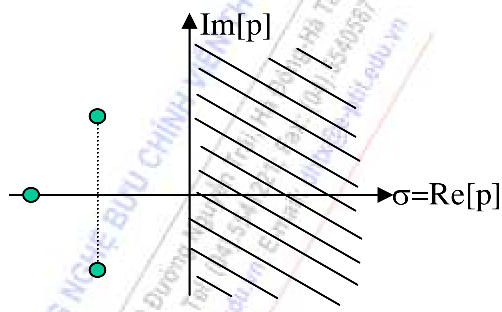
Vậy: $$i(t) = -\frac{1}{4}e^{-t} + \frac{3}{2}t.e^{-3t} + \frac{1}{4}e^{-3t}$$

3.1.5 Mối quan hệ giữa vị trí các điểm cực và tính xác lập của hàm gốc

Giới hạn khi t→∞ của f(t) có thể tính được từ vị trí các điểm cực của F(p) trên mặt phẳng phức hình 3.2. Về mặt toán học, ta có thể chứng minh được rằng:

Điều kiện cần để f(t) không tiến tới vô hạn khi t→∞ là các điểm cực phải nằm bên nửa trái mặt phẳng phức, cùng lắm là trên trục ảo.

Hàm gốc f(t) sẽ hội tụ về 0 khi t→∞ khi và chỉ khi mọi điểm cực nằm trên nửa trái mặt phẳng phức, tức là $Re[p_k]<0$, k=1,2, ...,n.



Hình 3.2: Minh họa vị trí điểm cực

Tồn tại giới hạn f(t) khi t→∞ khi và chỉ khi mọi điểm cực nằm trên nửa trái mặt phẳng phức, ngoại trừ có một điểm cực đơn nằm tại gốc. Giới hạn đó chính là hệ số tương ứng với điểm cực tại gốc và được tính theo công thức tính giá trị cuối đã biết:

$$\lim_{t\to\infty}[f(t)] = \lim_{p\to 0}[p.F(p)] = [p.F(p)]_{p=0} \qquad (3.27)$$

Thí dụ, ảnh đã xét trong mục trước:

$$F(p) = \frac{3p+6}{p(p+1)(p+3)} = \frac{A_1}{p} + \frac{A_2}{p+1} + \frac{A_3}{p+3}$$

F(p) có một điểm cực nằm tại gốc (p_1=0), các điểm cực còn lại nằm trên nửa mặt phẳng trái (p_2=-1, p_3=-3), do đó tồn tại giới hạn f(t) khi t→∞. Giới hạn đó chính bằng:

$$A_1 = \lim_{p\to p_1}[F(p).(p-p_1)] = \left.\frac{3p+6}{(p+1)(p+3)}\right|_{p=0} = 2$$

Bạn có thể kiểm chứng lại trên hàm gốc của nó:

$$f(t) = 2 - \frac{3}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}, \quad t \ge 0$$

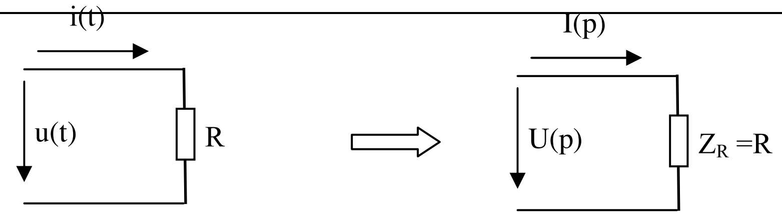
3.2 CÁC THÔNG SỐ CỦA MẠCH ĐIỆN TRONG MIỀN P

3.2.1 Mô hình các phần tử thụ động trong miền p

Bây giờ ta xét tới mô hình của các phần tử thụ động và cách biểu diễn trở kháng và dẫn nạp của chúng trong miền tần số phức p. Việc chuyển mô hình một phần tử từ miền thời gian sang miền p được khởi đầu từ việc Laplace hóa phương trình trạng thái của nó trong miền thời gian.

-Đối với phần tử thuần trở: Laplace hóa phương trình từ miền thời gian:

$$u(t) = R.i(t) \quad \Rightarrow \quad U(p) = R.I(p)$$



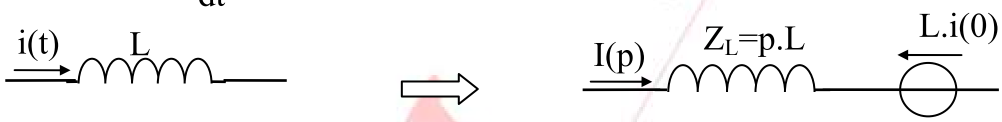
Hình 3.3: Laplace hóa mô hình điện trở

Vậy mô hình của điện trở trong miền thời gian và miền p có dạng như hình 3.3. Trở kháng và dẫn nạp của điện trở trong miền p có dạng:

$$Z_R(p) = R, \qquad Y_R(p) = \frac{1}{R} \tag{3.28}$$

- Đối với phần tử thuần cảm: Phương trình và mô hình phần tử điện cảm trong miền thời gian và miền p có dạng như hình 3.4. Trong đó i(0) là dòng điện tại thời điểm ban đầu và gọi là điều kiện đầu, còn thành phần L.i(0) đóng vai trò là một nguồn sđđ được sinh ra do điều kiện đầu của phần tử thuần cảm, ngược chiều U(p).

$$u(t) = L\frac{di}{dt} \qquad\qquad U(p) = pL.I(p) - L.i(0)$$



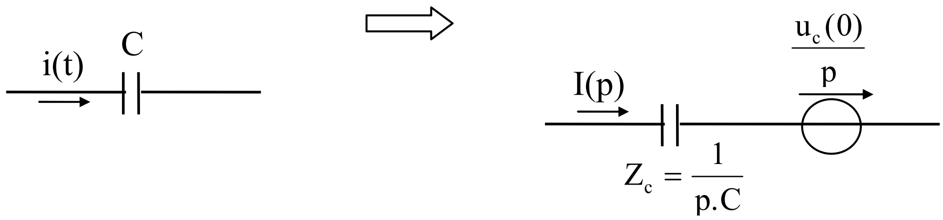
Hình 3.4: Laplace hóa mô hình điện cảm

Trở kháng và dẫn nạp của điện cảm trong miền p có dạng:

$$Z_L(p) = pL, \qquad Y_L(p) = \frac{1}{pL} \tag{3.29}$$

- Đối với phần tử thuần dung: Phương trình và mô hình phần tử điện dung trong miền thời gian và miền p có dạng như hình 3.5. Trong đó $u_c(0)$ là điện áp tại thời điểm ban đầu và gọi là điều kiện đầu, còn thành phần $\frac{u_c(0)}{p}$ đóng vai trò là một nguồn sđđ được sinh ra do điều kiện đầu của phần tử thuần dung, cùng chiều U(p) .

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + u_c(0) \qquad\qquad U(p) = Z_c.I(p) + \frac{u_c(0)}{p}$$



Hình 3.5: Laplace hóa mô hình điện dung

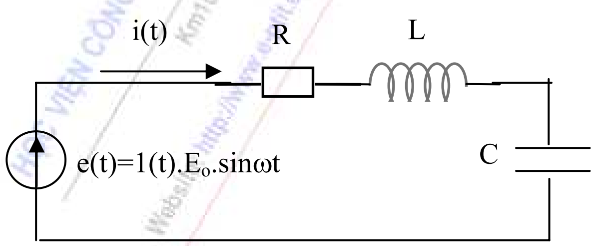
Trở kháng và dẫn nạp của điện dung trong miền p có dạng:

$$Z_C(p) = \frac{1}{pC}, \qquad Y_C(p) = pC \tag{3.30}$$

-*Chú ý :* Trở kháng và dẫn nạp của các phần tử thụ động trong miền tần số thường ω hoàn toàn có thể suy ra từ cách biểu diễn trong miền tần số phức p bằng sự thay thế p =jω.

$$\begin{cases} Z_R = R \\ Z_c = \dfrac{1}{j\omega C} \\ Z_L = j\omega L \\ Z_M = j\omega M \end{cases} \xrightarrow{p=j\omega} \begin{cases} Z_R = R \\ Z_c = \dfrac{1}{pC} \\ Z_L = pL \\ Z_M = pM \end{cases}$$

Trở kháng của các phần tử quán tính thụ động trong miền tần số phức p chỉ được tính bằng biểu thức Z=U(p)/I(p) khi năng lượng ban đầu trong phần tử đó bằng không.



Hình 3.6

3.2.2 Nguyên tắc chuyển các thông số của mạch từ miền thời gian sang miền p

-Lấy biến đổi Laplace hệ phương trình đặc trưng của mạch trong miền thời gian, chú ý tới trạng thái ban đầu trong các phần tử quán tính thụ động.

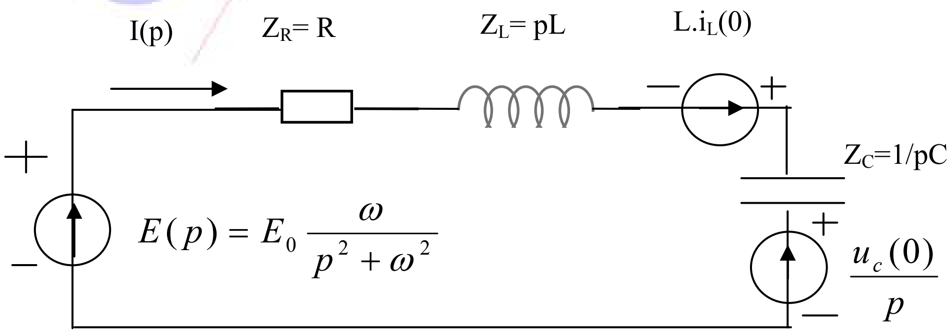
- Chuyển mô hình các thông số của mạch sang miền p.

Thí dụ 3.9: Xét mạch điện hình 3.6. Phương trình đặc trưng của mạch trong miền thời gian khi xét tới điều kiện đầu $i_L(0)$ và $u_C(0)$ được viết dưới dạng:

$$e(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t).dt + u_c(0)$$

Lấy biến đổi Laplace phương trình của mạch trong miền thời gian:

$$E(p) = U_R(p) + U_L(p) + U_C(p) = R.I(p) + pL.I(p) - L.i_L(0) + \frac{1}{pC}.I(p) + \frac{u_c(0)}{p}$$



Hình 3.7

Sau khi thực hiện Laplace hóa các thông số dòng điện và điện áp trong mạch, mô hình mạch điện trong miền p có dạng như hình 3.7.

3.3 ỨNG DỤNG BIẾN ĐỔI LAPLACE ĐỂ GIẢI CÁC BÀI TOÁN MẠCH QUÁ ĐỘ RLC

3.3.1 Khái niệm chung

***a-Quá trình quá độ*:** Quá trình quá độ trong mạch điện là quá trình mạch chuyển từ trạng thái ban đầu này tới một trạng thái xác lập khác dưới một tác động kích thích nào đó. Bài toán quá độ là bài toán tìm các quá trình quá độ xảy ra trong mạch điện. Về mặt lý thuyết, thời gian quá độ của mạch là vô cùng lớn, song trong thực tế thường chỉ tính bằng đơn vị nano giây đến mili giây. Thông thường loại bài toán này gắn liền với một khoá đóng ngắt các nhánh mạch hoặc là nguồn tác động làm việc ở chế độ đột biến. Thời điểm trong mạch xảy ra đột biến thường được quy ước làm gốc (t=0). Về mặt hình thức, quá trình quá độ trong mạch có thể coi như sự xếp chồng của dao động tự do và dao động cưỡng bức. Đối với các hệ ổn định tĩnh, dao động tự do không có nguồn duy trì nên tắt dần theo thời gian. Khi dao động tự do tắt hẳn, trong mạch chỉ còn lại dao động cưỡng bức và khi đó mạch đạt đến trạng thái xác lập mới. Đối với các hệ không ổn định tĩnh, dao động tự do có thể tăng dần theo thời gian và trong mạch xuất hiện hiện tượng tự kích.

Có nhiều phương pháp phân tích mạch quá độ. Đầu tiên, cần phải nhắc đến là phương pháp kinh điển. Việc giải quyết bài toán quá độ bằng phương pháp này đồng nghĩa với việc giải một hệ phương trình vi tích phân có điều kiện đầu, trong đó các thông số nguồn tác động thường được xếp sang vế phải. Thành phần dao động tự do chính là nghiệm của hệ phương trình vi tích phân thuần nhất (ứng với nguồn tác động vào mạch bị loại bỏ). Thành phần dao động cưỡng bức chính là nghiệm riêng của hệ phương trình không thuần nhất và nó phụ thuộc vào nguồn tác động.

b -Luật đóng ngắt: Khi giải các bài toán quá độ, đặc biệt theo phương pháp tích phân kinh điển, có một điều quan trọng là phải xác định được các điều kiện đầu. Điều kiện đầu nói lên có tồn tại năng lượng ban đầu trong các phần tử quán tính thể hiện dưới dạng dòng điện i_0 hay điện áp u_0 tại thời điểm đóng ngắt mạch điện hay không. Các điều kiện đầu này tuân theo luật đóng ngắt của các phần tử quán tính, cụ thể như sau:

+Luật đóng ngắt của phần tử thuần cảm: "trong cuộn dây không có đột biến dòng điện, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch".

$$i_L(0+) = i_L(0-) = i_L(0)$$

+Luật đóng ngắt của phần tử thuần dung: "trong tụ điện không có đột biến điện áp, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch".

$$u_c(0+) = u_c(0-) = u_c(0)$$

Tuy nhiên, trong một số trường hợp đặc biệt (trường hợp không chỉnh) thì phát biểu trên không áp dụng được. Khi đó ta phải áp dụng luật đóng ngắt tổng quát: "Tổng từ thông móc vòng trong một vòng kín phải liên tục, kể cả tại thời điểm có đột biến trong vòng. Tổng điện tích tại một nút của mạch phải liên tục, kể cả tại thời điểm có đột biến trong các nhánh nối vào nút đó".

c- Sử dụng phép biến đổi Laplace để giải các bài toán quá độ: Việc sử dụng phép biến đổi Laplace để giải các bài toán quá độ là một giải pháp hữu hiệu vì nó cho phép biến hệ phương trình vi tích phân thành hệ phương trình đại số. Các bước cơ bản để giải mạch điện quá độ bao gồm:

b1: Xác định điều kiện đầu của bài toán (chính là xác định gốc thời gian, cùng với các giá trị ban đầu của các phần tử quán tính). Cũng cần chú ý rằng, với phương pháp toán tử, giá trị ban đầu của các phần tử quán tính trong tất cả các dạng các bài toán quá độ đều được quy về tại lân cận bên trái thời điểm không $u_c(0^-)$ và $i_L(0^-)$.

b2: Chuyển mô hình mạch điện sang miền p (tức là Laplace hóa mạch điện).

b3: Sử dụng các phương pháp phân tích mạch đã biết để tìm ảnh F(p) của đáp ứng.

b4: Biến đổi Laplace ngược để tìm hàm gốc f(t) của đáp ứng trong miền thời gian.

3.3.2 Thí dụ với các mạch RL, RC

Sau đây ta xét một số thí dụ cụ thể trên các mạch RL, RC dưới các tác động một chiều, hoặc các tác động dưới dạng xung. Người ta đã rút ra được một kết quả mang ý nghĩa vật lý quan trọng: *Đáp ứng f(t) của các mạch RL & RC dưới tác động một chiều bao giờ cũng có dạng*:

$$f(t) = f(\infty) + A.e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (3.31)$$

với $\quad A = f(0) - f(\infty)$

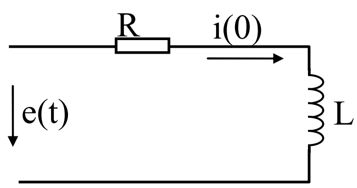
$$\tau_c = r_{td}.C; \qquad \tau_L = \frac{L}{r_{td}} \qquad (3.32)$$

$f(0) = f(t)\big|_{t=0}$ là giá trị ban đầu của đáp ứng.

$f(\infty) = f(t)\big|_{t\to\infty}$ giá trị xác lập của đáp ứng.

$A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ đặc trưng cho giai đoạn quá độ xảy ra trong mạch.

r_{td} là điện trở tương đương nhìn từ cặp đầu của C hoặc L, khi đó các nguồn suất điện động bị ngắn mạch còn các nguồn dòng bị hở mạch.



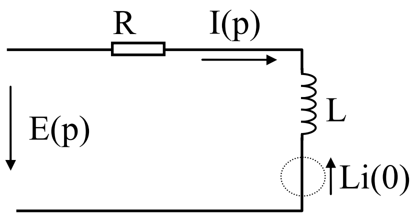
Hình 3.8a

Thí dụ 3.10:

Cho mạch điện như hình 3.8a, với các số liệu

R=150Ω L=0,15H

Hãy tính dòng điện i(t) chạy qua mạch nếu đặt vào hai đầu nó một điện áp e(t)=300V, cho biết i(0)=1,5A.



Hình 3.8b

Giải:

Vì có dòng i(0) nên ban đầu cuộn dây có tích trữ năng lượng. Khi chuyển sang miền p mạch sẽ có dạng như hình 3.8b.

$$I(p)[R + pL] = E(p) + Li(0)$$

$$I(p)=\frac{E(p)+Li(0)}{R+pL}=\frac{\frac{300}{p}+0,15.1,5}{150+0,15p}=\frac{2.10^3+1,5p}{p(p+10^3)}=\frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

$H_2(p)$ có hai nghiệm đơn là

$$p_1=0 \qquad p_2=-10^3$$

Vậy $$i(t)=\frac{H_1(p_1)}{H_2'(p_1)}e^{p_1t}+\frac{H_1(p_2)}{H_2'(p_2)}e^{p_2t}$$

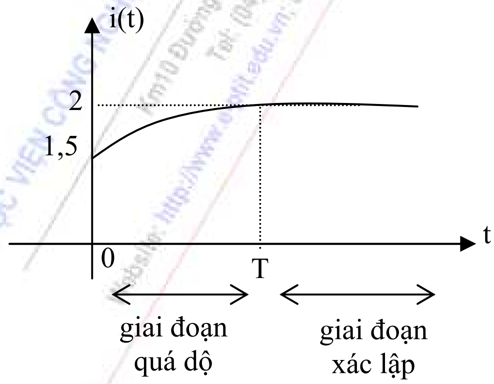
Thay số $$i(t)=\frac{2.10^3}{10^3}e^{0t}+\frac{0,5.10^3}{-10^3}e^{-10^3t}=2-0,5e^{-10^3t}$$

Kiểm tra lại kết quả đã tính trên bằng công thức (3.31) ta thấy kết quả hoàn toàn trùng nhau, trong đó:

$i(o)=1,5A$

$i(\infty)=\frac{e(t)}{R}=\frac{300}{150}=2A$

$\tau_L=\frac{L}{r_{td}}=\frac{0,15}{150}=10^{-3}$



Hình 3.9

Đồ thị thời gian của i(t) là một đường cong tăng từ 1,5A đến 2A theo quy luật hàm số mũ như hình 3.9. Tại T đủ lớn, i(t) tiến đến giá trị xác lập. Giá trị này thường được quy định là $T=3\tau$ với $\tau=\frac{L}{R_{td}}$ gọi là hằng số thời gian của mạch RL, trong đó R_{td} là điện trở tương đương của mạch nhìn từ cặp đầu L.

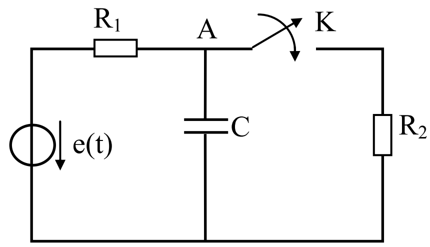
Thí dụ 3.11:

Cho mạch điện như hình 3.10a, với các số liệu:

$R_1=30\Omega$ $\qquad R_2=20\Omega$

$C=50\mu F$ $\qquad e(t)=300V$

Tại t=0 đóng khoá K, hãy xác định $u_c(t)$



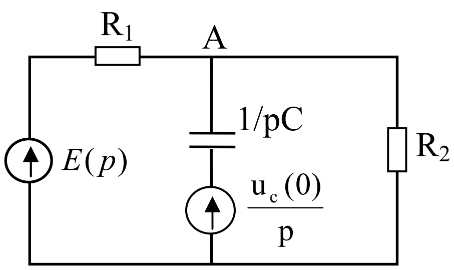
Hình 3.10a

Giải:

Xác định điều kiện đầu của bài toán:

$u_A(0)=u_c(0)=300V$

Đóng khoá K, khi đó mô hình mạch trong miền p như hình 3.10b cùng với nguồn $E(p)=\frac{300}{p}$ sẽ có thêm thành phần $\frac{u_c(0)}{p}$.



Hình 3.10b

Áp dụng phương pháp điện áp nút:

$$U_A(p)[\frac{1}{R_1} + pC + \frac{1}{R_2}] = \frac{E(p)}{R_1} + \frac{u_c(0)}{p}pC$$

thay số:

$$U_A(p) = \frac{\frac{300}{30p} + 300.50.10^{-6}}{\frac{1}{30} + 50.10^{-6}p + \frac{1}{20}} = \frac{2.10^5 + 3.10^2 p}{p(p + \frac{10^4}{6})} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

$H_2(p)$ có hai nghiệm đơn

$$p_1 = 0 \qquad p_2 = -\frac{10^4}{6}$$

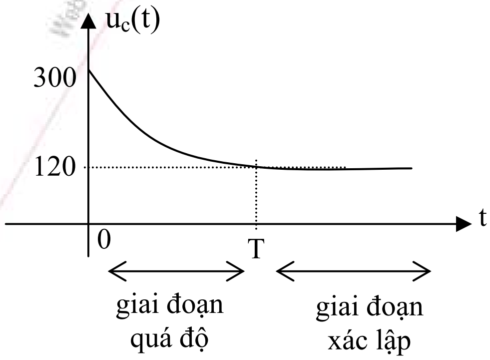
Vậy $$u_A(t) = \frac{H_1(p_1)}{H_2'(p_1)}e^{p_1 t} + \frac{H_1(p_2)}{H_2'(p_2)}e^{p_2 t} = 120 + 180.e^{-\frac{10^4}{6}t}$$

Ta có thể kiểm tra lại kết quả với các số liêu sau:

$$u_A(t) = u_A(\infty) + [u_A(0) - u_A(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_c}}$$

trong đó:

$$\begin{cases} u_A(0) = u_c(0) = 300V \\ u_A(\infty) = u_c(\infty) = u_{R_2} = 300.\frac{20}{50} = 120V \\ \tau_c = C.r_{td} = C.\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 6.10^{-4} \end{cases}$$



Hình 3.11

Đồ thị thời gian của $u_c(t)$ là một đường cong giảm (C phóng điện) từ 300V xuống 120V theo quy luật hàm số mũ như hình 3.11. Tại T đủ lớn, $u_c(t)$ tiến đến giá trị xác lập. Giá trị này thường được quy định là $T = 3\tau$, với $\tau = r_{td}.C$ gọi là hằng số thời gian của mạch RC. trong đó R_{td} là điện trở tương đương của mạch nhìn từ cặp đầu C. trong mạch cụ thể này ta có:

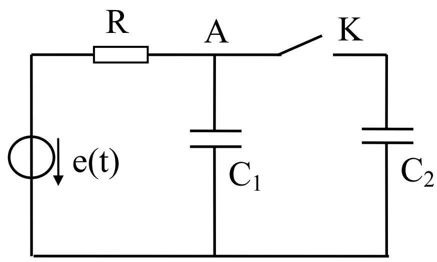
$$r_{td} = R_1 // R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

Thí dụ 3.12:

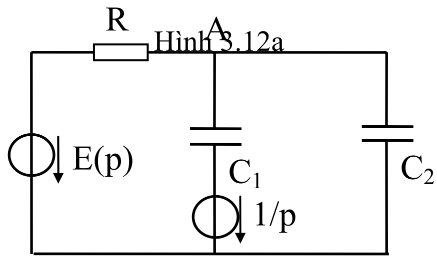
Cho mạch điện như hình 3.12a, với các số liệu:

$R = 1\Omega \qquad C_1 = 1F$

$C_2 = 3F \qquad e(t) = 1V$



Hình 3.12a



Hình 3.12b

Tại t=0 đóng khoá K, hãy xác định $u_A(t)$

Giải:

Xác định điều kiện đầu của bài toán:

$u_{C1}(0^-)=1V$, $u_{C2}(0^-)=0V$

Khi đóng K, trong miền p mô hình mạch có dạng như hình 3.12b. Bằng các phương pháp phân tích mạch đã biết ta có thể dễ dàng tìm được:

$$i_R(t) = 0{,}75.e^{-0.25t}$$

và $u_A(t) = e(t) - i_R(t).R = 1 - 0{,}75.e^{-0{,}25t}$

Chú ý rằng kết quả trên cho thấy $u_{C1}(0^+) = u_{C2}(0^+)=0{,}25V$, tức là điện áp trên C_1 và C_2 không thỏa mãn tính liên tục tại thời điểm đóng mạch. Bài toán này thuộc loại không chỉnh. Nếu áp dụng luật đóng ngắt tổng quát: *tổng điện tích tại một nút của mạch phải liên tục, kể cả tại thời điểm có đột biến trong các nhánh nối vào nút đó*, ta sẽ có tại nút A:

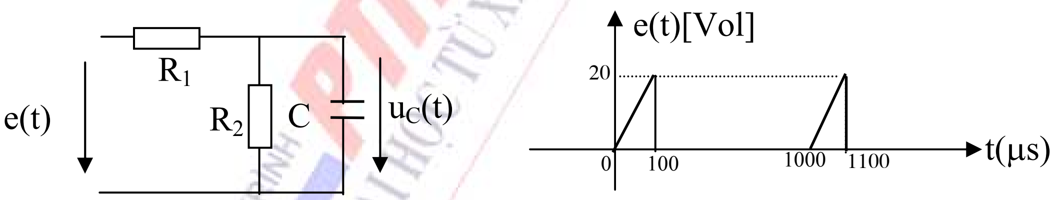
$$q(0_-)=q(0_+)$$

trong đó $\begin{cases} q(0_-) = C_1.u_A(0_-) = 1.1 = 1V \\ q(0_+) = (C_1 + C_2).u_A(0_+) \end{cases} \Rightarrow \left\{ u_A(0_+) = \dfrac{C_1.u_A(0_-)}{C_1 + C_2} = 0{,}25V \right.$

Điều này chứng tỏ kết quả tính toán trên là đúng đắn.

Thí dụ 3.13:

Mạch điện với: C=1μF, $R_1=R_2=200\Omega$, nguồn điện áp tuần hoàn e(t) như hình 3.13. Xác định $u_C(t)$. Giả thiết các điều kiện đầu của mạch bằng không.



Hình 3.13

Giải:

a. Trong khoảng $0 \le t < \tau_x \quad (\tau_x = 100\mu s)$:

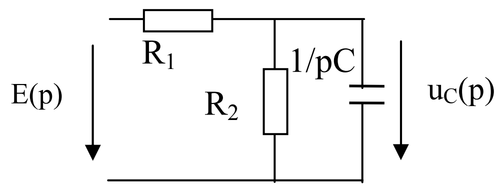
-Nguồn tác động: $e(t)=2.10^5t$.

-Điều kiện đầu: $U_C(0)=0$.

-Sử dụng phương pháp toán tử, với $E(p) = \dfrac{2.10^5}{p^2}$, mạch có dạng như hình 3.14a:

Lập phương trình cho mạch:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + Cp\right)U_c(p) = \frac{2.10^5}{p^2 R_1}$$



Hình 3.14a

Biến đổi dẫn đến:

$$U_C(p)=\frac{10^9}{p^2\left(p+10^4\right)}=\frac{10^5}{p^2}-\frac{10}{p}+\frac{10}{p+10^4}$$

$$U_c(t)=10^5t-10(1-e^{-10^4t})$$

-Tại t_x=100µs:

$$U_c(t_x)=\frac{10}{e}=U_0\approx 3{,}7V\ .$$

b. Trong khoảng $t_x\le t<T$:

-Gốc thời gian tại t_x.

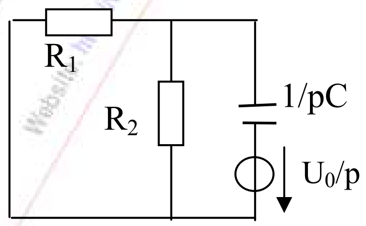
-Nguồn tác động: $e(t')=0$

-Điều kiện đầu: $U_C(0)=U_0$.

-Sử dụng phương pháp toán tử, mạch có dạng như hình 3.14b:

Lập phương trình cho mạch:

$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+Cp)U_c(p)=U_0C$$



Hình 3.14b

Biến đổi dẫn đến:

$$U_C(p)=\frac{U_0}{p+10^4}$$

$$U_c(t)=U_0.e^{-10^4(t-t_x)}$$

-Tại t=T=1000µs:

$$U_c(T)=U_0.e^{-9}=\frac{10}{e^{10}}\approx 0\ .$$

Nhận xét: kết thúc một chu kỳ mạch trở về trạng thái ban đầu. Chu kỳ sau đáp ứng của mạch lại lặp lại giống chu kỳ trước.

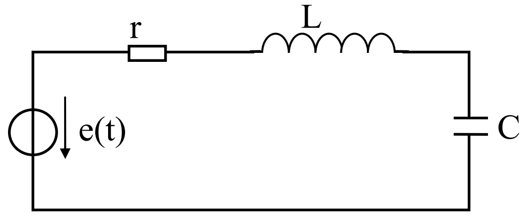
3.3.3 Thí dụ với các mạch dao động đơn

Có một dạng mô hình mạch rất quan trọng trong thực tế, đó là các mạch dao động đơn. Mạch dao động đơn đầy đủ là các mạch gồm có ba thông số thụ động r, L, C mắc nối tiếp hoặc song song với nhau. Trong chương I ta đã xét tới một số đặc điểm của các mạch dao động đơn ở chế độ xác lập điều hòa. Trong phần này, tổng quát hơn, ta sẽ ứng dụng phương pháp toán tử trong miền tần số phức p để xét quá trình quá độ của các mạch dao động này dưới các tác động điều hoà và đột biến một chiều.

Thí dụ 3.14:

Xét mạch dao động đơn nối tiếp như hình 3.15, giả thiết rằng nguồn tác động có dạng hàm:

$e(t)=\cos\omega_0 t$



Hình 3.15

Bây giờ ta sẽ tìm dòng điện chạy trong mạch, với điều kiện đầu bằng không.

áp dụng phương pháp toán tử:

$$I(p) = \frac{E(p)}{Z(p)} = \frac{p}{p^2 + \omega_0^2} \cdot \frac{1}{r + pL + \frac{1}{pC}} = \frac{p^2 C}{LC(p^2 + \omega_0^2)(p^2 + \frac{r}{L}p + \frac{1}{LC})}$$

$$I(p) = \frac{\frac{p^2}{L}}{(p^2 + \omega_0^2)(p^2 + 2\alpha p + \omega_{ch}^2)} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}$$

Trong đó:
$$\begin{cases} \omega_{ch} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \\ \alpha = \frac{r}{2L} \end{cases} \qquad (3.33)$$

Giả thiết rằng tổn hao trong mạch rất nhỏ, tức là r rất nhỏ, sao cho:

$$\alpha << \omega_{ch} \qquad (3.34)$$

như vậy dẫn đến $H_2(p)$ sẽ có các nghiệm phức:

$$\begin{cases} p_{1,2} = \pm j\omega_0 \\ p_{3,4} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_{ch}^2 - \alpha^2} \end{cases}$$

Nếu đặt $\omega_r = \sqrt{\omega_{ch}^2 - \alpha^2}$ (3.35)

trong đó ω_r là tần số riêng của mạch LC, ta sẽ có $\omega_r \approx \omega_{ch}$. Ta có thể viết lại:

$$\begin{cases} p_{1,2} = \pm j\omega_0 \\ p_{3,4} = -\alpha \pm j\omega_r \end{cases}$$

Theo công thức Heaviside ta có:

$$i(t) = 2\left|\frac{H_1(p_1)}{H_2'(p_1)}\right| . e^{\sigma_1 t} . \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + 2\left|\frac{H_1(p_3)}{H_2'(p_3)}\right| . e^{\sigma_3 t} . \cos(\omega_3 t + \varphi_3)$$

trong đó $\begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \omega_1 = \omega_0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sigma_3 = -\alpha \\ \omega_3 = \omega_r \end{cases}$

Thay số và tính đến các yếu tố liên quan đến các giả thiết ở trên ta có:

$$i(t) = \frac{1}{2L\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega^2}} . [\underbrace{\cos(\omega_0 t - \text{arctg}\frac{\Delta\omega}{\alpha})}_{(1)} - \underbrace{e^{-\alpha t} . \cos(\omega_r t - \text{arctg}\frac{\Delta\omega}{\alpha})}_{(2)}] \qquad (3.36)$$

(1): là thành phần cưỡng bức (xác lập)

(2): là thành phần tự do

$\Delta\omega$: là độ lệch cộng hưởng tuyệt đối

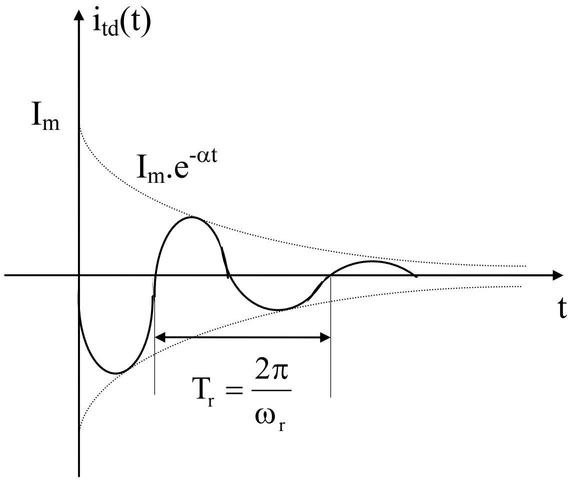
$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{ch} \tag{3.37}$$

Từ (3.36) ta thấy dòng điện i(t) gồm có hai thành phần:

+ Thành phần cưỡng bức (xác lập) với tần số ω_0. Độ dịch pha phụ thuộc vào độ lệch cộng hưởng $\Delta\omega$ giữa ω_0 đặc trưng cho nguồn cưỡng bức và ω_{ch} đặc trưng cho các thông số của mạch.

+ Thành phần tự do, dao động gần điều hoà với tần số dao động riêng của mạch ω_r, biên độ giảm dần theo hàm mũ, độ dịch pha cũng phụ thuộc vào độ lệch cộng hưởng $\Delta\omega$. Sau đây ta xét chi tiết từng thành phần.

a. Dòng điện tự do (hình 3.16):



Hình 3.16

$$i_{td}(t) = -I_m.e^{-\alpha t}.\cos(\omega_r t + \varphi) \tag{3.38}$$

$$\text{với } \begin{cases} I_m = \dfrac{1}{2L\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega^2}} \\ \varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta\omega}{\alpha} \end{cases}$$

+Thời gian tắt (τ_t): là thời gian mà dòng quá độ chỉ còn bằng $0{,}1.I_m$:

$$I_m.e^{-\alpha\tau_t} = 0{,}1I_m$$

$$-\alpha\tau_t = \ln 0{,}1$$

$$\tau_t = -\frac{\ln 0{,}1}{\alpha} = 2{,}3\frac{2L}{r} = 4{,}6\frac{L}{r} \tag{3.39}$$

+ Lượng giảm logarit (δ): đặc trưng cho tốc độ suy giảm của dòng điện quá độ, đo bằng ln của tỉ số biên độ ở hai chu kỳ kế tiếp nhau:

$$\delta = \ln\frac{e^{-\alpha t_1}}{e^{-\alpha(t_1+T_r)}} = \alpha T_r = 2\pi\frac{\alpha}{\omega_r} \tag{3.40}$$

+ Điện trở tới hạn (r_{th}): Đặc điểm quan trọng nhất của i_{td} là nó được xác định chủ yếu bởi các thông số của mạch. Nguồn tác động ở đây chỉ có tác dụng kích thích để dao động tự do trong mạch hình thành, nên nó chỉ ảnh hưởng đến các giá trị ban đầu như I_m, φ. Về mặt vật lý, i_{qd} được sinh ra nhờ sự chuyển đổi năng lượng điện và năng lượng từ tích luỹ trong các thông số L, C. Năng lượng đó chính là năng lượng ban đầu do nguồn tác động cung cấp tại thời điểm đóng mạch. Trong quá trình trao đổi năng lượng, nó bị thông số r làm tiêu hao nên giảm dần. Tốc độ suy giảm phụ thuộc vào giá trị của r, nếu nó tăng quá lớn thì biểu thức:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_{ch}^2 - \alpha^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}$$

sẽ bị giảm dần về 0 và có thể biến thành ảo, lúc đó nó không còn ý nghĩa tần số nữa mà trở thành một hệ số suy giảm. Điện trở tới hạn là giá trị tại đó nó làm triệt tiêu tần số dao động tự do (ω_r=0), tức là:

$$\alpha^2 - \omega_{ch}^2 = 0 \qquad \Rightarrow r_{th} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (3.41)$$

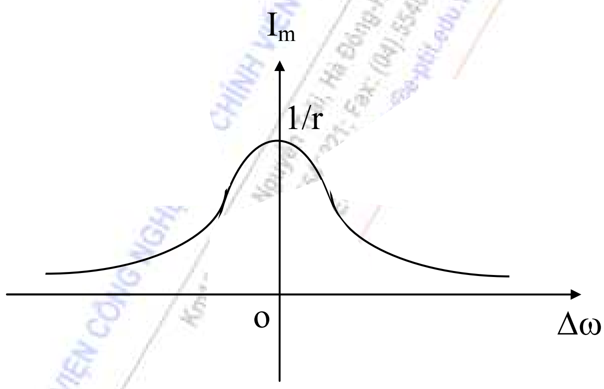
Như vậy nếu tổn hao trong mạch càng ít thì biên độ và thời gian của dao động tự do sẽ tăng lên.

b. Dòng điện cưỡng bức

$$i_{cb}(t) = \frac{1}{2L\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega^2}}.\cos(\omega_0 t - \mathrm{arctg}\frac{\Delta\omega}{\alpha}) = I_m.\cos(\omega_0 t - \varphi) \qquad (3.42)$$

với $\begin{cases} I_m = \dfrac{1}{2L\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega^2}} \\ \varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{\Delta\omega}{\alpha} \end{cases}$

Thành phần cưỡng bức là dao động điều hoà với tần số của nguồn tác động ω_0. Biên độ và pha đầu phụ thuộc chủ yếu vào độ lệch cộng hưởng $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{ch}$. Hình 3.17a biểu diễn sự phụ thuộc của I_m vào độ lệch cộng hưởng.



Hình 3.17a

-Nếu $\omega_0 = \omega_{ch}$, tức $\Delta\omega = 0$ thì I_m sẽ bằng $I_{m_{ch}}$:

$$I_{m_{ch}} = \frac{1}{2L\alpha} = \frac{1}{r} \qquad (3.43)$$

như vậy mạch tổn hao càng ít (r càng nhỏ) thì biên độ cộng hưởng càng lớn.

Sự phụ thuộc của I_m vào $\Delta\omega$ dẫn đến tính chọn lọc tần số của mạch: tần số nào càng gần ω_{ch} thì cho đi qua mạch, tần số càng xa ω_{ch} thì sẽ bị chặn lại. Để đánh giá độ chọn lọc tần số của mạch, người ta dùng khái niệm dải thông: giả sử các tín hiệu có cùng biên độ tác động, tần số nào sinh ra dòng điện có biên độ:

$$I_m \geq \frac{1}{\sqrt{2}} I_{m_{ch}} \qquad (3.44)$$

thì tần số đó nằm trong dải thông (xem hình 3.17b). Biên của dải thông thỏa mãn:

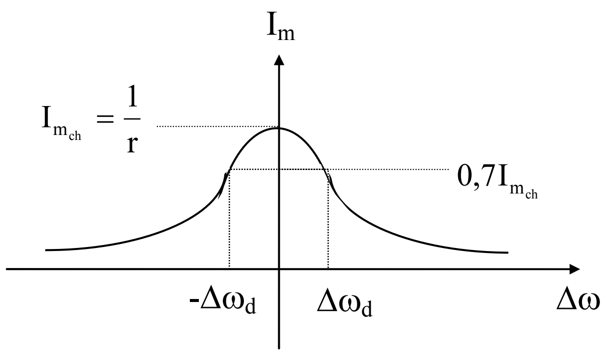
$$\frac{1}{2L\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega_d^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2L\alpha}$$

hay $$\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega_d^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha^2}}$$

$$\Delta\omega_d = \alpha = \frac{r}{2L}$$

Vậy dải thông:

$$2\Delta\omega_d = \frac{r}{L} \qquad (3.45)$$



Hình 3.17b

Khi r giảm thì dải thông càng hẹp, độ chọn lọc càng cao.

Dòng điện cưỡng bức khác với dòng điện tự do ở chỗ nó tồn tại lâu dài, còn dòng điện tự do chỉ tồn tại trong giai đoạn đầu, về sau này trong mạch chỉ còn lại dòng điện cưỡng bức.

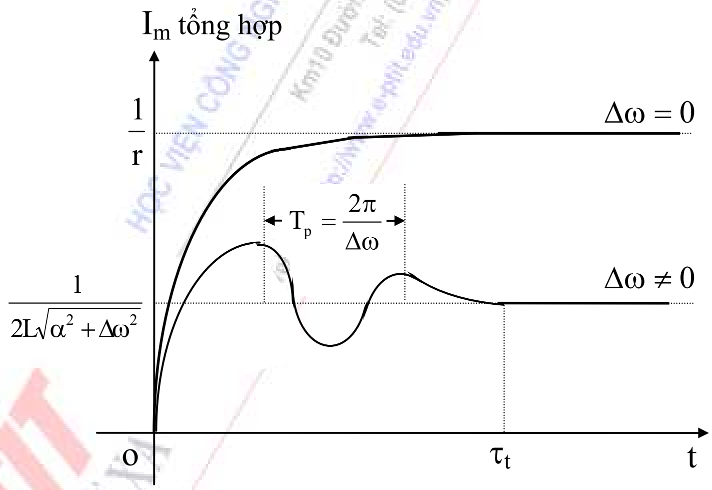
c. Dòng điện tổng hợp trong mạch

Dòng điện trong mạch được phân ra thành giai đoạn quá độ và giai đoạn xác lập. Dòng điện tổng hợp trong giai đoạn quá độ là tổng dòng điện tự do và dòng điện cưỡng bức, kéo dài trong suốt thời gian τ_t. Khi hai vectơ thành phần dao động theo những tần số khác nhau sẽ dẫn đến hiện tượng phách, nội dung của hiện tượng này như sau:

+ Khi hai vectơ thành phần cùng phương & chiều (tức cùng pha) thì biên độ vectơ tổng hợp sẽ đạt giá trị max (bằng tổng đại số của hai thành phần).

+ Khi hai vectơ thành phần cùng phương nhưng ngược chiều (tức ngược pha) thì biên độ vectơ tổng hợp sẽ đạt giá trị min (bằng hiệu đại số của hai thành phần).

Nhưng trong trường hợp phách cụ thể này có một điều cần lưu ý là vectơ dòng điện tự do giảm dần, làm cho giá trị max giảm dần, giá trị min tăng dần. Cuối cùng khi dao động tự do tắt hẳn, giá trị max trùng với giá trị min thì hiện tượng phách không còn nữa và mạch chuyển sang giai đoạn xác lập. Hiện tượng phách nói trên gây ra trong mạch dòng điện tổng hợp có biên độ biến thiên theo tần số phách (hình 3.18). Với giả thiết mạch tổn hao ít và làm việc ở chế độ lệch cộng hưởng nhỏ, tần số phách được tính theo biểu thức:



Hình 3.18

$$\omega_p = \omega_r - \omega_o \approx \Delta\omega \tag{3.46}$$

Khi độ lệch cộng hưởng bằng 0, thì dòng điện tổng hợp không còn biến thiên nữa. Nghĩa là tại cộng hưởng không xảy ra phách (ω_p=0).

Kết luận:

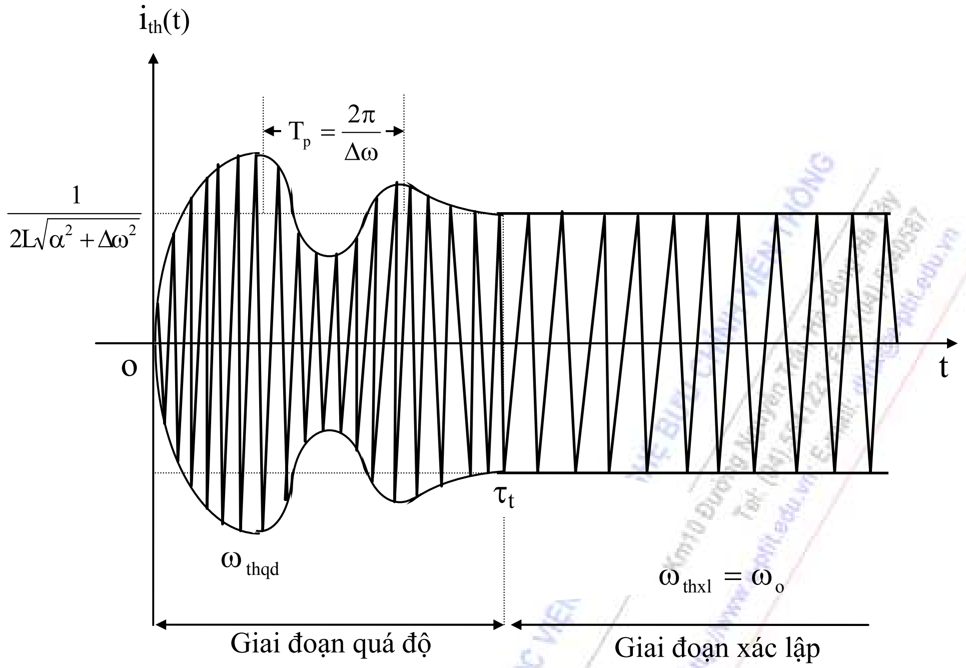
- Trong trường hợp lệch cộng hưởng: biên độ dòng điện tổng hợp ở giai đoạn quá độ sẽ dao động theo ω_p trong khoảng thời gian τ_t. Tần số dòng điện tổng hợp được xác định bởi góc θ (có thể tính theo phương pháp vectơ dựa vào hai tần số thành phần):

$$\theta(t) = \omega_{thqd}.t \tag{3.47}$$

Ta có thể biểu diễn đồ thị thời gian của dòng điện trong trường hợp lệch cộng hưởng như hình 3.19:

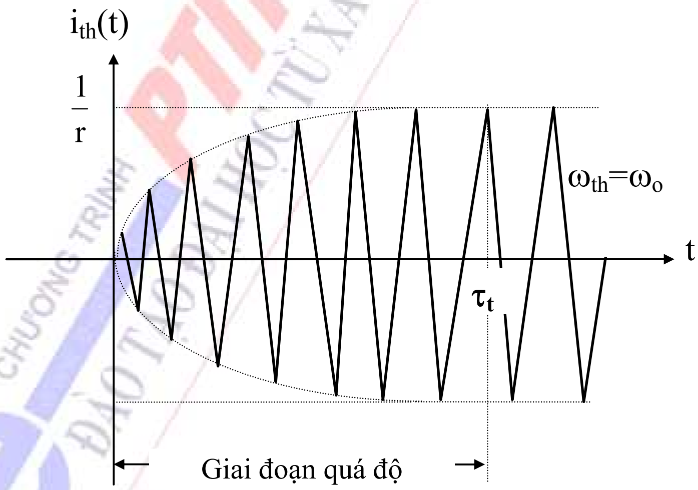
- Trong trường hợp cộng hưởng (Δω =0), tức là $\omega_o = \omega_{ch} \approx \omega_r$: khi đó biểu thức (3.36) có thể viết lại:

$$i_{th}(t) = \frac{1}{2L\alpha}.\cos\omega_o t.(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{2L\alpha}.\cos\omega_o t = I_{m_{th}}.\cos\omega_o t \quad (3.48)$$



Hình 3.19

Như vậy dòng tổng hợp sẽ có tần số $\omega_{th}=\omega_o$, biên độ của nó biến thiên theo quy luật hàm mũ và tiến tới giá trị xác lập là 1/r (tại thời điểm τ_t). Đồ thị thời gian của nó biểu diễn trên hình 3.20.



Hình 3.20

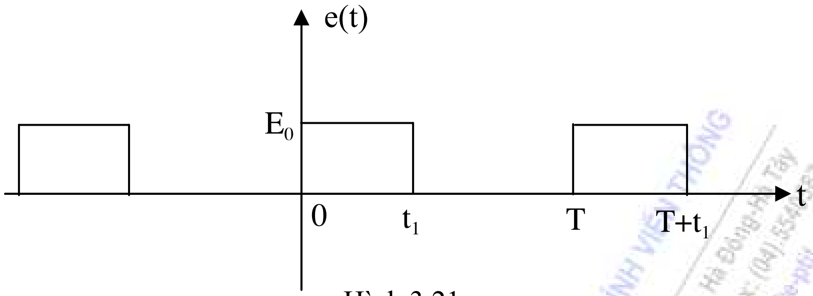
Chú ý:

1. Nếu ta thay đổi nguồn tác động là một chiều, thí dụ như $e(t)=E_0$, khi đó áp dụng lại công thức Heaviside thì dòng điện trong mạch chỉ là thành phần dao động tự do tắt dần:

$$i(t) = \frac{E_0}{\omega_r L}.e^{-\alpha t}.\sin\omega_r t$$

2. Nếu nguồn tác động là một dãy xung (thí dụ dãy xung vuông tuần hoàn như hình 3.21), khi đó một trong những phương pháp giải là ta xét trong từng khoảng thời gian, cụ thể như sau:

-Trong khoảng 0-t_1: gốc thời gian tại 0, nguồn tác động $e(t)=E_0$, $u_c(0)=0$, $i_L(0)=0$. Với các điều kiện như vậy ta sẽ tìm được đáp ứng i(t) và $u_c(t)$ tương ứng.



Hình 3.21

-Trong khoảng t_1-T: gốc thời gian dịch đến t_1, nguồn tác động e(t)=0 tức đầu vào bị ngắn mạch, $u_c(0)$ và $i_L(0)$ chính là các giá trị tính được trong giai đoạn trước đó tại thời điểm t_1.

-Xét tương tự cho các khoảng kế tiếp. Cần lưu ý rằng, nếu kết thúc một chu kỳ mà mạch trở về trạng thái ban đầu thì chu kỳ sau có đáp ứng lặp lại như chu kỳ trước đó.

3. Mạch dao động đơn song song là mạch đối ngẫu của mạch dao động đơn nối tiếp, do đó ta có thể áp dụng tính chất đối ngẫu để suy ra kết quả của mạch dao động đơn song song từ mạch dao động đơn nối tiếp hoặc ngược lại. Lý thuyết đối ngẫu có thể tìm thấy trong phần phụ lục.

TỔNG HỢP NỘI DUNG CHƯƠNG III

- Việc giải bài toán quá độ có thể bắt đầu bằng hệ phương trình vi phân mô tả trạng thái mạch điện trong miền thời gian và việc giải nó thường là gặp khó khăn. Để giải dễ dàng, người ta thường dùng phương pháp toán tử, tức là biến đổi hệ phương trình vi phân thành hệ phương trình đại số. Một trong những công cụ thường dùng trong phương pháp toán tử là biến đổi Laplace một phía. Về mặt toán học, biến đổi Laplace tổng quát hơn biến đổi Fourier, vì vậy thích hợp để giải các lớp mạch quá độ.

- Các bài toán quá độ thường rất đa dạng. Nhưng luôn tuân thủ 4 bước cơ bản đã nêu trong bài học, trong đó cần tuần tự lưu ý các điều kiện đầu của mạch, bao gồm cả việc quy định gốc thời gian; Laplace hóa mạch và áp dụng các phương pháp phân tích mạch để tìm ra ảnh F(p) của đáp ứng; cuối cùng là biến đổi Laplace ngược để lấy lại đáp ứng gốc f(t) trong miền thời gian.

- Để giải quyết tốt bài toán quá độ, điều cốt lõi là phải nắm chắc biến đổi Laplace, đặc biệt là biến đổi Laplace ngược. Phương pháp Heaviside là một phương pháp hữu hiệu để tính biến đổi Laplace ngược, phương pháp này triệt để lợi dụng tính chất tuyến tính (xếp chồng) của biến đổi Laplace để khai triển F(p) thành tổng của các thành phần ảnh ảnh đơn giản. Việc khai triển này hoàn toàn dựa trên tính chất các điểm cực của F(p).

- Mạch dao động đơn có quá trình quá độ phức tạp. Dù tác động là một chiều thì trên mạch vẫn có thể nảy sinh các dao động tự do sinh bởi sự áp đặt năng lượng ban đầu trên mạch. Thời gian tồn tại dao động tự do tùy thuộc vào phẩm chất Q của mạch. Thông số điện trở (r) sẽ quy định sự tổn hao năng lượng, phẩm chất (Q) và tính chất chọn lọc tần số (dải thông) của mạch.

- Mạch điện sẽ ổn định nếu các điểm cực nằm bên nửa trái mặt phẳng phức.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG III

3.1. Khi mọi điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa trái mặt phẳng phức (không bao hàm trục ảo), đáp ứng f(t) sẽ:

a. hội tụ về 0 khi $t\to\infty$.

b. hội tụ khi $t\to\infty$.

c. không hội tụ khi $t\to\infty$.

d. tiến đến vô hạn khi $t\to\infty$.

3.2. Khi mọi điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa trái mặt phẳng phức, cùng lắm nằm trên trục ảo, đáp ứng f(t) sẽ:

a. hội tụ về 0 khi $t\to\infty$.

b. hội tụ khi $t\to\infty$.

c. không hội tụ khi $t\to\infty$.

d. không tiến đến vô hạn khi $t\to\infty$.

3.3. Khi tồn tại điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa phải mặt phẳng phức, đáp ứng f(t) sẽ:

a. hội tụ về 0 khi $t\to\infty$.

b. hội tụ khi $t\to\infty$.

c. không hội tụ khi $t\to\infty$.

d. tiến đến vô hạn khi $t\to\infty$.

3.4. Luật đóng ngắt của các phần tử quán tính được phát biểu :

a. Trong cuộn dây không có đột biến điện áp, trong tụ điện không có đột biến dòng điện, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch.

b. Trong cuộn dây không có đột biến dòng điện, trong tụ điện không có đột biến điện áp, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch.

c. Trong cuộn dây, tụ điện không có đột biến điện áp, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch.

d. Cả ba phát biểu trên đều không đúng

3.5. Xác định hàm gốc $U_C(t)$ nếu biết ảnh của nó là $U_C(p)=\dfrac{p}{p(2p+6)}$

a. $U_C(t)=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{2}e^{-3t}$ b. $U_C(t)=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}e^{-3t}$

c. $U_C(t)=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{4}e^{-3t}$ d. $U_C(t)=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{4}e^{-3t}$

3.6. Dùng công thức biến đổi Heaviside hoặc bảng gốc- ảnh, hãy xác định hàm gốc $i_L(t)$ nếu biết ảnh của nó là $i_L(p)=\dfrac{p}{(p+2)(p+3)^2}$

a. $i_L(t) = -2e^{-2t} + 3e^{-3t} + 2te^{-3t}$

b. $i_L(t) = -2e^{-2t} + 3te^{-3t} + 2e^{-3t}$

c. $i_L(t) = -2e^{-2t} + 3e^{-3t} + 2e^{-3t}$

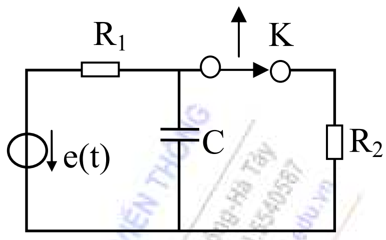
d. $i_L(t) = -2e^{-2t} - 3te^{-3t} - 2e^{-3t}$

3.7. Cho mạch điện như hình 3.22, với các số liệu:

R_1=10Ω; R_2=90Ω; C=2μF

e(t)=100V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?



Hình 3.22

3.8. Cho mạch điện như hình 3.23, với các số liệu:

R_1=30Ω

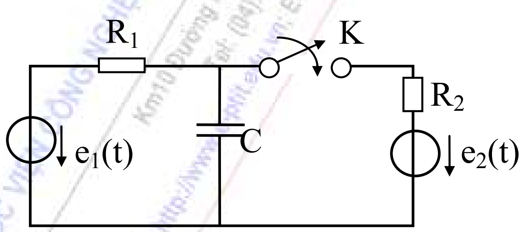
R_2=20Ω

C=50μF

$e_1(t)$=60V (DC)

$e_2(t)$=10V (DC)

Tại t=0 đóng khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?



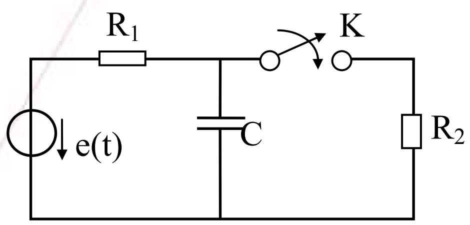
Hình 3.23

3.9. Cho mạch điện như hình 3.24, với các số liệu:

R_1=10Ω; R_2=90Ω; C=2μF

e(t)=100V (DC).

Tại t=0 đóng khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?



Hình 3.24

3.10. Cho mạch điện như hình 3.25, với các số liệu:

R_1=30Ω

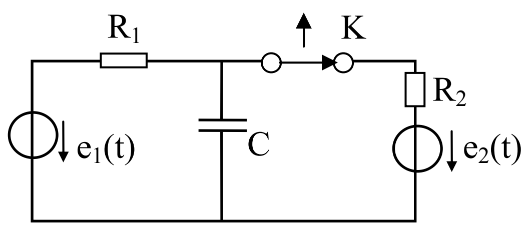
R_2=20Ω

C=50μF

$e_1(t)$=6V (DC)

$e_2(t)$=1V (DC)

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?



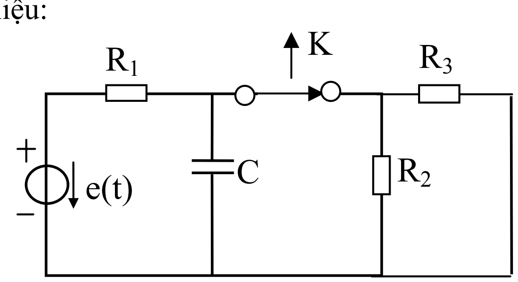
Hình 3.25

3.11. Cho mạch điện như hình 3.26 với các số liệu:

R_1=5Ω

R_2=R_3=10Ω

C=0,1μF



Hình 3.26

e(t)=10V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?

3.12. Cho mạch điện như hình 3.27 với các số liệu:

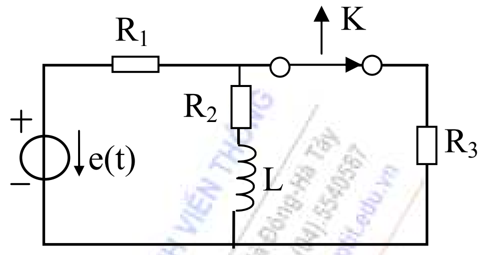
R_1=5Ω

R_2=R_3=10Ω

L=1,5mH

e(t)=10V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $i_L(t)$?



Hình 3.27

3.13. Cho mạch điện như hình 3.28 với các số liệu:

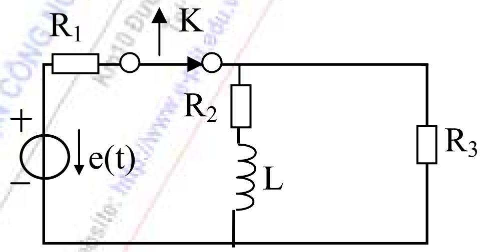
R_1=5Ω

R_2=R_3=10Ω

L=2mH

e(t)=10V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $i_L(t)$?



Hình 3.28

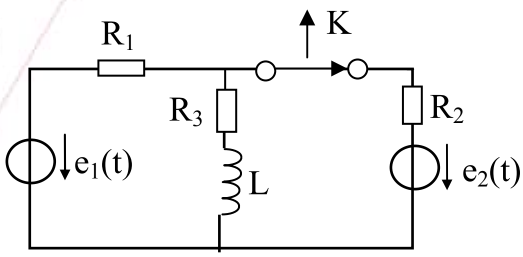
3.14. Cho mạch điện như hình 3.29 với các số liệu:

R_1= R_2=R_3=10Ω

L= 2 mH

$e_1(t)$=$e_2(t)$= 15V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $i_L(t)$?



Hình 3.29

3.15. Cho mạch điện như hình 3.30 với các số liệu:

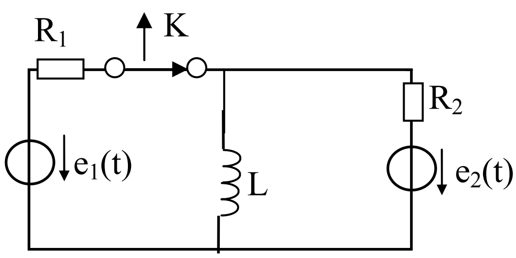
R_1=5Ω

R_2=10Ω

L=1 mH

$e_1(t)$=$e_2(t)$= 10V (DC).

Tại t=0 ngắt khoá K, hãy xác định $i_L(t)$?

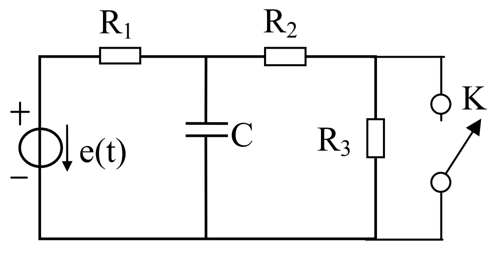


Hình 3.30

3.16. Cho mạch điện như hình 3.31 với các số liệu:

R_1= R_2=R_3=10Ω

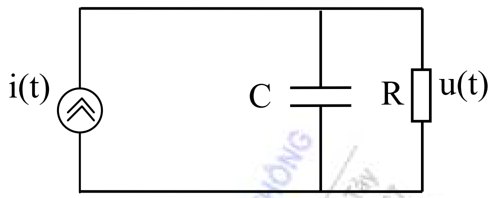
C=2μF



e(t)=30V (DC).

Tại t=0 đóng khoá K, hãy xác định $u_C(t)$?

3.17. Xét mạch điện như hình 3.32. Nếu $i(t) = \sin\omega_0 t, \quad t \geq 0$, giả thiết hệ không có năng lượng ban đầu, tức $u_C(0^-)=0$, tính u(t).

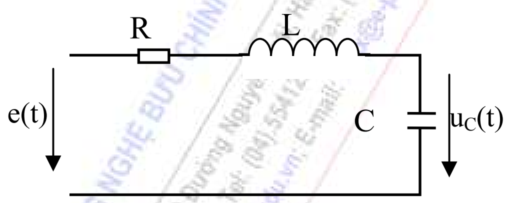


Hình 3.32

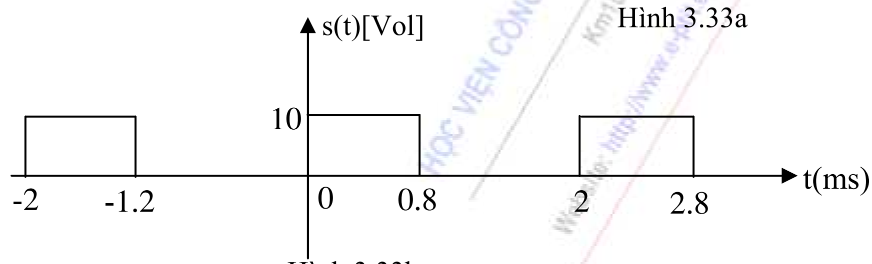
3.18. Mạch điện cấp hai, RLC nối tiếp như hình 3.33a với L=0.5mH, R=5Ω, C=2nF.

-Nguồn tác động: e(t)=1(t).s(t) [Vol].

-Dạng của s(t) như hình 3.33b.



Hình 3.33a



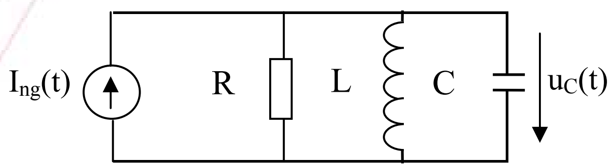
Hình 3.33b

a. Tính và vẽ đồ thị dòng điện i(t) sinh ra trong mạch và điện áp $U_C(t)$.

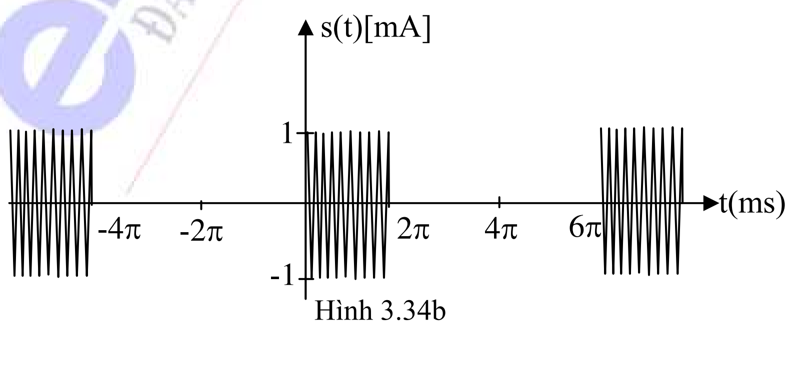
b. Trong trường hợp R=1Ω (tức là phẩm chất của mạch tăng lên 5 lần), các thông số khác không thay đổi, hãy xét i(t) và $U_C(t)$ trong trường hợp này.

3.19. Mạch điện cấp hai, RLC song song hình 3.34a với C=10nF, R=50KΩ. Nguồn tác động $I_{ng}(t)$=1(t).s(t). Như mô tả ở hình 3.34b, biểu thức của s(t) trong một chu kỳ:

$$s(t) = \begin{cases} 10^{-3}\cos 10^6 t, & 0 \leq t \leq 2\pi \text{ (ms)} \\ 0, & 2\pi \text{ (ms)} < t \leq 6\pi \text{ (ms)} \end{cases}$$



Hình 3.34a



Hình 3.34b

a. Với giá trị điện cảm L=0.1mH, hãy xác định và vẽ dòng điện $i_L(t)$ sinh ra trong điện cảm L và điện áp $U_C(t)$ trên điện dung C.

b. Giá trị điện cảm L được điều chỉnh để mạch lệch cộng hưởng:

$\omega_{ch} = (10^6 + 10^3)[rad/s]$

Các số liệu khác không thay đổi. Hãy xét $U_C(t)$ trong trường hợp này.

CHƯƠNG IV

HÀM TRUYỀN ĐẠT VÀ ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA MẠCH

GIỚI THIỆU

Các phương pháp phân tích và tổng hợp hệ thống có một tầm quan trọng đặc biệt trong kỹ thuật điện tử. Nội dung được đề cập trong chương này bao gồm:

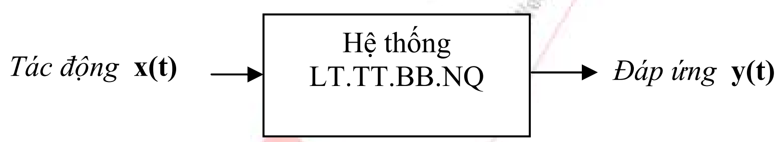
- Khái niệm hàm truyền đạt và một số yếu tố liên quan đến hàm truyền đạt của các hệ thống liên tục, tuyến tính, bất biến và nhân quả.
- Phương pháp phân tích mạch trên quan điểm hệ thống qua việc xác định đáp ứng tần số của mạch.
- Cách vẽ đặc tuyến tần số của mạch theo phương pháp đồ thị Bode.

NỘI DUNG

4.1 HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ THỐNG

4.1.1 Biểu diễn hệ thống liên tục, tuyến tính, bất biến và nhân quả

Xét hệ thống liên tục, tuyến tính, bất biến và nhân quả (bậc hữu hạn n) trong miền thời gian như hình vẽ:



Hình 4.1

Quan hệ giữa đáp ứng ra và tác động vào có thể tồn tại dưới hình thức là một phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng (bậc n) chuẩn hóa:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^i x(t)}{dt^i} \tag{4.1}$$

4.1.2 Hàm truyền đạt của hệ thống

Với điều kiện đầu của hệ thống bằng không, khi Laplace hóa hệ thống cùng các phương trình tương ứng sang miền p (bằng biến đổi Laplace (LT)) ta có hàm truyền đạt của hệ thống:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \tag{4.2}$$

Chú ý rằng: $$H(p) = Y(p)\big|_{X(p)=1} \tag{4.3}$$

Dạng tổng quát của hàm truyền đạt thường là một phân thức hữu tỷ, có thể xác định trực tiếp từ các hệ số của phương trình vi phân đã nói ở trên:

$$H(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \ldots + \mathrm{b}_{\mathrm{m-1}}\mathrm{p}^{\mathrm{m-1}} + \mathrm{b}_{\mathrm{m}} p^m}{a_0 + a_1 p + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n-1}}\mathrm{p}^{\mathrm{n-1}} + p^n} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \tag{4.4}$$

- **Điểm không** của hệ thống là các điểm p_i mà tại đó $H_1(p_i)=0$.

- **Điểm cực** của hệ thống là các điểm p_k mà tại đó $H_2(p_k)=0$.

Khi đó H(p) có thể biểu diễn dưới dạng tích:

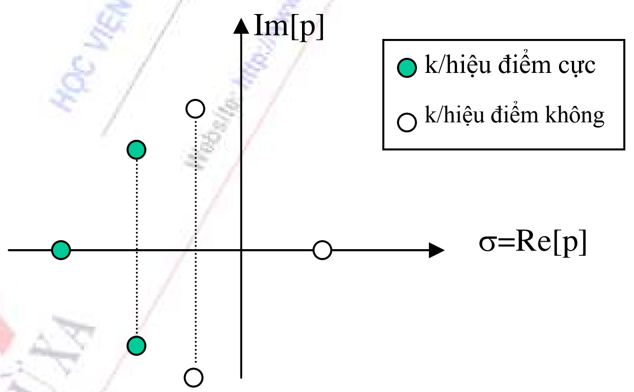
$$H(p) = b_m \frac{\prod_{i=1}^{m}(p-p_i)}{\prod_{k=1}^{n}(p-p_k)} \tag{4.5}$$

Nếu các nghiệm khác không, dạng tích còn được biểu diễn theo một cách khác:

$$H(p) = k_0 \frac{\prod_{i=1}^{m}(1-\frac{p}{p_i})}{\prod_{k=1}^{n}(1-\frac{p}{p_k})} \tag{4.6}$$

4.1.3 Tính ổn định của hệ thống

Tính ổn định của hệ thống liên quan tới vị trí của các điểm không và các điểm cực của H(p) trên mặt phẳng phức như hình 4.2. Chúng là một cơ sở quan trọng để xác định đặc trưng của hệ thống.



Hình 4.2: Mặt phẳng phức

+ Trên các hệ thống ổn định, với mọi tác động hữu hạn thì đáp ứng cũng phải hữu hạn. Hệ thống là *ổn định* khi và chỉ khi mọi điểm cực của H(p) nằm bên nửa trái của mặt phẳng phức, tức là $Re[p_k]<0$, với mọi k=1,2, ...,n.

+ Hệ thống nằm ở *biên giới ổn định* nếu khi và chỉ khi các điểm cực của H(p) nằm bên nửa trái mặt phẳng phức, ngoại trừ có thể tồn tại các điểm cực không lặp nằm trên trục ảo.

+ Hệ thống là *không ổn định* khi tồn tại điểm cực của H(p) nằm bên nửa phải mặt phẳng phức, hoặc tồn tại điểm cực lặp nằm trên trục ảo.

Điều kiện ổn định của các mạch điện tuyến tính, bất biến, có thông số tập trung là mọi điểm cực của H(p) nằm bên nửa trái của mặt phẳng phức. Đối với các mạch thụ động, có thể tồn tại các điểm cực (không lặp) nằm trên trục ảo mà mạch vẫn ổn định bởi vì mạch không bao giờ bị tự kích với bất kỳ sự thay đổi nào của các thông số. Còn đối với các mạch tích cực, nếu tồn tại các điểm cực nằm trên trục ảo, thì dưới tác động của bất kỳ sự thay đổi nhỏ nào của các thông số mạch, các điểm cực hoàn toàn có thể nhảy sang nửa mặt phẳng phải và mạch sẽ bị tự kích.

4.2 ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG

4.2.1 Khái niệm

Khi Fourier hóa hệ thống (cùng các phương trình tương ứng) sang miền tần số ta có khái niệm đáp ứng tần số của hệ thống:

$$H(j\omega) = FT[h(t)] = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = |H(j\omega)|.e^{j\arg H(j\omega)} \tag{4.7}$$

trong đó $|H(j\omega)|$ là đáp ứng biên độ và $\arg H(j\omega)$ là đáp ứng pha của hệ thống.

Từ đặc tuyến tần số, ta có thể nhận biết được đặc trưng của hệ thống trong miền tần số và phản ứng của hệ thống khi các tác động đầu vào có dạng điều hòa.

4.2.2 Mối quan hệ giữa đáp ứng tần số và hàm truyền đạt

Từ kết quả của chương trước, ta thấy rằng nếu vùng hội tụ của H(p) bao hàm cả điều kiện tồn tại biến đổi Fourier thì ta có thể tính trực tiếp $H(j\omega)$ từ H(p) bằng cách thay thế p =jω.

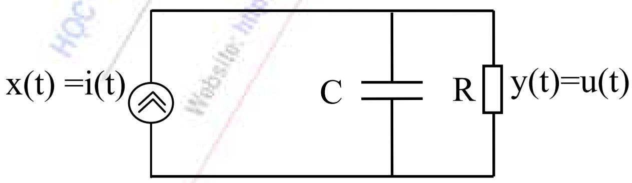
$$H(j\omega) = H(p)\big|_{p=j\omega} \tag{4.8}$$

Đối với các hệ thống nhân quả và ổn định, luôn tồn tại $H(j\omega)$.

Thí dụ 4.1

Xét mạch điện như hình 4.3. Khi đó mối giữa i(t) là dòng điện tác động, và u(t) là đáp ứng ra sẽ là pt vi phân cấp 1:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{CR}y(t) = \frac{1}{C}x(t)$$



Hình 4.3

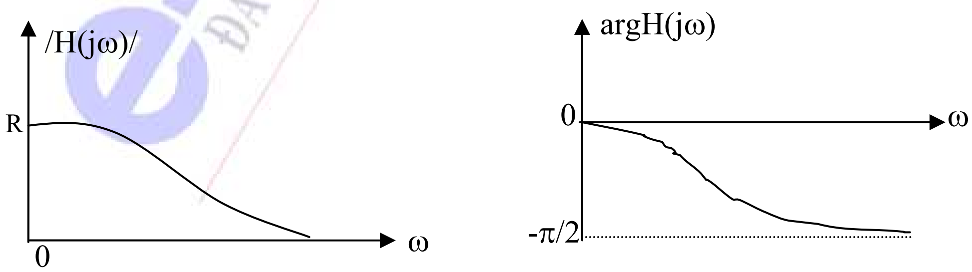
-Hàm truyền đạt tương ứng với các hệ số của phương trình là:

$$H(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{1/C}{p + \frac{1}{CR}}$$

Hệ thống tuyến tính, bất biến và nhân quả này là ổn định vì có một điểm cực đơn p_k=-1/RC nằm bên nửa mặt phẳng trái.

-Do hệ nhân quả ổn định nên tồn tại đáp ứng tần số:

$$H(j\omega) = H(p)\big|_{p=j\omega} = \frac{1/C}{\frac{1}{CR} + j\omega} = \frac{1/C}{\sqrt{\frac{1}{C^2R^2} + \omega^2}}.e^{-jarctgRC\omega}$$



Hình 4.4

Cho tần số biến thiên từ 0 đến vô cùng, đặc tuyến tần số của hệ gồm đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha có thể vẽ định tính như hình 4.4.

Đặc tuyến này mô tả mối tương quan về biên độ và pha của điện áp ra đối với dòng điện vào theo tần số: $|H(j\omega)| = \left|\dfrac{U_R(j\omega)}{I(j\omega)}\right|$, và: $\arg H(j\omega) = \varphi_{U_R} - \varphi_I$

Từ đặc tuyến tần số, ta có thể nhận biết được đặc trưng của hệ thống trong miền tần số là mạch lọc thông thấp. Vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc π/2.

-Để minh chứng, nếu $i(t) = \sin\omega_0 t, \quad t \geq 0$, *giả thiết hệ không có năng lượng ban đầu, tức là $u_C(0^-)=0$,* khi đó ta có:

$$U(p) = H(p).X(p) = \frac{1/C}{p + \dfrac{1}{CR}}.\frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$$

Biến đổi Laplace ngược ta được đáp ứng ra là:

$$u(t) = \frac{1}{C(\omega_0^2 + \dfrac{1}{R^2C^2})}\left[\omega_0 e^{-\frac{1}{RC}t} - \omega_0 \cos\omega_0 t + \frac{1}{RC}\sin\omega_0 t\right]$$

rõ ràng bạn có thể kiểm chứng ở chế độ xác lập thì thành phần exp đầu tiên không còn nữa. Ở vùng tần thấp thì thành phần sin có tác dụng đáng kể với biên độ gấp R lần và đồng pha với tác động. Khi tần số tăng lên thì thành phần cos có tác dụng đáng kể nhưng có biên độ giảm dần và chậm pha dần tới π/2 so với tác động.

4.3 ĐỒ THỊ BODE

Trong thí dụ trước, ta đã ngẫu nhiên đề cập tới phương pháp vẽ định tính đặc tuyến tần số của hệ thống một cách trực tiếp theo đáp ứng tần số $H(j\omega)$**.** Trong mục này, chúng ta sẽ nói đến phương pháp vẽ định tính đặc tuyến tần số của mạch trên cơ sở các điểm cực và điểm không của H(p) theo phương pháp vẽ đồ thị Bode.

4.3.1 Nguyên tắc đồ thị Bode

Nguyên tắc đồ thị Bode là vẽ đáp ứng tần số (biên độ & pha) của mạch bằng cách tổng hợp trực tiếp các đặc tuyến tần số thành phần ứng với các điểm cực và điểm không của H(p), cụ thể như sau:

-Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = \ln|F(j\omega)| \;\; \text{Np} \qquad (4.9)$$

hoặc

$$a(\omega) = 20.\lg|F(j\omega)| \;\; \text{dB} \qquad (4.10)$$

-Đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg[F(j\omega)] \;\; \text{rad} \qquad (4.11)$$

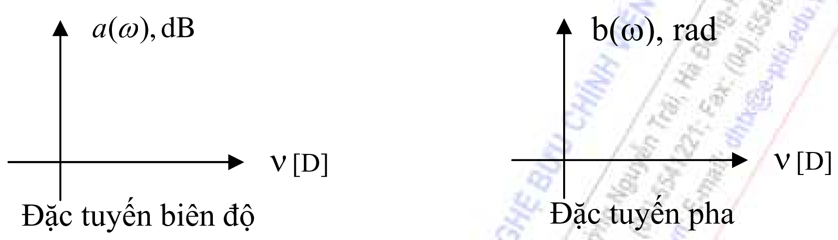
Các đặc tuyến này được thực hiện trên thang tỉ lệ logarithmic đối với ω, ký hiệu là trục ν, đơn vị Decade:

$$\nu = \lg \frac{\omega}{\omega_0} \quad [D] \tag{4.12}$$

hoặc đơn vị octave:
$$\nu = \log_2 \frac{\omega}{\omega_0} \quad [oct] \tag{4.13}$$

trong đó ω_0 là tần số chuẩn dùng để chuẩn hoá giá trị cho ω.

Trong tài liệu này, ta quy ước các thí dụ về đồ thị Bode được thực hiện trên hệ trục tọa độ logarit như hình 4.5.



Hình 4.5

4.3.2 Ý nghĩa của phương pháp đồ thị Bode

Đồ thị Bode là một công cụ đắc lực đặc biệt để vẽ định tính đặc tuyến tần số của hệ thống. Điều đó thể hiện qua sự phân tích về hệ đo lường của phương pháp này:

Xuất phát từ biểu diễn của H(p) dưới dạng tích của các thừa số thành phần:

$$H(p) = b_m \frac{\prod_{i=1}^{m}(p - p_i)}{\prod_{k=1}^{n}(p - p_k)}, \quad \text{hay} \quad H(p) = k_0 \frac{\prod_{i=1}^{m}(1 - \frac{p}{p_i})}{\prod_{k=1}^{n}(1 - \frac{p}{p_k})}$$

Tổng quát:
$$H(p) = K \frac{\prod_{i=1}^{m} H_i(p)}{\prod_{k=1}^{n} H_k(p)} \tag{4.14}$$

Khi đó, với sự thay thế p=jω, ta sẽ có:

$$H(j\omega) = K \frac{\prod_{i=1}^{m} H_i(j\omega)}{\prod_{k=1}^{n} H_k(j\omega)} \tag{4.15}$$

-Vậy đáp ứng pha sẽ là:

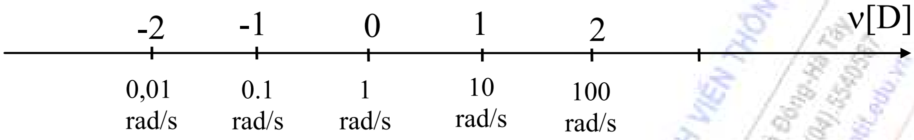
$$b(\omega) = \arg[H(j\omega)] = \arg[K] + \sum_{i=1}^{m} \arg[H_i(j\omega)] - \sum_{k=1}^{n} \arg[H_k(j\omega)] \tag{4.16}$$

-Còn đáp ứng biên độ sẽ là:

$$a(\omega)_{dB} = 20\log|H(j\omega)| = |K|_{dB} + \sum_{i=1}^{m} |H_i(j\omega)|_{dB} - \sum_{k=1}^{n} |H_k(j\omega)|_{dB} \tag{4.17}$$

Về mặt toán học, việc sử dụng đơn vị dB cho phép phân giải tích các thừa số thành tổng đại số của các đại lượng thành phần, làm đơn giản hoá phép nhân đồ thị bằng phép cộng các thành phần đồ thị Bode cơ bản. Ngoài ra sự lôgarit hoá còn làm đơn giản việc phân tích các khâu mắc dây chuyền (mắc chuỗi xích) trong hệ thống.

Bây giờ ta xét tới sự biểu diễn tần số. Hình vẽ dưới đây minh hoạ cho một số giá trị tần số theo đơn vị Decad và tương ứng theo đơn vị rad/s (tần số chuẩn ω_0 được chọn là 1rad/s):



Vậy trục Decade giúp cho việc biểu diễn các vùng tần số dễ dàng hơn dù nó biến thiên trong một khoảng rất rộng. Đồng thời cho phép các đường phi tuyến trên trục ω (dạng $a(\omega)_{dB} = A.\lg\dfrac{\omega}{\omega_0}$) biến thành đường thẳng trên trục ν (dạng $a(\omega)_{dB} = A.\nu$) và do đó việc tổng hợp các đường cong sẽ được đơn giản hóa thành việc tổng hợp các đoạn thẳng tiệm cận gần đúng của các đồ thị thành phần cơ bản.

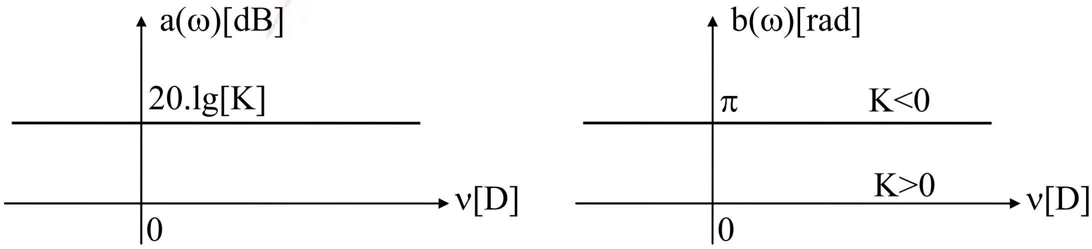
Như vậy đồ thị Bode của đáp ứng tần số H(jω) dựa trên các thành phần thừa số K, $H_k(p)$ và $H_i(p)$ của hàm truyền đạt: $H(p) = K\dfrac{\prod_{i=1}^{m} H_i(p)}{\prod_{k=1}^{n} H_k(p)}$, ở đây còn có một số chú ý quan trọng:

1. Ngoại trừ thành phần hệ số K, dạng của các thành phần còn lại phụ thuộc hoàn toàn vào vị trí của các điểm không p_i (nghiệm của thừa số $H_i(p)$) và vị trí của các điểm cực p_k (nghiệm của thừa số $H_k(p)$).

2. Xét hai thành phần: $H_j(p)$ và $\dfrac{1}{H_j(p)}$, đồ thị Bode (biên độ và pha) của hai thành phần này hoàn toàn đối xứng nhau qua trục Decade. Vì vậy chúng ta chỉ cần xét dạng đồ thị Bode của các thành phần cơ bản ứng với điểm không, từ đó suy ra dạng đồ thị của các thành phần ứng với điểm cực theo nguyên tắc lấy đối xứng. Cũng cần phải nhắc lại rằng các điểm cực không nằm bên nửa phải của mặt phẳng phức.

4.3.3 Các thành phần đồ thị Bode cơ bản

1. Đồ thị của thành phần hệ số K:



Hình 4.6

$$a(\omega) = 20.\lg|K| \quad \text{dB}$$

$$b(\omega) = \arg K = \begin{cases} 0 & \text{khi } K > 0 \\ \pi & \text{khi } K < 0 \end{cases}$$

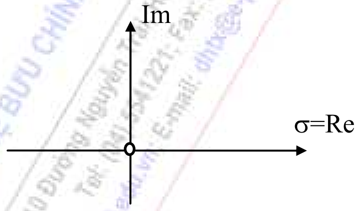
Đồ thị Bode của thành phần này được minh hoạ trên hình 4.6.

2. Đồ thị của thành phần ứng với điểm không ở gốc toạ độ:

Trên hình 4.7 mô tả một điểm không ở gốc, $p_i = 0$, khi đó hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

$$H_i(p) = p$$

suy ra: $H_i(j\omega) = j\omega$



Hình 4.7

+ Xét đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20.\lg|j\omega| = 20.\lg\omega = 20\nu \ \ [\text{dB}]$$

Lưu ý rằng ω viết ở đây đã được chuẩn hoá, tức là tỉ số của tần số đang xét và tần số chuẩn. Như vậy a(ω) là một đường thẳng đi qua gốc và có độ dốc 20dB/D.

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg(j\omega) = \frac{\pi}{2}[\text{rad}]$$

Đồ thị pha là một đường thẳng song song với trục hoành. Đồ thị Bode của thành phần này được minh hoạ trên hình 4.8.



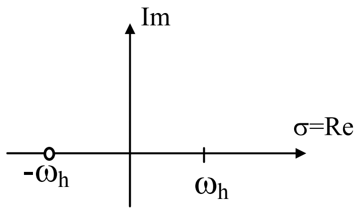
Hình 4.8

3. Đồ thị của thành phần ứng với điểm không (khác 0) nằm trên trục σ:

- *Nếu điểm không nằm trên nửa trái trục σ:*

Trên hình 4.9 mô tả một điểm không $p_i = -\omega_h$ trên nửa trái của trục σ, với ω_h là một hằng số dương, khi đó hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

$$H_i(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}$$

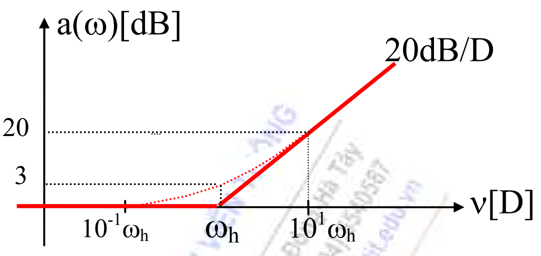


Hình 4.9

+ Xét đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20.\lg\left|1+\frac{j\omega}{\omega_h}\right| = 10.\lg[1+(\frac{\omega}{\omega_h})^2] \quad [dB]$$

$$a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_h \\ 3dB & \text{khi } \omega = \omega_h \\ 20\lg\frac{\omega}{\omega_h} & \text{khi } \omega > 10\omega_h \end{cases}$$



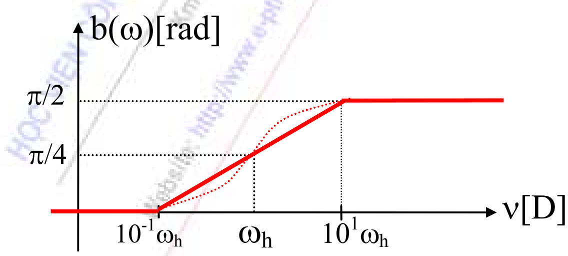
Hình 4.10

a(ω) có thể được xấp xỉ là một đường gẫy khúc tại tần số gãy ω_h trên trục D, độ dốc bằng 20dB/D như hình 4.10. Đường chính xác của a(ω) sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên và đi qua giá trị 3dB tại điểm ω_h.

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg(1+\frac{j\omega}{\omega_h}) = \text{arctg}\frac{\omega}{\omega_h}$$

$$b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_h \\ \frac{\pi}{4} & \text{khi } \omega = \omega_h \\ \frac{\pi}{2} & \text{khi } \omega > 10\omega_h \end{cases}$$



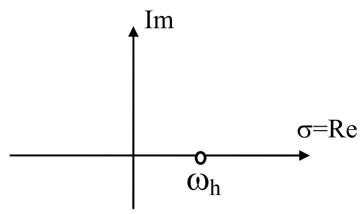
Hình 4.11

Vậy đặc tuyến pha cũng có thể xấp xỉ bằng một đường gãy khúc như hình vẽ:

Đường chính xác của b(ω) sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên và có giá trị là π/4 tại điểm ω_h.

- *Nếu điểm không nằm trên nửa phải trục σ:*

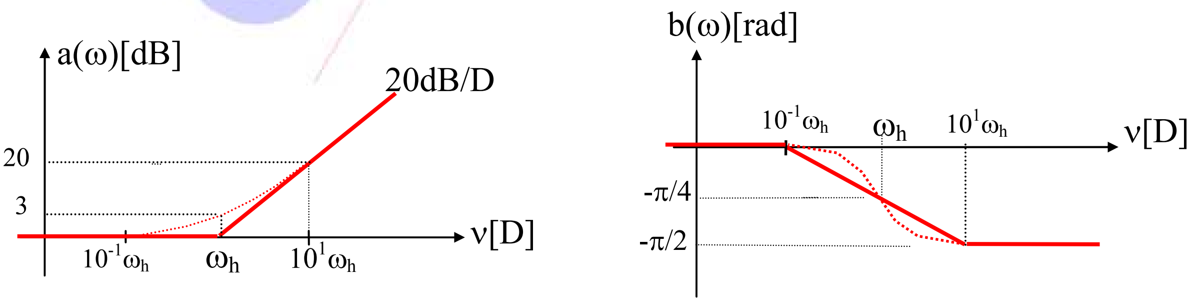
Khi điểm không nằm trên nửa phải của trục σ như hình 4.12, hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:



Hình 4.12

$$H_i(p) = 1 - \frac{p}{\omega_h}$$

với ω_h là một hằng số dương.



Hình 4.13

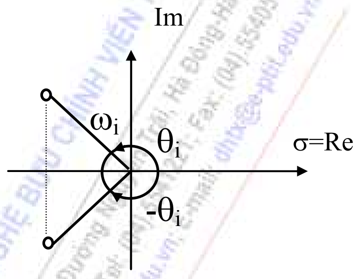
Đồ thị Bode trong trường hợp này có dạng như hình 4.13.

So với trường hợp $H_i(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}$, đồ thị biên độ của thành phần $H_i(p) = 1 - \frac{p}{\omega_h}$ có dạng không thay đổi, nhưng đồ thị pha có dạng lấy đối xứng qua trục hoành.

4. Đồ thị của thành phần ứng với điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp:

- *Nếu điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên nửa trái mặt phẳng phức:*

Hình 4.14 dưới đây minh hoạ giá trị môđun và argumen của điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên nửa trái mặt phẳng phức. Lúc đó tích hai thừa số tương ứng với cặp nghiệm này trong miền tần số phức có dạng:



Hình 4.14

$$H_i(p) = (1 - \frac{p}{\omega_i.e^{j\theta_i}})(1 - \frac{p}{\omega_i.e^{j\theta_i}}) =$$

$$= 1 - 2\cos\theta_i \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

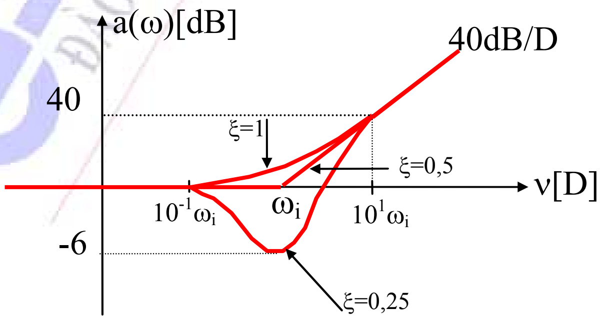
Hay: $H_i(p) = 1 + 2|\xi|\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$, trong đó $\xi = -\cos\theta_i$, $0 < \xi < 1$, và ω_i>0:

+ Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20.\lg\left|1 + j2\xi\frac{\omega}{\omega_i} + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}\right| = 10.\lg[(1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2})^2 + 4\xi^2(\frac{\omega}{\omega_i})^2] \quad [dB]$$

$$\Rightarrow a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ 10\lg 4\xi^2 & \text{khi } \omega = \omega_i \\ 40\lg\frac{\omega}{\omega_i} & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$

a(ω) có dạng là các đoạn cong và đoạn gẫy khúc tuỳ thuộc vào giá trị của ξ (với 0<ξ<1) được mô tả như hình 4.15.

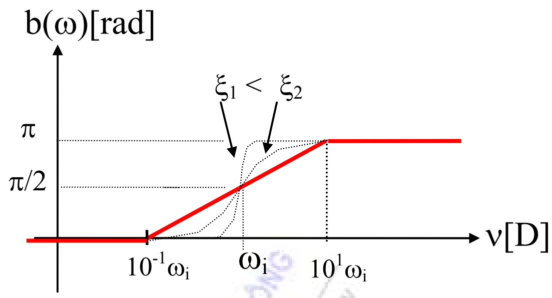


Hình 4.15

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = arctg\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_i}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_i^2}}$$

$$\Rightarrow b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ \frac{\pi}{2} & \text{khi } \omega = \omega_i \\ \pi & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$



Hình 4.16

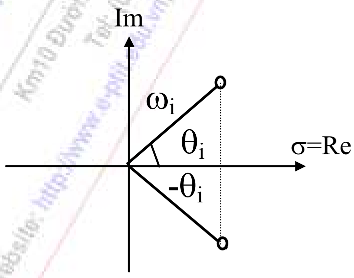
Đặc tuyến pha cũng có thể xấp xỉ bằng các đoạn cong và gẫy khúc tuỳ thuộc vào giá trị của ξ (với 0<ξ<1) như hình 4.16.

- *Nếu điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên nửa phải mặt phẳng phức (như hình vẽ 4.17):*

Hàm truyền đạt thành phần sẽ có dạng:

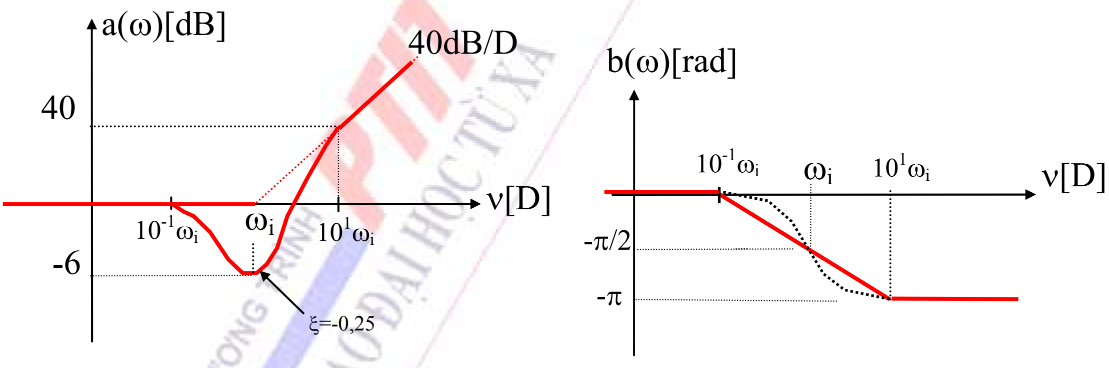
$$H_k(p) = 1 - 2|\xi|\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

trong đó: $\xi = -\cos\theta_i$, $(-1 < \xi < 0)$



Hình 4.17

Hình 4.18 là thí dụ đồ thị Bode trường hợp ứng với $\xi = -0.25$.

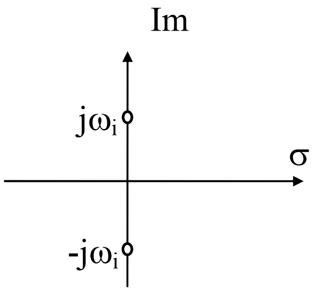


Hình 4.18

So với trường hợp $\xi = 0.25$, đồ thị biên độ thành phần ứng với $\xi = -0.25$ có dạng không thay đổi, nhưng đồ thị pha có dạng lấy đối xứng qua trục hoành.

5. Thành phần ứng với điểm không nằm trên trục ảo:

Hình vẽ 4.19 dưới đây minh hoạ điểm không là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên trục ảo. Đây là trường hợp đặc biệt của thành phần đã xét ở trên khi $\xi = 0$, lúc đó hàm mạch tương ứng với cặp nghiệm này trong miền p có dạng:

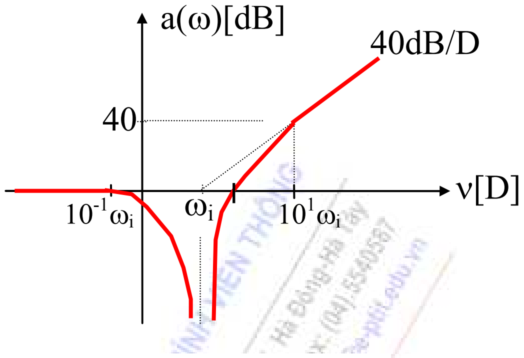


Hình 4.19

$$H_i(p) = (1 - \frac{p}{j\omega_i})(1 + \frac{p}{j\omega_i}) = 1 + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

+ Đặc tuyến biên độ:

$$a(\omega) = 20.\lg\left|1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2}\right| \quad [dB]$$

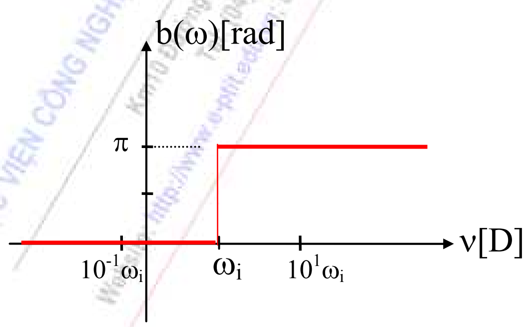


Hình 4.20

Đặc tuyến biên độ được mô tả như hình 4.20.

$$\Rightarrow a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < 0.1\omega_i \\ -\infty & \text{khi } \omega = \omega_i \\ 40\lg\frac{\omega}{\omega_i} & \text{khi } \omega > 10\omega_i \end{cases}$$

-Tại $\omega = \sqrt{2}\omega_i \quad \Rightarrow a(\omega) = 0$



Hình 4.21

+ Bây giờ ta xét sang đặc tuyến pha:

$$b(\omega) = \arg[1 - \frac{\omega^2}{\omega_i^2}] \qquad [rad]$$

Đặc tuyến pha có dạng như hình 4.21:

$$\Rightarrow b(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{khi } \omega < \omega_i \\ \pi & \text{khi } \omega > \omega_i \end{cases}$$

-Tại $\omega = \omega_i$ có sự nhảy vọt của pha.

4.3.4 Tổng hợp đồ thị Bode

Đặc tuyến tần số $H(j\omega)$ của một hệ thống được tổng hợp bằng phương pháp đồ thị Bode như sau:

+ Phân tích hàm truyền đạt của hệ thống H(p) thành dạng tích của các thành phần cơ bản:

$$H(p) = K\frac{\prod_{i=1}^{m} H_i(p)}{\prod_{k=1}^{n} H_k(p)}$$

+ Vẽ đặc tuyến biên độ và pha của từng thành phần tương ứng.

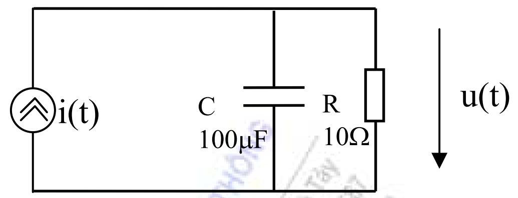
+ Tổng hợp đặc tuyến bằng phương pháp cộng đồ thị. Chú ý việc cộng đồ thị nên được thực hiện từ trái sang phải, chú ý các điểm gãy khúc.

Thí dụ 4.2

Trở lại xét mạch điện như hình vẽ 4.22, i(t) là dòng điện tác động, và u(t) là đáp ứng ra của mạch.

-Hàm truyền đạt tương ứng là:

$$H(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{1/C}{p + \frac{1}{CR}}$$

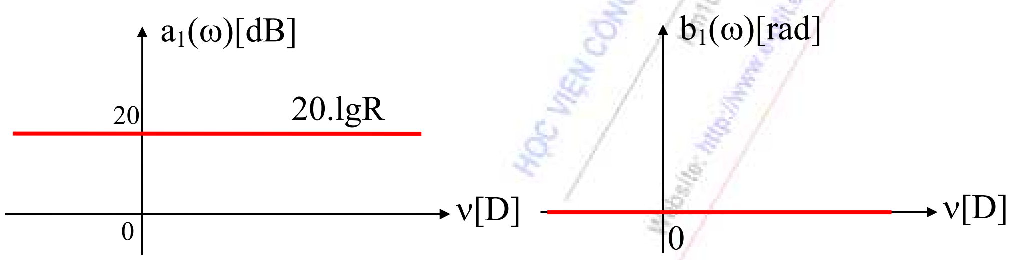


Hình 4.22

-Phân tích hàm truyền đạt H(p) thành dạng tích của các thành phần cơ bản:

$$H(p) = R.\frac{1}{1 + \frac{p}{1/RC}}$$

- Thành phần (1) ứng với hệ số R, $H_1(p)$=R, đồ thị biên độ và pha của nó có dạng như hình 4.23:

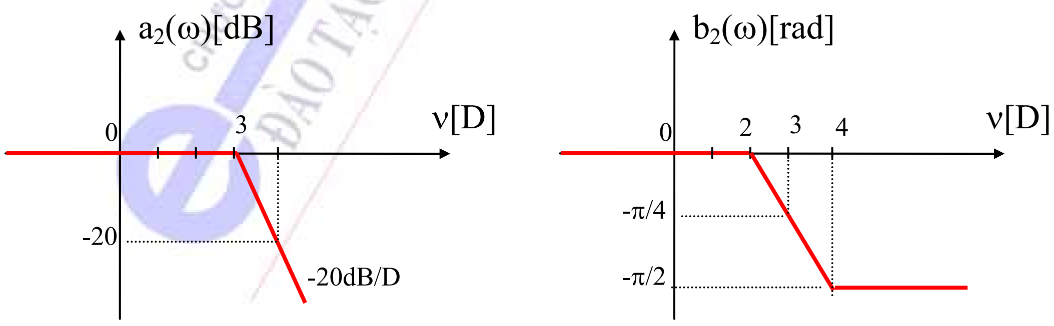


Hình 4.23

-Thành phần (2): tương ứng điểm cực nằm trên nửa trái trục σ:

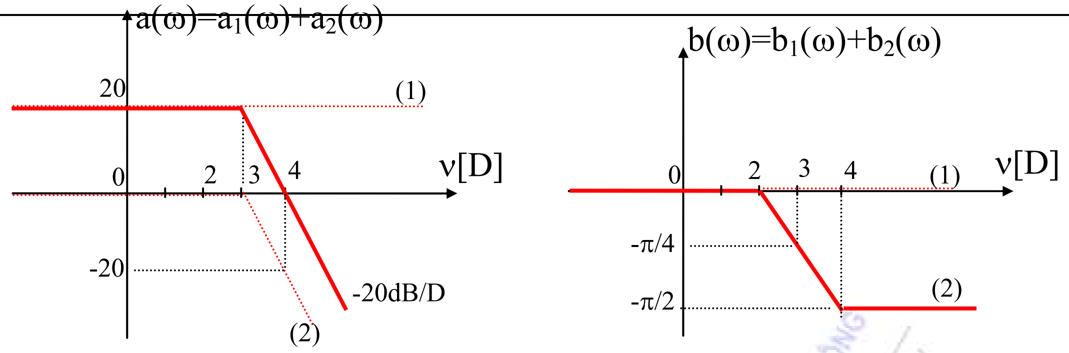
$$H_2(p) = 1 + \frac{p}{\omega_h}, \text{ trong đó } \omega_h = \frac{1}{RC} = 10^3$$

Đồ thị biên độ và pha của nó có dạng như hình 4.24 (đối xứng với đồ thị của điểm không tương ứng qua trục Decade):



Hình 4.24

-Xếp chồng hai đồ thị thành phần lên nhau và thực hiện cộng đồ thị (bắt đầu từ trái qua phải, chú ý các vị trí gãy khúc), đồ thị tổng hợp có dạng như hình 4.25.



Hình 4.25

a(ω) được xấp xỉ là một đường gẫy khúc tại tần số gãy ω_h =3D, độ dốc bằng 0 khi $\omega \ll \omega_h$, và độ dốc bằng -20B/D khi $\omega \gg \omega_h$ như hình vẽ. Đường chính xác của a(ω) sẽ là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên.

b(ω) được xấp xỉ là một đường gẫy khúc tại các tần số gãy $\omega_h \pm 1$ trên trục D. Đường chính xác của b(ω) là một đường cong tiệm cận với đường gãy khúc nói trên.

4.4 ỨNG DỤNG ĐỒ THỊ BODE ĐỂ KHẢO SÁT MẠCH ĐIỆN

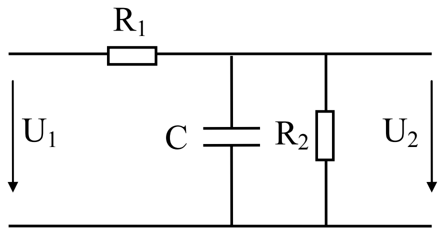
Trong nhiều trường hợp, đáp ứng tần số dưới dạng các đặc tuyến gãy gần đúng theo phương pháp Bode cũng đủ để khảo sát tính chất của hệ thống, vì vậy không cần phải vẽ đặc tuyến chính xác của nó.

Trong thí dụ vừa xét trên: Khi tần số tăng thì đặc tuyến biên độ bị suy hao. Tại điểm ω_h độ suy giảm là 3dB (so với gốc).Từ đặc tuyến tần số, ta có thể nhận biết được đặc trưng của mạch trong miền tần số là mạch lọc thông thấp. Ở vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc π/2. Cũng cần chú ý rằng đặc tuyến biên độ có đoạn a(ω) >0dB, tuy nhiên điều này không minh chứng được rằng đây là mạch khuếch đại bởi định nghĩa hàm truyền đạt của nó không phải áp dụng cho hai đại lượng vào và ra cùng loại. Sau đây ta sẽ xét một vài thí dụ với định nghĩa hàm truyền đạt của hai đại lượng cùng loại.

Thí dụ 4.3: Hãy xác định đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.26. Cho các số liệu: R_1=40kΩ, R_2=10kΩ, C=100nF.

Giải:

Hàm truyền đạt điện áp của mạch:



Hình 4.26

$$K(p)=\frac{U_2}{U_1}=\frac{\dfrac{R_2}{1+R_2pC}}{R_1+\dfrac{R_2}{1+R_2pC}}=\frac{R_2}{R_1+R_2+pR_1R_2C}$$

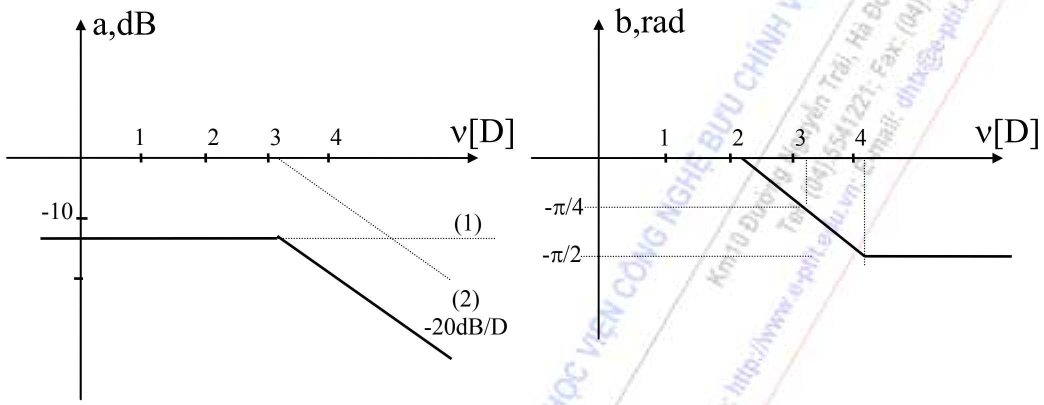
$$=\frac{\dfrac{R_2}{R_1+R_2}}{1+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}C.p}=k\frac{1}{1+\dfrac{p}{\omega_h}}$$

trong đó: $k = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{10}{40 + 10} = 0{,}2$

$$\omega_h = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = \frac{(40+10).10^3}{40.10.10^6.100.10^{-9}} = 1250 rad.s^{-1}$$

Đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện biểu thị trên hình 4.27 gồm có hai đồ thị thành phần, trong đó giá trị biên độ thành phần thứ nhất của đồ thị là:

$$a_1 = 20\lg k = 20\lg 0{,}2 = -14\text{dB}.$$



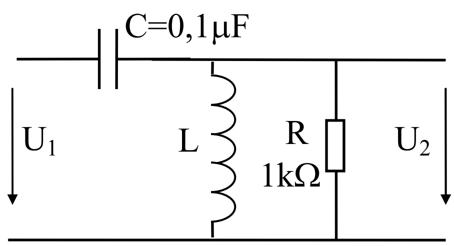
Hình 4.27

Thí dụ 4.4: Hãy xác định đồ thị Bode của hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.28 trong các trường khác nhau của L (L=1H; L=4mH; L=0,4H).

Giải:

Hàm truyền đạt điện áp của mạch:

$$K(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\dfrac{RLp}{R+Lp}}{\dfrac{1}{pC} + \dfrac{RLp}{R+Lp}} = \frac{LC.p^2}{1 + \dfrac{L}{R}p + LC.p^2}$$



Hình 4.28

a. Trường hợp L=1H:

Khi đó mẫu số có dạng:

$$H_2(p) = 1 + 10^{-3}.p + 10^{-7}.p^2$$

tam thức bậc hai này có hai nghiệm đơn:

$$p_1 = -1{,}12.10^3; \quad p_2 = -8{,}9.10^3$$

Đặt $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{\sqrt{1.0{,}1.10^{-6}}} = \sqrt{10^7} = 3{,}16.10^3$, Tử số có dạng $H_1(p) = \dfrac{p^2}{\omega_0^2}$.

$$K(p) = \frac{\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}{(1 - \dfrac{p}{p_1})(1 - \dfrac{p}{p_2})} = \frac{\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}{(1 + \dfrac{p}{|p_1|})(1 + \dfrac{p}{|p_2|})}$$

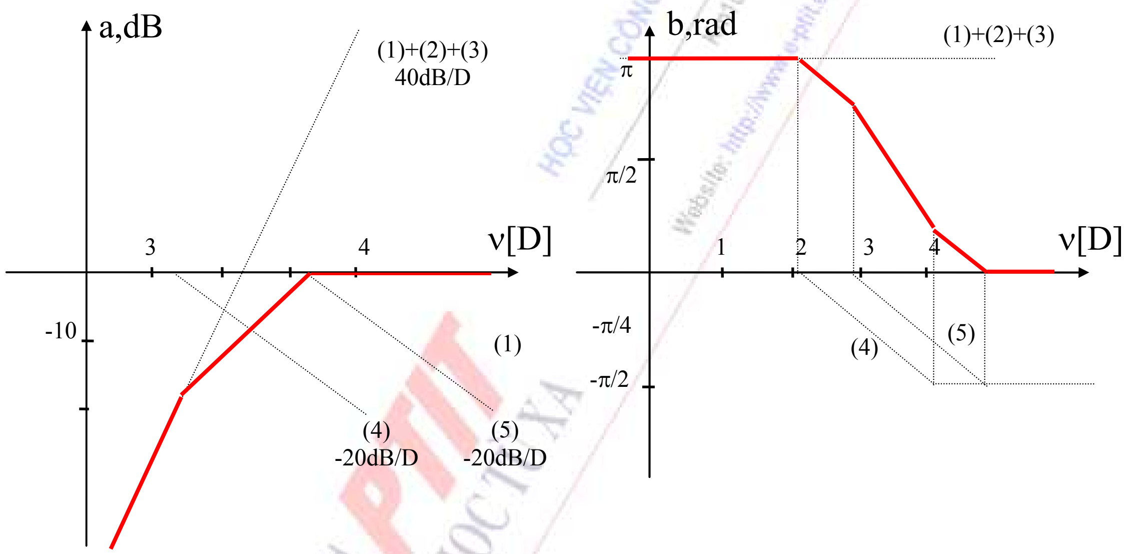
Thay số, K(p) có thể viết lại:

$$K(p) = 10^{-7}\frac{p.p}{(1+\frac{p}{1120})(1+\frac{p}{8900})}$$

Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có năm đồ thị thành phần tương ứng với:

$$K_1(p) = 10^{-7}$$
$$K_2(p) = K_3(p) = p$$
$$K_4(p) = 1+\frac{p}{1120}$$
$$K_5(p) = 1+\frac{p}{8900}$$

và đồ thị tổng hợp của chúng như hình vẽ 4.29.



Hình 4.29

Như vậy ở vùng tần thấp, điện áp ra bị suy giảm nhiều, đồng thời nhanh pha hơn so với điện áp vào. Khi tần số tăng thì độ suy giảm tiến gần đến không và độ dịch pha cũng tiến dần đến không. Mạch đóng vai trò là bộ lọc thông cao (HPF).

b. Trường hợp L=4mH:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{4.10^{-3}.0,1.10^{-6}}} = \sqrt{0,25.10^{10}} = 5.10^4$$

Mẫu số có dạng:

$$H_2(p)=1+4.10^{-6}.p+4.10^{-10}.p^2 \qquad (1)$$

tam thức bậc hai này có cặp nghiệm phức liên hiệp:

$$p_1 = -0,5.10^4 + j0,5.10^5\ ; \qquad p_2 = -0,5.10^4 - j0,5.10^5$$

Vậy ta sẽ đưa về dạng:

$$H_2(p) = 1 + 2\xi\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2} \qquad (2)$$

Thực hiện đồng nhất hai biểu thức (1) & (2) ta có:

$\omega_i = 5.10^4$; $\xi = 0,1$;

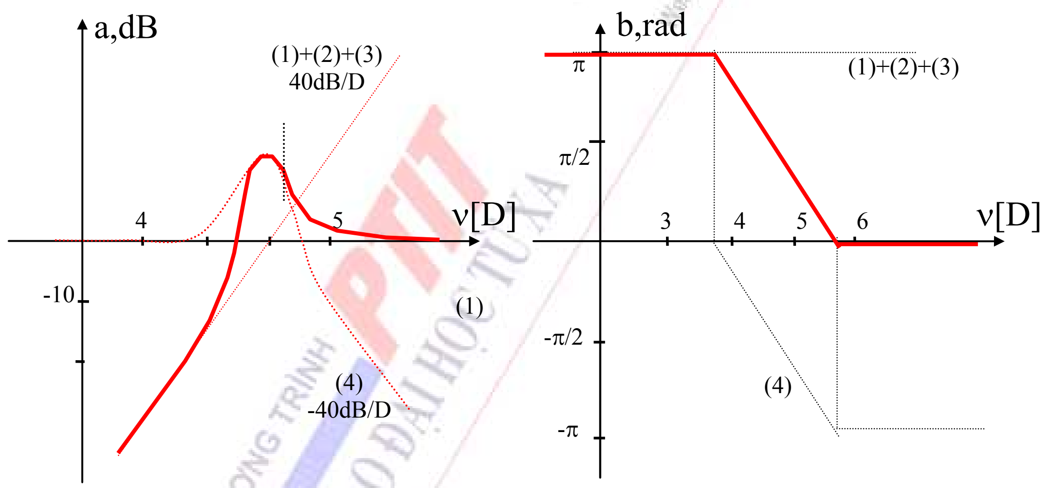
Vậy K(p) có thể viết lại:

$$K(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + 2\xi\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}} \quad \text{hay} \quad K(p) = 4.10^{-10}\frac{pp}{1 + 2\xi\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}}$$

Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có 4 đồ thị thành phần tương ứng với:

$$K_1(p) = 4.10^{-10}$$
$$K_2(p) = K_3(p) = p$$
$$K_4(p) = 1 + 2\xi\frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}$$

và tổng hợp đồ thị Bode của chúng như hình vẽ 4.30.



Hình 4.30

Như vậy tại lân cận tần số $\omega_i = 5.10^4$, trong mạch xảy ra hiện tượng đặc biệt, đó là điện áp ra có biên độ lớn hơn điện áp vào . Điều đó nghĩa là có sự khuếch đại điện áp (cộng hưởng điện áp) tại vùng tần số lân cận $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, đó là một trong những tính chất quan trọng của các mạch thụ động bậc hai RLC. Lúc này mạch vẫn đóng vai trò là bộ lọc thông cao, nhưng đặc tuyến tần số của nó xuất hiện vùng bứu vồng lên.

c. Trường hợp L=0,4H:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,4.0,1.10^{-6}}} = \sqrt{0,25.10^8} = 5.10^3$$

Mẫu số có dạng:

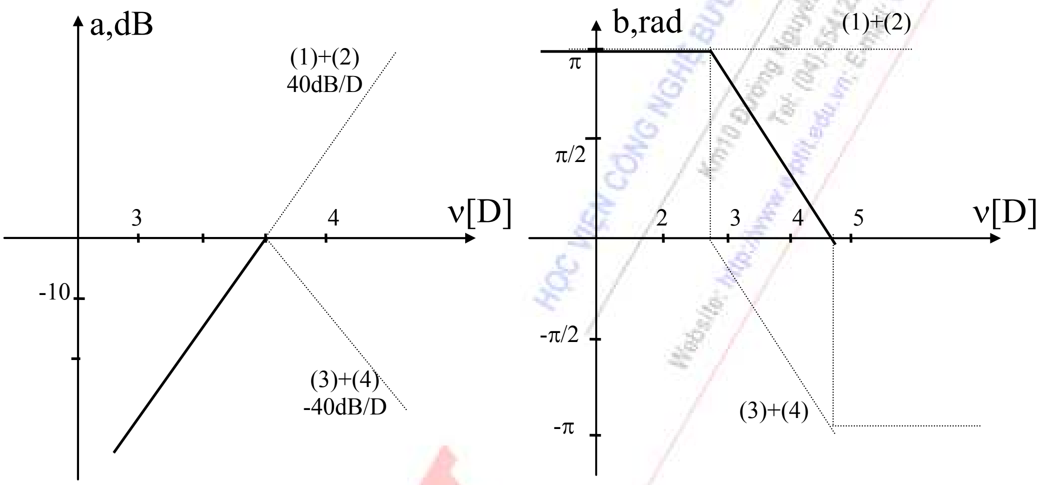
$$H_2(p)=1+4.10^{-4}.p+4.10^{-8}.p^2$$

tam thức bậc hai này có nghiệm kép:

$$p_{1,2} = -5.10^3$$

Vậy K(p) có thể viết lại: $K(p) = \dfrac{\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}{(1+\dfrac{p}{|p_1|})^2}$

Đồ thị Bode của hàm mạch gồm có bốn đồ thị thành phần như hình 4.31.



Hình 4.31

Qua thí dụ trên ta thấy rằng, khi có tam thức bậc hai xuất hiện trong hàm mạch thì trước hết ta đưa về dạng: $1 + b.p + a.p^2$ và sau đó tìm nghiệm của đa thức này. Có thể xảy ra ba trường hợp:

-Đa thức có hai nghiệm đơn (p_1 và p_2): khi đó viết lại đa thức dưới dạng:

$$1+b.p+a.p^2 \Rightarrow (1-\frac{p}{p_1})(1-\frac{p}{p_2})$$

và đồ thị Bode sẽ có hai đồ thị thành phần tách biệt.

-Đa thức có nghiệm kép ($p_1 = p_2$): khi đó viết lại đa thức dưới dạng:

$$1+b.p+a.p^2 \Rightarrow (1-\frac{p}{p_1})(1-\frac{p}{p_2}) = (1-\frac{p}{p_1})^2$$

và đồ thị Bode sẽ có hai đồ thị thành phần trùng nhau, hay nói cách khác tương đương một đồ thị có độ dốc gấp đôi.

-Đa thức có hai nghiệm phức liên hiệp: khi đó cần phải viết lại đa thức dưới dạng:

$$1 + b.p + a.p^2 \Leftrightarrow 1+2\xi\frac{p}{\omega_i}+\frac{p^2}{\omega_i^2}$$

và thực hiện đồng nhất đa thức để tìm ra các tham số tương ứng.

TỔNG HỢP NỘI DUNG CHƯƠNG IV

- Hàm truyền đạt của mạch tương tự-tuyến tính-bất biến và nhân quả được định nghĩa trực tiếp từ tỉ số giữa đáp ứng và tác động trong miền p. Hàm truyền đạt hoàn toàn đặc trưng và thay thế cho mạch điện về mặt toán học trong các bài toán phân tích và tổng hợp mạch. Nó cung cấp một cách nhìn toàn diện mạch điện trên quan điểm lý thuyết hệ thống.
- Đáp ứng tần số của mạch được định nghĩa trực tiếp từ tỉ số giữa đáp ứng và tác động trong miền tần số. Đáp ứng tần số có thể suy ra từ hàm truyền đạt bằng cách thay thế p=jω. Nó mô tả các đặc trưng của mạch đối với tần số thông qua đặc tuyến biên độ và pha .
- Phương pháp đồ thị Bode là phương pháp vẽ gần đúng đặc tuyến của đáp ứng tần số của mạch. Mục tiêu của nó là đơn giản hóa công việc thực hiện vẽ đặc tuyến của các đáp ứng tần số phức tạp (bậc cao) trên cơ sở phân tích hàm truyền đạt thành tích của các thành phần cơ bản tương ứng với các điểm cực và điểm không, đồng thời biến phép nhân đồ thị thành phép cộng đồ thị trên hệ đơn vị logarit.
- Đồ thị Bode là một công cụ hữu hiệu để phân tích mạch điện trong miền tần số.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG IV

4.1 Xét các điểm cực của hàm truyền đạt H(p) của mạch. Mạch điện chỉ thực sự ổn định khi và chỉ khi:

a. mọi điểm cực nằm bên nửa trái mặt phẳng phức (bao hàm cả trục ảo).

b. mọi điểm cực nằm bên nửa trái mặt phẳng phức (không bao hàm trục ảo).

c. tồn tại điểm cực nằm bên nửa phải mặt phẳng phức.

d. mọi điểm cực là nghiệm đơn nằm bên nửa trái mặt phẳng phức

4.2 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{p}{(1+\frac{p}{1120})(1+\frac{p}{8900})}$$

4.3 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{p}{(1+\frac{p}{11})(1-\frac{p}{90})}$$

4.4 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{k}{p.(1+\frac{p}{11})}$$

4.5 Xác định tính ổn định của hệ thống đặc trưng bởi hàm truyền đạt sau đây:

$$H(p) = \frac{k}{p^2.(1+\frac{p}{11})}$$

4.6 Đối với các mạch điện nhân quả và ổn định, ta luôn có thể tính toán trực tiếp đáp ứng tần số $H(j\omega)$ từ hàm truyền đạt H(p) bằng cách:

a. nhân p với jω.

b. nhân H(p) với jω.

c. thay thế p = jω.

d. thay thế p = -jω.

4.7 Đồ thị Bode của điểm cực có dạng thừa số tương ứng với dạng thừa số của điểm không thuộc nửa trái mặt phẳng phức được suy ra từ đồ thị của điểm không theo nguyên tắc:

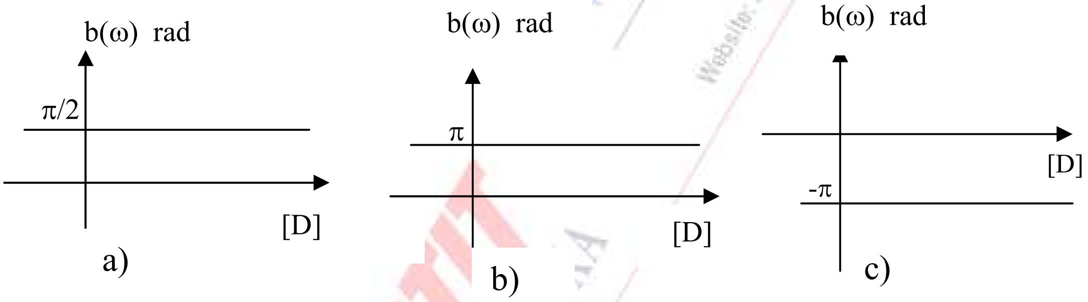
a. Đồ thị Bode biên độ và pha đều được lấy đối xứng qua trục hoành

b. Đồ thị Bode biên độ và pha đều được giữ nguyên dạng

c. Đồ thị Bode pha giữ nguyên dạng còn đồ thị biên độ phải lấy đối xứng qua trục hoành

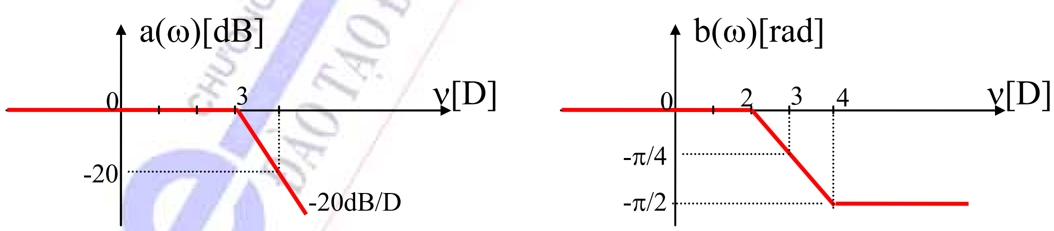
d. Đồ thị Bode biên độ giữ nguyên dạng còn đồ thị pha phải lấy đối xứng qua trục hoành

4.8 Trường hợp nào trong hình vẽ 4.32 dưới đây tương ứng với đồ thị pha của thành phần ứng với hệ số K<0 của hàm truyền đạt?

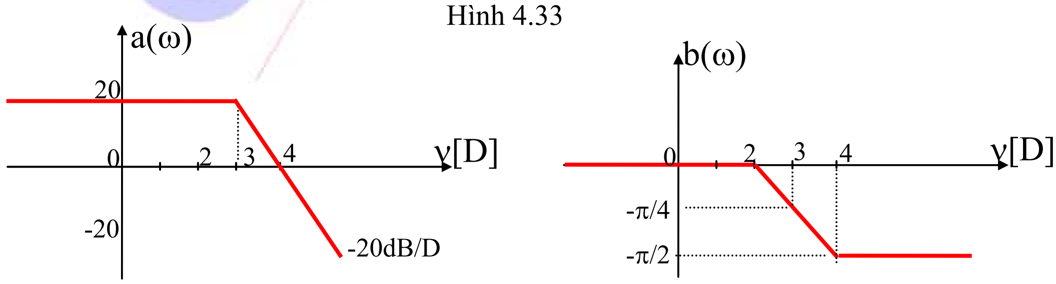


Hình 4.32

4.9 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống nếu đồ thị Bode của nó có dạng như hình vẽ 4.33.



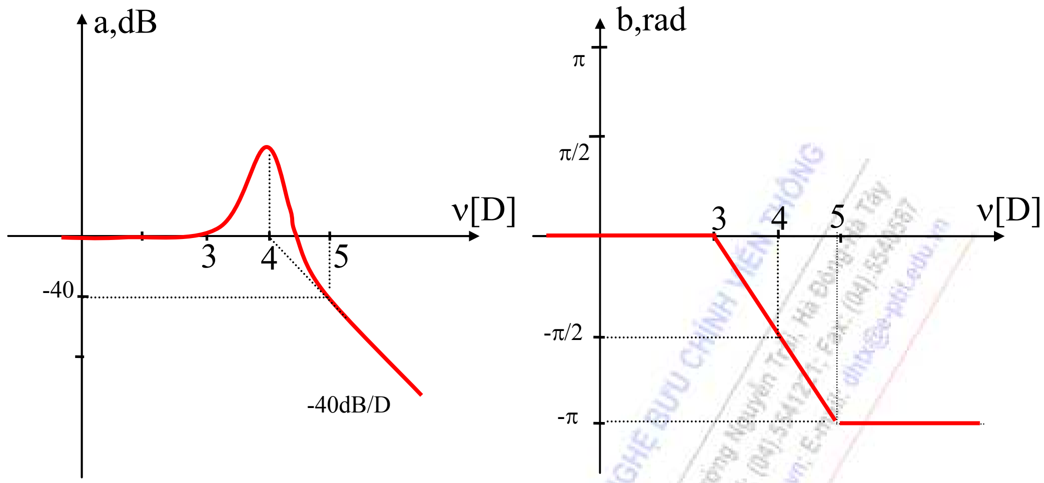
Hình 4.33



Hình 4.34

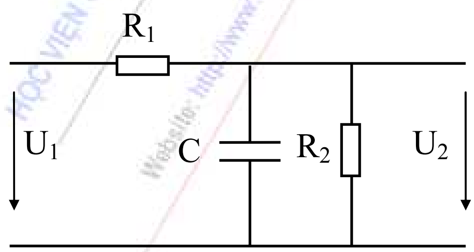
4.10 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống nếu đồ thị Bode của nó có dạng như hình vẽ 4.34

4.11 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống nếu đồ thị Bode của nó có dạng như hình vẽ 4.35



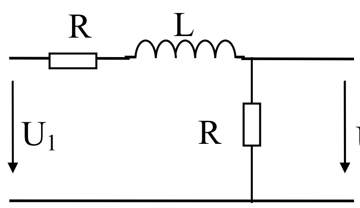
Hình 4.35

4.12 vẽ định tính trực tiếp (không dùng hệ trục tọa độ logarit) đặc tuyến hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 4.36:



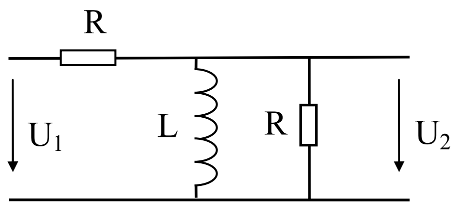
Hình 4.36

4.13 Vẽ đồ thi Bode của hàm truyền đạt điện áp và nhận xét về tính chất của mạch điện hình 4.37.



Hình 4.37

4.14 Vẽ đồ thi Bode của hàm truyền đạt điện áp và nhận xét về tính chất của mạch điện hình 4.38.



Hình 4.38

CHƯƠNG V

MẠNG BỐN CỰC VÀ ỨNG DỤNG

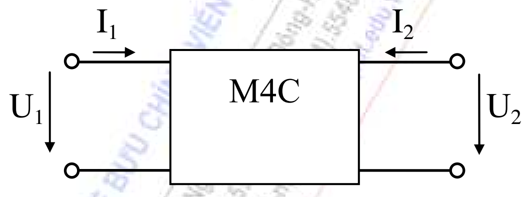
GIỚI THIỆU

Mạng bốn cực, còn gọi là mạng hai cửa là một hệ thống mạch có bốn đầu ra tương ứng với hai cửa (thông thường được phối ghép với nguồn tín hiệu và tải) diễn tả như hình 5.1, trong đó:

U_1, I_1: điện áp và dòng điện tại cửa 1

U_2, I_2: điện áp và dòng điện tại cửa 2

Trong tài liệu này, ta quy ước mang tính thống nhất như sau: chiều dương của điện áp từ trên xuống, chiều dương của dòng điện đi vào M4C.



Hình 5.1: Mô hình mạng bốn cực

Với mục tiêu trang bị khả năng nghiên cứu các mạch điện dưới góc độ hệ thống mạng bốn cực, các nội dung được đề cập trong chương này bao gồm:

- Thảo luận các tham số cơ bản của bốn cực tuyến tính, bất biến, không chứa nguồn độc lập, tương hỗ và không tương hỗ.
- Sự phối ghép giữa các khối chức năng trong hệ thống mạng bốn cực.
- Nghiên cứu tính chất và tính toán các thông số của một số mạng bốn cực thường gặp.

5.1 MẠNG BỐN CỰC TUYẾN TÍNH, BẤT BIẾN, TƯƠNG HỖ

5.1.1 Các hệ phương trình đặc tính và thông số tương ứng cuả bốn cực:

Dạng tổng quát của phương trình đặc tính:

$$a_{11}U_1 + a_{12}U_2 + b_{11}I_1 + b_{12}I_2 = 0$$

$$a_{21}U_1 + a_{22}U_2 + b_{21}I_1 + b_{22}I_2 = 0$$

Từ 4 đại lượng: U_1 U_2 I_1 I_2 ta có thể rút ra hai thông số bất kỳ theo hai thông số còn lại. Như vậy có tất cả 6 hệ phương trình đặc tính mô tả mối quan hệ giữa dòng và áp trên các cửa của M4C như bảng 5.1. Tuỳ theo từng dạng bốn cực mà ta sử dụng hệ phương trình đặc tính phù hợp nhất để phân tích. Mỗi hệ phương trình đặc tính tương ứng với một loại thông số phù hợp.

Hệ phương trình đặc tính	Thông số tương ứng
$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$	Trở kháng hở mạch z_{ij}
$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases}$	Truyền đạt a_{ij}

$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases}$	Hỗn hợp h_{ij}
$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$	Dẫn nạp ngắn mạch y_{ij}
$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$	Hỗn hợp ngược g_{ij}
$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases}$	Truyền đạt ngược b_{ij}

Bảng 5.1: Các hệ phương trình đặc trưng của mạng bốn cực.

Sau đây ta sẽ xét một số hệ phương trình đặc tính cụ thể:

- Hệ phương trình đặc tính trở kháng

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z}}.\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5\text{-}1)$$

trong đó $\underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$ (gọi là ma trận trở kháng hở mạch)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \quad (5\text{-}2)$$

Các hệ số (thông số trở kháng hở mạch) được tính theo các công thức:

$$z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} \quad \text{(trở kháng vào hở mạch của cửa 1)} \quad (5\text{-}3)$$

$$z_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \quad \text{(trở kháng vào hở mạch của cửa 2)} \quad (5\text{-}4)$$

$$z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \quad \text{(trở kháng truyền đạt hở mạch)} \quad (5\text{-}5)$$

$$z_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} \quad \text{(trở kháng truyền đạt hở mạch)} \quad (5\text{-}6)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$z_{12} = z_{21} \quad (5\text{-}7)$$

- Hệ phương trình đặc tính dẫn nạp

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{Y}} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}8)$$

trong đó $\underline{\underline{Y}} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận dẫn nạp ngắn mạch)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases} \qquad (5\text{-}9)$$

Các hệ số (thông số dẫn nạp) được tính theo các công thức:

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0} \quad \text{(dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 1)} \qquad (5\text{-}10)$$

$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0} \quad \text{(dẫn nạp vào ngắn mạch của cửa 2)} \qquad (5\text{-}11)$$

$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0} \quad \text{(dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch)} \qquad (5\text{-}12)$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0} \quad \text{(dẫn nạp truyền đạt ngắn mạch)} \qquad (5\text{-}13)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$y_{12} = y_{21} \qquad (5\text{-}14)$$

- *Hệ phương trình đặc tính truyền đạt*

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}15)$$

trong đó $\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận truyền đạt)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases} \qquad (5\text{-}16)$$

Các hệ số (thông số truyền đạt) được tính theo các công thức:

$$a_{11} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \quad a_{22} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{U_2=0} \quad a_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{U_2=0} \quad a_{21} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \qquad (5\text{-}17)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$\Delta a = -1 \tag{5-18}$$

- Hệ phương trình đặc tính truyền đạt ngược

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{B}} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \tag{5-19}$$

trong đó $\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận truyền đạt ngược)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases} \tag{5-20}$$

Các hệ số (thông số truyền đạt ngược) được tính theo các công thức:

$$b_{11} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_1=0} \qquad b_{22} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_1=0} \qquad b_{12} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{U_1=0} \qquad b_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{I_1=0} \tag{5-21}$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$\Delta b = -1 \tag{5-22}$$

- Hệ phương trình đặc tính hỗn hợp

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{5-23}$$

trong đó $\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận hỗn hợp)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases} \tag{5-24}$$

Các hệ số (thông số hỗn hợp) được tính theo các công thức:

$$h_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0} \qquad h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0} \tag{5-25}$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$h_{12} = -\,h_{21} \tag{5-26}$$

- Hệ phương trình đặc tính hỗn hợp ngược

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}27)$$

trong đó $\underline{\underline{G}} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ (ma trận hỗn hợp ngược)

Dưới dạng hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases} \qquad (5\text{-}28)$$

Các hệ số (thông số hỗn hợp ngược) được tính theo các công thức:

$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{I_2=0} \quad g_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{U_1=0} \quad g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{U_1=0} \quad g_{21} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_2=0} \qquad (5\text{-}29)$$

Đối với trường hợp bốn cực tương hỗ ta có:

$$g_{12} = -\,g_{21} \qquad (5\text{-}30)$$

- Quan hệ giữa các thông số cuả mạng bốn cực

Trở kháng hở mạch	$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$	1	z_{11}	z_{12}	z_{21}	z_{22}	Δz
Hỗn hợp ngược	$\begin{cases} I_1 = g_{11}U_1 + g_{12}I_2 \\ U_2 = g_{21}U_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$	g_{11}	1	$-g_{12}$	g_{21}	Δg	g_{22}
Truyền đạt ngược	$\begin{cases} U_2 = b_{11}U_1 + b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}U_1 + b_{22}I_1 \end{cases}$	b_{21}	$-b_{22}$	1	Δb	b_{11}	$-b_{12}$
Truyền đạt	$\begin{cases} U_1 = a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{cases}$	a_{21}	a_{11}	$-\Delta a$	1	$-a_{22}$	$-a_{12}$
Hỗn hợp	$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases}$	h_{22}	Δh	h_{12}	$-h_{21}$	1	h_{11}
Dẫn nạp ngắn mạch	$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$	Δy	y_{22}	$-y_{12}$	$-y_{21}$	y_{11}	1

Bảng 5.2: Bảng quan hệ giữa các thông số cuả mạng bốn cực

Bảng 5.2 được sử dụng để thiết lập mối quan hệ giữa các thông số. Đặc điểm của bảng này là:

+ Trong một hình chữ nhật bất kỳ thuộc bảng, tích các thông số trên đường chéo bằng nhau. Chẳng hạn như $-z_{12}.h_{21} = h_{12}.z_{21}$.

+ Các hàng tỉ lệ với nhau theo một hệ số nhất định. Hệ số tỉ lệ chính là thông số trên hàng đã biết nằm cùng một cột với chữ số 1 trên hàng thông số chưa biết. Chẳng hạn, cho biết z_{ij}, để tìm h_{ij} ta làm như sau:

Lấy chữ số 1 trong hàng h_{ij} được hỏi, chiếu lên hàng z_{ij} đã cho ta sẽ tìm được z_{22} là hệ số tỉ lệ. Dóng theo cột ta sẽ có giá trị các thông số tương ứng, kết quả là:

$$h_{11} = \frac{\Delta z}{z_{22}}; \quad h_{12} = \frac{z_{12}}{z_{22}}; \quad h_{21} = -\frac{z_{21}}{z_{22}}; \quad h_{22} = \frac{1}{z_{22}}; \quad \Delta h = \frac{z_{11}}{z_{22}}$$

+ Sự tỉ lệ theo quy tắc trên cũng đúng với các cột. Như vậy có thể tìm các thông số trên một cột dựa theo một cột khác đã biết (như quy tắc đã nêu đối với hàng).

5.1.2. Điều kiện tương hỗ cuả bốn cực

Bốn cực tương hỗ được xây dựng từ các phần tử tương hỗ (tức là các phần tử có tính chất dẫn điện hai chiều (như RLC)). Ta có thể tóm tắt điều kiện của bốn cực tương hỗ như sau:

$$\begin{array}{lll} z_{12} = z_{21} & g_{21} = -g_{12} & y_{12} = y_{21} \\ \Delta a = -1 & h_{12} = -h_{21} & \Delta b = -1 \end{array} \qquad (5\text{-}31)$$

(trong đó ký hiệu Δa, Δb là định thức của ma trận thông số a_{ij}, b_{ij})

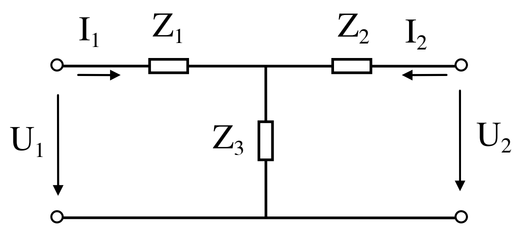
Như vậy, để xác định một bốn cực tổng quát, ta cần phải biết bốn thông số (tương ứng với một hệ phương trình đặc tính). Với bốn cực tương hỗ, ta chỉ cần xác định ba thông số.

5.1.3 Sơ đồ tương đương của bốn cực tuyến tính, thụ động, tương hỗ

Như phần trên ta đã biết biết bốn cực tuyến tính, tương hỗ hoàn toàn được xác định bởi ba thông số. Quan hệ giữa dòng điện và điện áp ở hai cửa của bốn cực sẽ tương đương với quan hệ của ba thông số này trong mạng bốn cực có ba trở kháng được chọn một cách thích hợp. Các sơ đồ tương đương đơn giản nhất chứa ba trở kháng thường gặp là bốn cực hình T và hình π.

- Sơ đồ chuẩn hình T:

Kí hiệu các trở kháng của bốn cực hình T là Z_1, Z_2, Z_3 (hình 5.2):



Hình 5.2

Bây giờ ta tính các thông số z_{ij} của bốn cực tương hỗ theo các trở kháng trên. Theo định nghĩa ta có:

$$z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_1 + Z_3 \qquad (5\text{-}32)$$

$$z_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_2 + Z_3 \qquad (5\text{-}33)$$

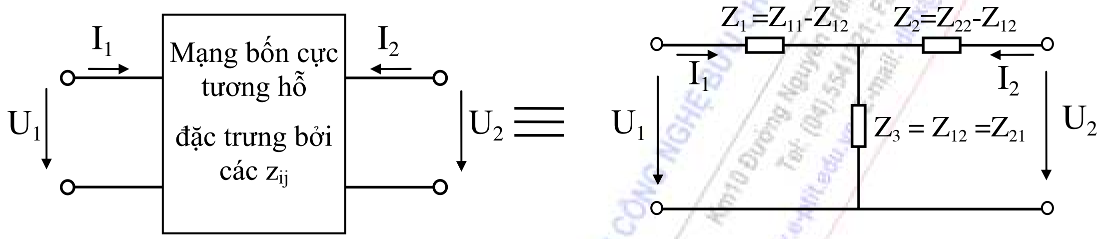
$$z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_3 \qquad (5\text{-}34)$$

$$z_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = z_{12} = Z_3 \qquad (5\text{-}35)$$

Và ta có thể suy ngược lại, xác định các trở kháng của sơ đồ tương đương hình T theo các thông số z_{ij} của bốn cực:

$$Z_1 = z_{11} - z_{12} \qquad Z_2 = z_{22} - z_{12} \qquad Z_3 = z_{12} = z_{21} \qquad (5\text{-}36)$$

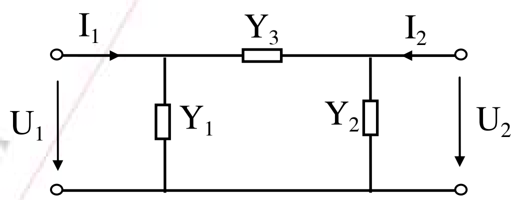
Đây là các thông số của sơ đồ tương đương chuẩn hình T của bốn cực tương hỗ, sự tương đương này thể hiện trên hình 5.3.



Hình 5.3: Sơ đồ tương đương chuẩn hình T của bốn cực tương hỗ

- Sơ đồ chuẩn hình π:

Kí hiệu các dẫn nạp của bốn cực hình π là Y_1, Y_2, Y_3 (hình 5.4). Bây giờ ta tính các thông số y_{ij} của bốn cực tương hỗ theo các dẫn nạp trên. Theo định nghĩa ta có:



Hình 5.4

$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0} = Y_1 + Y_3 \qquad (5\text{-}37)$$

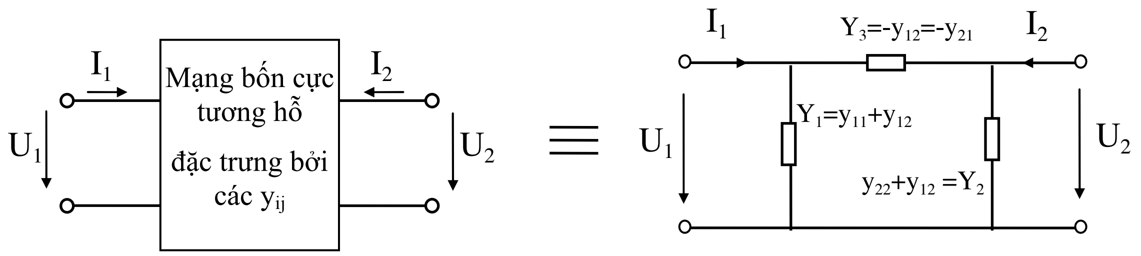
$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0} = Y_2 + Y_3 \qquad (5\text{-}38)$$

$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0} = -Y_3 \qquad (5\text{-}39)$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0} = y_{12} = -Y_3 \qquad (5\text{-}40)$$

Và ta có thể suy ngược lại, xác định các dẫn nạp của sơ đồ tương đương hình π theo các thông số y_{ij} của bốn cực:

$$Y_1 = y_{11} + y_{12}\ ; \qquad Y_2 = y_{22} + y_{12}\ ; \qquad Y_3 = -y_{12} = -y_{21} \qquad (5\text{-}41)$$



Hình 5.5: Sơ đồ tương đương chuẩn hình π của bốn cực tương hỗ

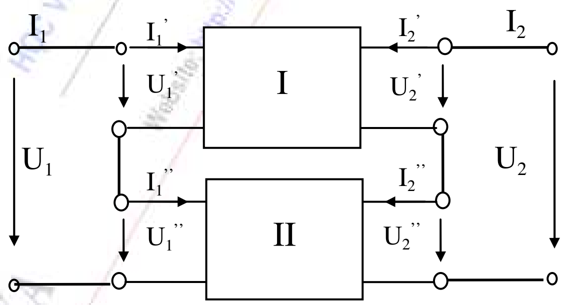
Đây là các thông số của sơ đồ tương đương chuẩn hình π của bốn cực tương hỗ, sự tương đương này thể hiện trên hình 5.5.

5.1.4 Các phương pháp ghép nối bốn cực

Bốn cực phức tạp có thể coi như được ghép nối từ các bốn cực đơn giản theo những cách khác nhau. Với mỗi hình thức ghép nối sẽ có một hệ phương trình và một hệ thông số thích hợp nhất. Có năm cách ghép nối bốn cực, bao gồm:

Ghép nối tiếp - nối tiếp (N-N)

Các bốn cực được gọi là mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau nếu đối với mỗi cửa có dòng điện là chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần (hình 5.6). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình trở kháng. Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:



Hình 5.6: Ghép N-N

Đối với bốn cực I: $\begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z}}' \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}$

Đối với bốn cực II: $\begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Z}}'' \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$

Cộng hai phương trình ma trận theo từng vế và nhóm thừa số chung, ta có:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{Z}}' + \underline{\underline{Z}}''] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

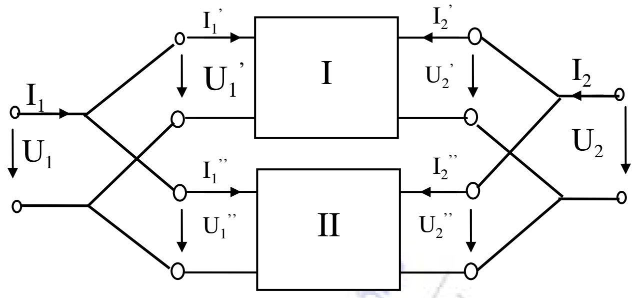
Vậy ta rút ra: $\underline{\underline{Z}} = \underline{\underline{Z}}' + \underline{\underline{Z}}''$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc N-N với nhau:

$$\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} \underline{\underline{Z_k}} \qquad (5\text{-}42)$$

Ghép song song - song song (S-S)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu S-S với nhau nếu đối với mỗi cửa có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần (hình 5.7). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình dẫn nạp.



Hình 5.7: Ghép S-S

Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:

Đối với bốn cực I: $$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Y}}' \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \end{bmatrix}$$

Đối với bốn cực II: $$\begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \underline{\underline{Y}}'' \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix}$$

Cộng hai phương trình ma trận theo từng vế và nhóm thừa số chung, ta có:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{Y}}' + \underline{\underline{Y}}''] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

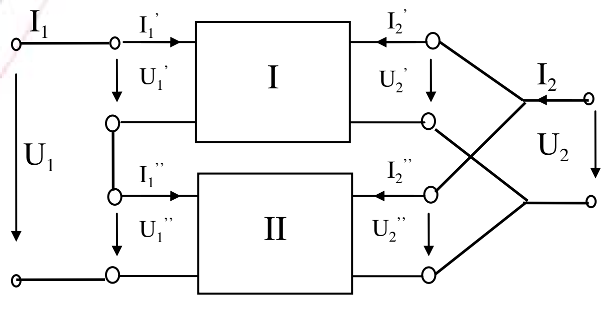
Vậy ta rút ra: $$\underline{\underline{Y}} = \underline{\underline{Y}}' + \underline{\underline{Y}}''$$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc S-S với nhau:

$$\underline{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^{n} \underline{\underline{Y_k}} \tag{5-43}$$

Ghép nối tiếp - song song (N-S)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu N-S với nhau nếu đối với cửa 1 có dòng điện là chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần. Còn cửa 2 có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần (hình 5.8). Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình hỗn hợp. Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:



Hình 5.8: Ghép N-S

Đối với bốn cực I: $$\begin{bmatrix} U_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}}' \begin{bmatrix} I_1' \\ U_2' \end{bmatrix}$$

Đối với bốn cực II: $$\begin{bmatrix} U_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}}'' \begin{bmatrix} I_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix}$$

Cộng hai phương trình ma trận theo từng vế và nhóm thừa số chung, ta có:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{H}}^{'} + \underline{\underline{H}}^{''}] \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

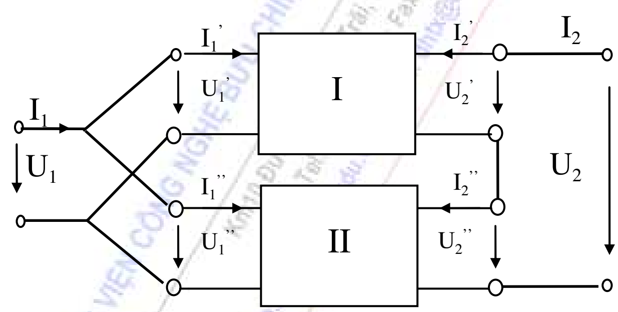
Vậy ta rút ra: $\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{H}}^{'} + \underline{\underline{H}}^{''}$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc N-S với nhau:

$$\underline{\underline{H}} = \sum_{k=1}^{n} \underline{\underline{H_k}} \qquad (5\text{-}44)$$

Ghép nối song song - nối tiếp (S-N)

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu S-N với nhau nếu đối với cửa 1 có điện áp là chung, còn dòng điện là tổng của các dòng điện thành phần. Còn cửa 2 có dòng điện là chung, còn điện áp là tổng các điện áp thành phần (hình 5.9).



Hình 5.9: Ghép S-N

Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối này là hệ phương trình hỗn hợp ngược.

Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:

Đối với bốn cực I: $\begin{bmatrix} I_1^{'} \\ U_2^{'} \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}}^{'} \begin{bmatrix} U_1^{'} \\ I_2^{'} \end{bmatrix}$

Đối với bốn cực II: $\begin{bmatrix} I_1^{''} \\ U_2^{''} \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}}^{''} \begin{bmatrix} U_1^{''} \\ I_2^{''} \end{bmatrix}$

Cộng hai phương trình ma trận theo từng vế và nhóm thừa số chung, ta có:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{G}}^{'} + \underline{\underline{G}}^{''}] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

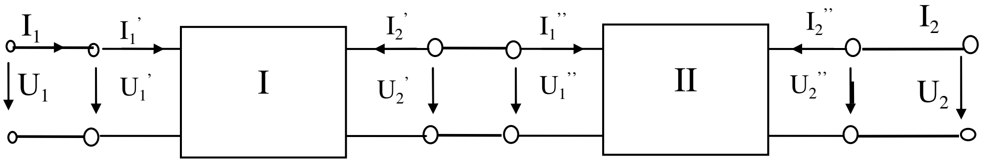
Vậy ta rút ra: $\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{G}}^{'} + \underline{\underline{G}}^{''}$

Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc S-N với nhau:

$$\underline{\underline{G}} = \sum_{k=1}^{n} \underline{\underline{G_k}} \qquad (5\text{-}45)$$

Ghép nối theo kiểu dây chuyền

Các bốn cực được gọi là mắc theo kiểu dây chuyền với nhau nếu cửa ra của bốn cực này được nối với cửa vào của bốn cực kia theo thứ tự liên tiếp (hình 5.10).



Hình 5.10: Ghép dây chuyền

Hệ phương trình thích hợp nhất đặc trưng cho đặc điểm của cách nối ghép này là hệ phương trình truyền đạt.

Với cách kí hiệu các thông số như trên hình vẽ, ta có:

Đối với bốn cực I: $$\begin{bmatrix} U_1^{'} \\ I_1^{'} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{'} \begin{bmatrix} U_2^{'} \\ I_2^{'} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Đối với bốn cực II: $$\begin{bmatrix} U_1^{''} \\ I_1^{''} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{''} \begin{bmatrix} U_2^{''} \\ I_2^{''} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Bây giờ ta đổi dấu cột hai của ma trận $A^{'}$ ta sẽ được $A^{*'}$, và (1) có thể viết lại:

$$\begin{bmatrix} U_1^{'} \\ I_1^{'} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{*'} \begin{bmatrix} U_2^{'} \\ -I_2^{'} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Phương trình (3) lại có thể viết thành:

$$\begin{bmatrix} U_1^{'} \\ I_1^{'} \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}}^{*'} \begin{bmatrix} U_1^{''} \\ I_1^{''} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Thay (2) vào (4) ta có:

$$\begin{bmatrix} U_1^{'} \\ I_1^{'} \end{bmatrix} = [\underline{\underline{A}}^{*'}.\underline{\underline{A}}^{''}].\begin{bmatrix} U_2^{''} \\ I_2^{''} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Phương trình (5) được viết lại thành:

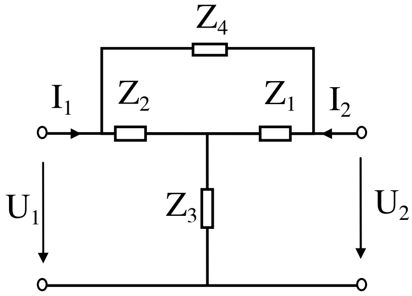
$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [\underline{\underline{A}}^{*'}.\underline{\underline{A}}^{''}].\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Vậy ta rút ra: $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}^{*'}.\underline{\underline{A}}^{''}$

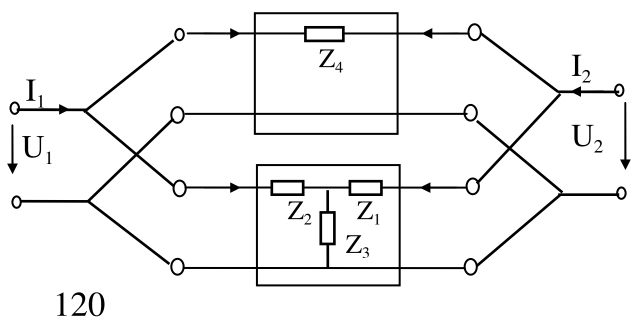
Một cách tổng quát ta có thể viết cho n bốn cực mắc dây chuyền với nhau:

$$\underline{\underline{A}} = \prod_{k=1}^{n-1} \underline{\underline{A}}_k^{*}.\underline{\underline{A}}_n \quad (5\text{-}46)$$

Thí dụ 5.1: Hãy nêu phương pháp xác định các thông số y_{ij} và z_{ij} của M4C như hình 5.11:



Hình 5.11



Hình 5.12

Giải: Có thể có vài phương pháp để xác định các thông số y_{ij}, z_{ij}. Thí dụ như:

-Cách 1: Tách mạng điện trên thành hai bốn cực thành phần mắc song song-song song với nhau như hình 5.12. Xác định các thông số y_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số y_{ij} của bốn cực theo công thức:

$$\underline{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^{2} \underline{\underline{Y_k}}$$

-Cách 2: Tách mạch điện trên thành hai bốn cực thành phần mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau. Xác định các thông số z_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số z_{ij} của bốn cực theo công thức:

$$\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{2} \underline{\underline{Z_k}}$$

Khi biết z_{ij} ta có thể tính y_{ij} (hoặc ngược lại) theo bảng quan hệ thông số.

-Cách 3: Xác định các y_{ij} trực tiếp theo định nghĩa trong hệ phương trình trở kháng hoặc dẫn nạp đặc tính của bốn cực.

$$z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{Z_2(Z_1+Z_4)+Z_3(Z_1+Z_2+Z_4)}{Z_1+Z_2+Z_4}$$

$$z_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_3 + \frac{Z_1(Z_2+Z_4)}{Z_1+Z_2+Z_4}$$

$$z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = z_{21} = \frac{Z_2Z_1+Z_3(Z_1+Z_2+Z_4)}{Z_1+Z_2+Z_4}$$

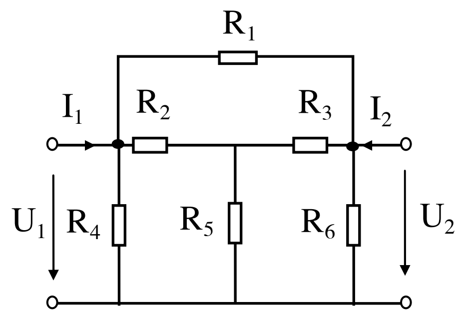
Thí dụ 5.2: Cho mạng bốn cực hình 5.13, hãy xác định các thông số dẫn nạp ngắn mạch y_{ij} và các thông số truyền đạt a_{ij} của mạng. Cho biết $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 10\Omega$.

Giải:

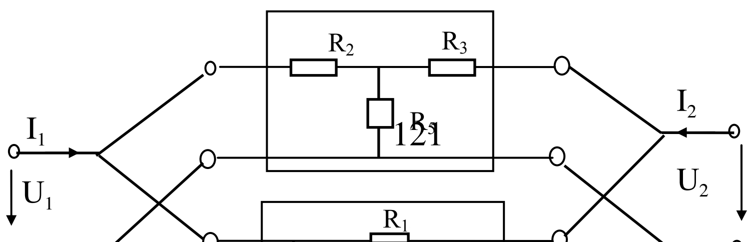
Nhìn vào sơ đồ ta nhận thấy mạch điện có thể phân tích thành hai mạng bốn cực thành phần hình T và π mắc song song-song song như hình 5.14. Ta có:

$$Y = Y_T + Y_\pi$$

Như vậy ta sẽ phải tính các thông số y_{ij} của từng bốn cực thành phần.



Hình 5.13



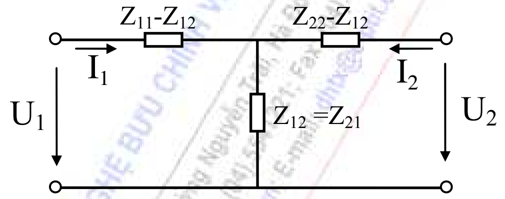
-Xét mạch hình T: là sơ đồ chuẩn của bốn cực (hình 5-15) với các các thông số z_{ij} được tính theo phần tử của mạch:

$$z_{11} = R_2 + R_5$$

$$z_{12} = R_5$$

$$z_{22} = R_3 + R_5$$

$$\Delta Z = R_2R_3 + R_2R_5 + R_3R_5$$



Hình 5-15

Theo bảng quan hệ thông số ta có các thông số y_{ij} của mạch hình T:

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{\Delta Z} = \frac{R_3 + R_5}{R_2R_3 + R_2R_5 + R_3R_5} = \frac{8}{6+10+15} = 0{,}258$$

$$y_{12} = -\frac{z_{12}}{\Delta Z} = -\frac{R_5}{R_2R_3 + R_2R_5 + R_3R_5} = -\frac{5}{6+10+15} = -0{,}1615$$

$$y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta Z} = \frac{R_2 + R_5}{R_2R_3 + R_2R_5 + R_3R_5} = \frac{7}{6+10+15} = 0{,}226$$

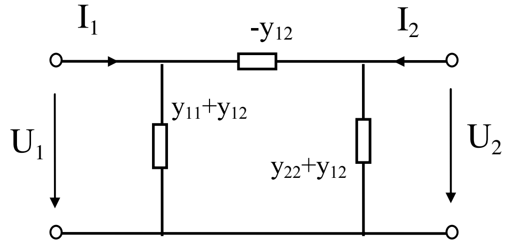
-Xét mạch hình π: đây là sơ đồ chuẩn của bốn cực (hình 5-16) với các các thông số y_{ij} được tính theo phần tử của mạch:

$$y_{11} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_4}{R_1R_4} = \frac{15}{50} = 0{,}3S$$

$$y_{12} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{10} = -0{,}1S$$

$$y_{11} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_4}{R_1R_4} = \frac{15}{50} = 0{,}3S$$

$$y_{22} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 + R_6}{R_1R_6} = \frac{20}{100} = 0{,}2S$$



Hình 5-16

-Như vậy ta có các thông số y_{ij} của mạng dựa vào các bốn cực thành phần là:

$$Y = Y_T + Y_\pi = \begin{bmatrix} 0{,}258 & -0{,}161 \\ -0{,}161 & 0{,}226 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0{,}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}558 & -0{,}261 \\ -0{,}261 & 0{,}426 \end{bmatrix}$$

$$\Delta Y = 0{,}558.0{,}426 - 0{,}261^2 = 0{,}17S^2$$

-Theo bảng quan hệ thông số ta tính được các thông số a_{ij}:

$$a_{11} = -\frac{y_{22}}{y_{21}} = \frac{0,426}{0,261} = 1,635$$

$$a_{12} = \frac{1}{y_{21}} = -\frac{1}{0,261} = -3,84$$

$$a_{21} = -\frac{\Delta Y}{y_{21}} = \frac{0,17}{0,261} = 0,653S$$

$$a_{22} = \frac{y_{11}}{y_{21}} = -\frac{0,558}{0,261} = -2,14$$

$\Delta a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = -1,635.2,14 + 3,84.0,653 = -1$ (phù hợp với điều kiện tương hỗ)

5.1.5 Mạng bốn cực đối xứng

- Khái niệm bốn cực đối xứng

Một bốn cực được gọi là đối xứng về mặt điện nếu các cửa của nó có thể đổi chỗ cho nhau mà các thông số của bốn cực hoàn toàn không thay đổi.

Cụ thể ta xét hệ phương trình trở kháng hở mạch:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \quad (1)$$

Nếu bốn cực đối xứng, ta có thể đổi cửa 1 thành cửa 2, nghĩa là trong hệ phương trình trên các chỉ số 1 và 2 của các đại lượng điện áp và dòng điện có thể đổi lẫn nhau mà các thông số z_{ij} vẫn giữ nguyên:

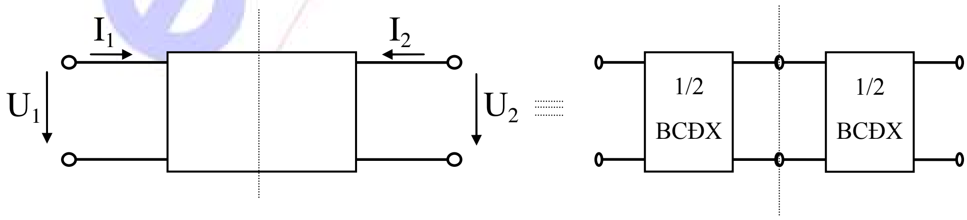
$$\begin{cases} U_2 = z_{11}I_2 + z_{12}I_1 \\ U_1 = z_{21}I_2 + z_{22}I_1 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta rút ra điều kiện đối xứng về mặt điện của bốn cực:

$$z_{12} = z_{21} \quad \text{và} \quad z_{11} = z_{22} \qquad (5\text{-}47)$$

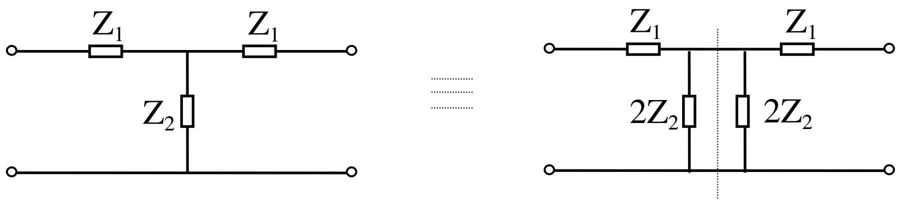
Như vậy đối với bốn cực đối xứng ta chỉ cần xác định hai trong số bốn thông số.

Bốn cực gọi là đối xứng về mặt hình học nếu nó tồn tại một trục đối xứng qua trục đứng chia bốn cực thành hai nửa giống nhau (hình 5-17a).



Hình 5-17a

Thí dụ về một M4C đối xứng về mặt hình học như hình vẽ 5-17b dưới đây:



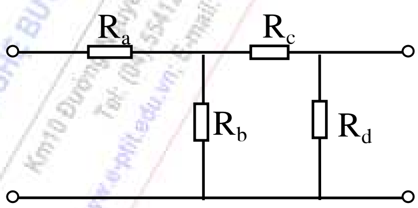
Hình 5-17b

Chú ý rằng một bốn cực đối xứng về mặt hình học thì đương nhiên đối xứng về mặt điện, nhưng điều ngược lại thì không đúng.

Thí dụ 5-3:

Hãy xác định điều kiện để mạng bốn cực (M4C) hình 5-18 thoả mãn điều kiện đối xứng về mặt điện.

Giải: Ta có:



Hình 5-18

$$z_{11} = R_a + \frac{R_b(R_c + R_d)}{R_b + R_c + R_d}$$

$$z_{22} = \frac{R_d(R_b + R_c)}{R_b + R_c + R_d}$$

Điều kiện mạch điện thoả mãn điều kiện đối xứng về mặt điện là $z_{11} = z_{22}$, tức là:

$$R_a + \frac{R_b(R_c + R_d)}{R_b + R_c + R_d} = \frac{R_d(R_b + R_c)}{R_b + R_c + R_d}$$

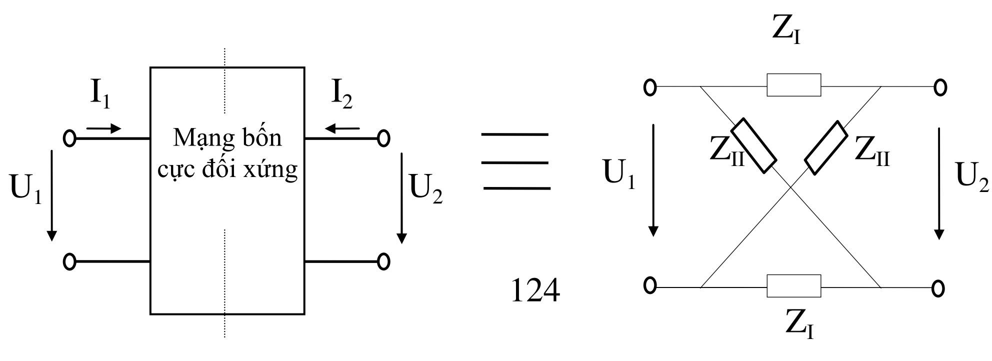
Từ đó ta rút ra mối quan hệ giữa các điện trở để mạch điện đối xứng điện là:

$$R_d = \frac{R_aR_b + R_aR_c + R_bR_c}{R_c - R_a}$$

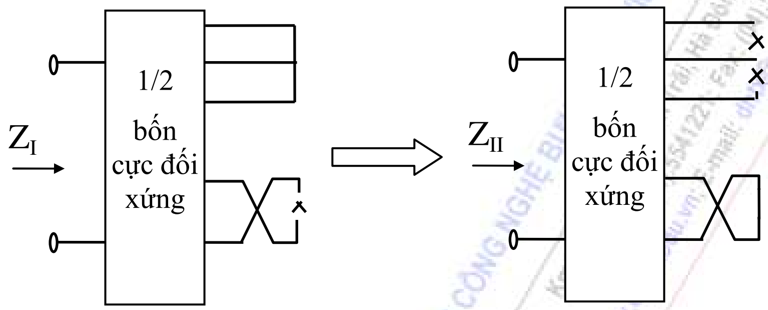
Ta thấy: Nếu $R_a > R_c$ thì mạch điện không thể đối xứng được. Nếu $R_a = 0$ thì điều kiện sẽ là $R_b = R_d$ và mạch trở thành đối xứng về mặt hình học. Còn nếu $R_c = R_a$ thì $R_d = \infty$ và mạch cũng trở thành đối xứng về mặt hình học.

- Định lý Bartlett - Brune

Nội dung: Bốn cực đối xứng về mặt hình học bao giờ cũng có thể thay thế bằng sơ đồ cầu tương đương (còn gọi là hình X, hình 5-19). Trở kháng Z_I bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi ngắn mạch các dây dẫn nối hai nửa bốn cực và cuộn dây thứ cấp của biến áp 1:1, còn đối với các dây dẫn chéo và biến áp 1: -1 thì phải hở mạch. Trở kháng Z_{II} bằng trở kháng vào của nửa bốn cực đối xứng khi hở mạch các dây dẫn nối hai nửa bốn cực và cuộn dây thứ cấp của biến áp 1:1, còn đối với các dây dẫn chéo và biến áp 1: -1 thì phải ngắn mạch.



Nội dung định lý Bartlett-Brune được minh hoạ trên hình 5-20:

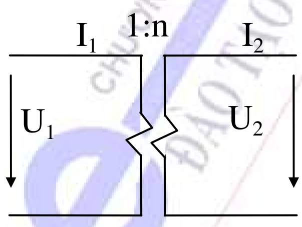


Hình 5-20: Minh họa cách tính các trở kháng của sơ đồ cầu

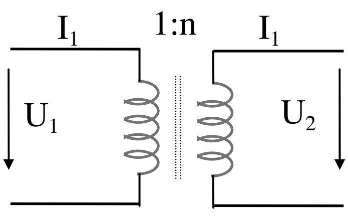
Trong định lý trên chúng ta thấy sự có mặt của biến áp, đây là một trong số các phần tử bốn cực cơ bản của mạch điện. Biến áp lý tưởng theo định nghĩa là một bốn cực được cách điện một chiều giữa cửa vào và cửa ra và có hệ phương trình đặc trưng:

$$\begin{cases} U_2 = n.U_1 \\ I_2 = -\dfrac{1}{n}I_1 \end{cases} \tag{5-48}$$

Mô hình biến áp lý tưởng minh hoạ trên hình 5-21a. Bộ phận chủ yếu của biến áp thực gồm hai cuộn dây ghép hỗ cảm với nhau, nếu bỏ qua điện trở của các cuộn dây thì biến áp được vẽ như hình 5-21b (n là tỉ số vòng dây giữa cuộn thứ cấp và sơ cấp)



Hình 5-21a



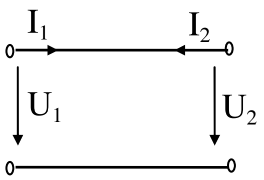
Hình 5-21b

Đối với biến áp lý tưởng ta có:

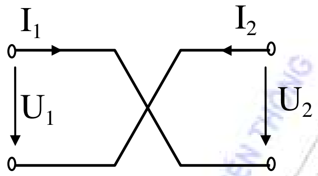
Nếu n=1 thì : $$\begin{cases} U_2 = U_1 \\ I_2 = -I_1 \end{cases} \tag{5-49}$$

$$\text{Nếu n=-1 thì: } \begin{cases} U_2 = -U_1 \\ I_2 = I_1 \end{cases} \quad (5\text{-}50)$$

Vậy biến áp 1:1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn song song hình 5-22a, còn biến áp 1:-1 tương đương với bốn cực có hai dây dẫn chéo nhau như hình 5-22b.

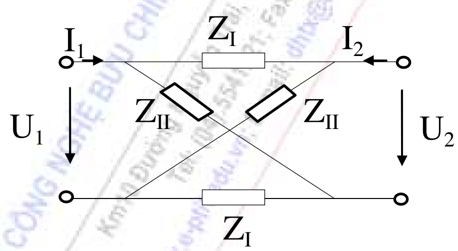


Hình 5-22a



Hình 5-22b

Bây giờ ta sẽ xét tới quan hệ giữa các thông số trong sơ đồ cầu của bốn cực đối xứng. Như ta đã biết, đối với bốn cực đối xứng chỉ cần xác định hai thông số, chẳng hạn hai thông số đó là z_{11} và z_{12}. Trong sơ đồ tương đương cầu của bốn cực đối xứng (hình 5-23) ta có:



Hình 5-23

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II}) \quad (5\text{-}51)$$

$$z_{12} = \frac{U_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} = \frac{1}{2}(Z_{II} - Z_I) \quad (5\text{-}52)$$

Như vậy suy ra mối quan hệ ngược lại:

$$Z_I = z_{11} - z_{12} \quad (5\text{-}53)$$

$$Z_{II} = z_{11} + z_{12} \quad (5\text{-}54)$$

Sau đây ta xét một thí dụ về ứng dụng của định lý Bartlett-Brune.

Thí dụ 5-4: Hãy xác định các thông số z_{ij} của mạch điện hình 5-24a.

Giải: Theo kết quả tính được từ các thí dụ trước, ta đã biết một số cách để giải:

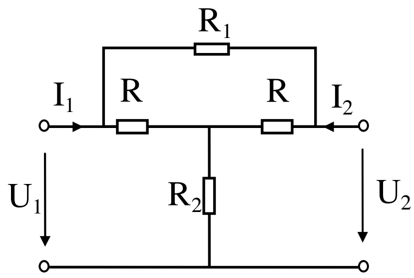
-Cách 1: Tách mạch điện trên thành hai mạng bốn cực thành phần mắc nối tiếp-nối tiếp với nhau. Xác định các thông số z_{ij} của các bốn cực thành phần, sau đó tổng hợp lại thành các thông số z_{ij} của bốn cực.

-Cách 2: Xác định các z_{ij} trực tiếp theo định nghĩa trong hệ phương trình trở kháng đặc tính của bốn cực.

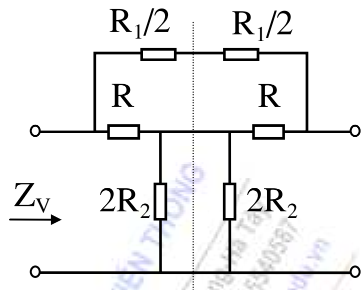
$$z_{11} = \frac{R(R+R_1) + R_2(2R+R_1)}{2R+R_1}$$

$$z_{12} = \frac{R^2 + R_2(2R+R_1)}{2R+R_1}$$

-Bây giờ ta sử dụng cách dùng định lí Bartlett-Brune để giải bài tập này. Trước hết ta bổ đôi để lấy một nửa bốn cực (hình 5-24b), sau đó tính Z_I và Z_{II}:



Hình 5-24a



Hình 5-24b

$$Z_I = Z_{Vngm} = \frac{R\frac{R_1}{2}}{R+\frac{R_1}{2}} = \frac{R.R_1}{2R+R_1}$$

$$Z_{II} = Z_{Vhm} = R + 2R_2$$

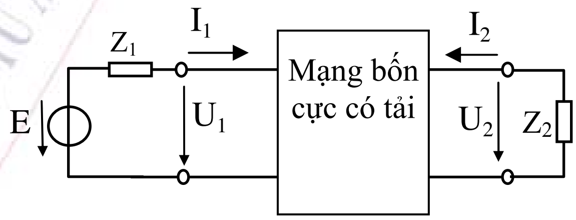
$$z_{11} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II}) = \frac{1}{2}[\frac{R.R_1}{2R+R_1} + R + 2R_2] = \frac{R(R+R_1)+R_2(2R+R_1)}{2R+R_1}$$

$$z_{12} = \frac{1}{2}(Z_{II} - Z_I) = \frac{1}{2}[R+2R_2 - \frac{R.R_1}{2R+R_1}] = \frac{R^2 + R_2(2R+R_1)}{2R+R_1}$$

Vậy kết quả này hoàn toàn trùng với kết quả ở cách trên.

5.1.6 Bốn cực có tải

Trong mục này ta sẽ đề cập tới các thông số của bốn cực khi nối bốn cực vào giữa nguồn và tải (hình 5-25). Giả sử Z_1 là trở kháng của nguồn tín hiệu ở cửa 1, còn Z_2 là trở kháng của tải ở cửa 2 của M4C, trong đó:



Hình 5.25

$Z_1 = R_1 + jX_1$

$Z_2 = R_2 + jX_2$

a. Trở kháng vào M4C:

Trở kháng vào của cửa 1:

$$Z_{V1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{z_{11}Z_2 + \Delta z}{z_{22} + Z_2} = \frac{-a_{11}Z_2 + a_{12}}{-a_{21}Z_2 + a_{22}} \quad (5\text{-}55)$$

Trở kháng vào của cửa 2:

$$Z_{V2} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{z_{22}Z_1 + \Delta z}{z_{11} + Z_1} = \frac{a_{22}Z_1 + a_{12}}{-a_{21}Z_1 - a_{11}} \quad (5\text{-}56)$$

Trường hợp riêng khi cửa 2 bị ngắn mạch hoặc hở mạch thì trở kháng vào cửa 1:

$$Z_{V1nm} = \frac{a_{12}}{a_{22}} \qquad\qquad Z_{V1hm} = \frac{a_{11}}{a_{21}} \tag{5-57}$$

Tương tự như vậy, khi cửa 1 bị ngắn mạch hoặc hở mạch thì trở kháng vào cửa 2:

$$Z_{V2nm} = -\frac{a_{12}}{a_{11}} \qquad\qquad Z_{V2hm} = -\frac{a_{22}}{a_{21}} \tag{5-58}$$

b. Hàm truyền đạt điện áp của M4C:

$$K(p) = \frac{U_2}{E} = \frac{Z_2.z_{21}}{(z_{11}+Z_1)(z_{22}+Z_2) - z_{12}.z_{21}} \tag{5-59}$$

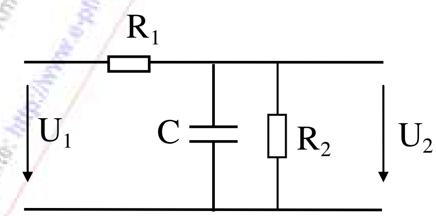
Trường hợp riêng: khi Z_1=0, ta có:

$$K_u(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2.z_{21}}{z_{11}(z_{22}+Z_2) - z_{12}.z_{21}} = \frac{Z_2}{a_{11}Z_2 - a_{12}} = -\frac{y_{21}}{y_{22}+1/Z_2} \tag{5-60}$$

Thí dụ 5-5: Cho M4C như hình vẽ 5.26a

+ Xác định các thông số a_{ij} của M4C.

+ Vẽ định tính đặc tuyến biên độ của hàm truyền đạt điện áp $T(j\omega) = \dfrac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có Z_t=R_2.



Hình 5.26a

+ Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

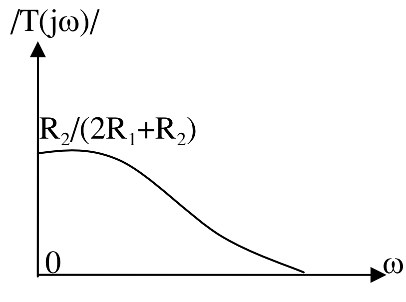
Giải:

Theo định nghĩa, dễ dàng tính được ma trận thông số truyền đạt:

$$[A] = \begin{bmatrix} \dfrac{R_1 + R_2 + R_1R_2Cp}{R_2} & -R_1 \\ pC + \dfrac{1}{R_2} & -1 \end{bmatrix}$$

Hàm truyền đạt điện áp được tính theo biểu thức:

$$T(j\omega) = \frac{Z_t}{a_{11}Z_t - a_{12}} = \frac{R_2}{2R_1 + R_2 + jR_1R_2C\omega}$$



Hình 5.26b

Đặc tuyến biên độ định tính như hình vẽ 5.26b. Nhận xét: đây là mạch lọc thông thấp, ở vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc π/2.

c. Hệ số truyền đạt, lượng truyền đạt của bốn cực

Nếu từ nguồn lý tưởng ta có thể lấy được công suất lớn bất kỳ, thì với nguồn không lý tưởng có thể dễ dàng chứng minh công suất tác dụng lớn nhất tải có thể nhận được là:

$$P_0 = \frac{E^2}{4.R_1} \tag{5-61}$$

Công suất tiêu thụ trên tải ở đầu ra M4C được tính theo công thức:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \tag{5-62}$$

- *Hệ số truyền đạt* của bốn cực theo định nghĩa đối với mạch thụ động:

$$|\Gamma|^2 = \frac{P_0}{P_2} > 1 \tag{5-63}$$

Từ đó có thể rút ra: $|\Gamma| = \sqrt{\frac{P_0}{P_2}} = \frac{E}{2U_2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$

Có thể viết lại biểu thức trên theo hàm của tần số phức p:

$$\Gamma(p) = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \tag{5-64}$$

Hệ số truyền đạt tính theo công thức trên chỉ dùng cho các mạch thụ động, để đặc trưng cho mạch điện tổng quát người ta phải sử dụng thêm biểu thức của hàm truyền đạt điện áp đã nêu ở mục trước.

Ta có thể viết lại hệ số truyền đạt cho mạch điện tổng quát:

$$\Gamma(p) = \frac{(z_{11} + R_1).(z_{22} + R_2) - z_{12}.z_{21}}{2.z_{21}.\sqrt{R_1.R_2}} \tag{5-65}$$

Như vậy hệ số truyền đạt và hàm truyền đạt điện áp tỉ lệ nghịch với nhau. Trong các mạch khuyếch đại và tích cực thì K(jω) lớn hơn 1, còn trong các mạch thụ động thì Γ(jω) lớn hơn 1. Hệ số truyền đạt là một hàm phức và có thể biểu diễn theo bất kỳ loại thông số nào của bốn cực dựa theo bảng quan hệ giữa các thông số.

Xét riêng đối với trường hợp bốn cực đối xứng, trong trường hợp $R_1 = R_2$:

$$\Gamma(p) = \frac{(Z_I + R).(Z_{II} + R)}{(Z_{II} - Z_I).R} \tag{5-66}$$

- *Lượng truyền đạt* được viết dưới dạng lôgarit tự nhiên của hệ số truyền đạt:

$$g(\omega) = \ln\Gamma = \ln|\Gamma| + j.\arg(\Gamma) = a(\omega) + jb(\omega) \tag{5-67}$$

trong đó $a(\omega) = \ln|\Gamma|$ gọi là suy giảm, đo bằng Nêpe (Nếu tính theo Đêxiben thì $a(\omega) = 20.\log|\Gamma|, dB$); còn $b(\omega) = \arg(\Gamma)$ gọi là dịch pha, đo bằng rad.

d. Các thông số sóng (các thông số đặc tính) của M4C

Trước hết ta xét tới khái niệm phối hợp trở kháng trong lý thuyết đường dây, khi có nguồn tác động điện áp E với nội trở trong là Z_i được mắc vào tải có trở kháng Z_t (hình 5-27a) . Để có sự

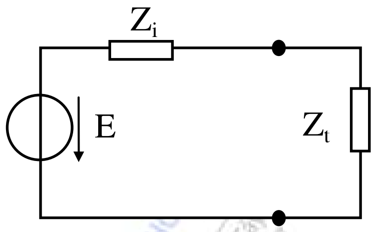
phối hợp trở kháng đảm bảo không có sự phản xạ tín hiệu thì phải thoả mãn điều kiện: $Z_t = Z_i$, khi đó công suất trên tải sẽ là:

$$P_0 = \frac{E^2.R_i}{4(R_i^2 + X_i^2)}$$

(với $Z_i = R_i + jX_i$).

và hệ số phản xạ khi PHTK sẽ là:

$$r = \frac{Z_t - Z_i}{Z_t + Z_i} = 0$$

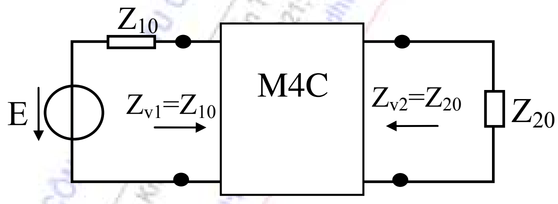


Hình 5-27a

Bây giờ ta xét mạng hai cửa như hình 5-27b. Để có sự phối hợp trên cả hai cửa (tức không có phản xạ) thì cần phải có hai điều kiện:

-Với tải ở cửa 2 là Z_{20} thì trở kháng vào ở cửa 1 phải là Z_{10},

-Với tải ở cửa 1 là Z_{10} thì trở kháng vào ở cửa 2 phải là Z_{20}.



Hình 5-27b

Nói một cách khác, điều kiện để có sự phối hợp trở kháng ở cả hai cửa là:

$$\begin{cases} Z_i = Z_{10} \\ Z_2 = Z_{20} \end{cases} \qquad (5\text{-}68)$$

trong đó Z_{10} gọi là *trở kháng sóng của cửa 1* và tính theo công thức:

$$Z_{10} = \sqrt{\frac{a_{11}.a_{12}}{a_{21}.a_{22}}} \qquad (5\text{-}69)$$

và Z_{20} gọi là *trở kháng sóng của cửa 2* và tính theo công thức:

$$Z_{20} = \sqrt{\frac{a_{22}.a_{12}}{a_{21}.a_{11}}} \qquad (5\text{-}70)$$

Khi Bốn cực được phối hợp trở kháng ở cả hai cửa thì hệ số truyền đạt được gọi là *hệ số truyền đạt sóng* và ký hiệu là Γ_0:

$$\Gamma_0 = \frac{(z_{11} + Z_{10}).(z_{22} + Z_{20}) - z_{12}.z_{21}}{2.z_{21}.\sqrt{Z_{10}.Z_{20}}} \qquad (5\text{-}71)$$

hay $$\Gamma_0 = \frac{a_{12} + Z_{10}.a_{22} + Z_{20}.a_{11} + a_{21}.Z_{10}.Z_{20}}{2.\sqrt{Z_{10}.Z_{20}}} = \sqrt{a_{12}.a_{21}} + \sqrt{a_{11}.a_{22}} \qquad (5\text{-}72)$$

Lượng truyền đạt lúc này sẽ là *lượng truyền đạt sóng*:

$$g_0 = \ln\Gamma_0 = \ln\left(\sqrt{a_{12}a_{21}} + \sqrt{a_{11}a_{22}}\right) = \ln|\Gamma_0| + j.\arg(\Gamma_0) = a_0 + jb_0 \qquad (5\text{-}73)$$

trong đó: $a_0 = \ln|\Gamma_0|$ gọi là suy giảm sóng, đo bằng Nêpe.

$b_0 = \arg(\Gamma_0)$ gọi là dịch pha sóng, đo bằng rad.

e. Mối quan hệ giữa các loại thông số của bốn cực:

$$Z_{10} = \sqrt{Z_{V1ngm}.Z_{V1hm}}\ ;\ Z_{20} = \sqrt{Z_{V2ngm}.Z_{V2hm}} \qquad (5\text{-}74)$$

$$\text{thg}_0 = \sqrt{\frac{Z_{V1ngm}}{Z_{V1hm}}} = \sqrt{\frac{Z_{V2ngm}}{Z_{V2hm}}} \qquad (5\text{-}75)$$

Trong đó Z_{V1ngm}: trở kháng vào của cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2.

Z_{V1hm}: trở kháng vào của cửa 1 khi hở mạch cửa 2.

Z_{V2ngm}: trở kháng vào của cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1.

Z_{V2hm}: trở kháng vào của cửa 2 khi hở mạch cửa 1.

Các thông số sóng Z_{10}, Z_{20}, g_0 hoàn toàn xác định bốn cực tuyến tính có thông số tập trung, thụ động và tương hỗ. Từ các thông số sóng ta có:

$$z_{11} = \frac{Z_{10}}{\text{thg}_0} \qquad y_{11} = \frac{1}{Z_{10}\text{thg}_0} \qquad a_{11} = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{20}}}.chg_0$$

$$z_{12} = \frac{\sqrt{Z_{10}.Z_{20}}}{shg_0} \qquad y_{12} = -\frac{1}{\sqrt{Z_{10}.Z_{20}}.shg_0} \qquad a_{12} = \sqrt{Z_{10}.Z_{20}}.shg_0 \qquad (5\text{-}76)$$

$$z_{22} = \frac{Z_{20}}{\text{thg}_0} \qquad y_{22} = \frac{1}{Z_{20}\text{thg}_0} \qquad a_{21} = \frac{1}{\sqrt{Z_{10}.Z_{20}}}.shg_0$$

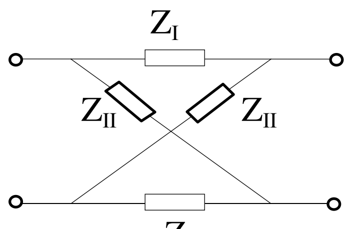
$$a_{22} = \sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}}.chg_0$$

f. Các thông số sóng của M4C đối xứng

Nếu là bốn cực đối xứng với sơ đồ tương đương là mạch cầu (hình 5-28), khi đó:

$$Z_{V1hm} = Z_{V2hm} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II})$$

$$Z_{V1ngm} = Z_{V2ngm} = 2.\frac{Z_I.Z_{II}}{Z_I + Z_{II}}$$



Hình 5-28

Từ đó suy ra *trở kháng sóng* được tính:

$$Z_{10} = Z_{20} = Z_0 = \sqrt{Z_I.Z_{II}} = \sqrt{-\frac{a_{12}}{a_{21}}} \qquad (5\text{-}77)$$

Nếu các trở kháng của mạch cầu là các phần tử đối ngẫu, nghĩa là:

$$Z_I Z_{II} = R_0^2 = \text{const}$$

khi đó $Z_0 = R_0$, trở kháng sóng của mạch cầu trong trường hợp này không phụ thuộc vào tần số.

Hệ số truyền đạt sóng của mạch cầu được tính theo công thức:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{(Z_I + \sqrt{Z_I.Z_{II}}).(Z_{II} + \sqrt{Z_I.Z_{II}})}{(Z_{II} - Z_I).\sqrt{Z_I.Z_{II}}} \quad (5\text{-}78)$$

Đặt $$q = \sqrt{\frac{Z_I}{Z_{II}}} \quad (5\text{-}79)$$

Khi đó: $$\Gamma_{0DX} = \frac{1+q}{1-q} \quad (5\text{-}80)$$

Mặt khác, trong M4C đối xứng có phối hợp trở kháng, $Z_{10} = Z_{V1}$, do đó:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2}.\sqrt{\frac{Z_{20}}{Z_{10}}} = \frac{\vec{E}}{2\vec{U}_2} = \frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} \quad (5\text{-}81)$$

Đồng thời lượng truyền đạt sóng được xác định theo biểu thức:

$$g_{0DX} = \ln \Gamma_{0DX} = \ln\frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2} = \ln\left|\frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2}\right| + j.\arg(\frac{\vec{U}_1}{\vec{U}_2}) = a_{0DX} + j.b_{0DX} \quad (5\text{-}82)$$

Thí dụ 5-6: Xác định các thông số sóng của mạch điện hình 5-29.

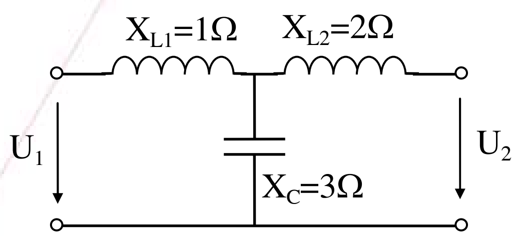
Giải: Ta xác định các trở kháng vào cửa 1:

$Z_{V1ngm}=jX_{L1}$ nt $[jX_{L2}$ // $(-jX_C)] = 7j$

$Z_{V1hm}=jX_{L1}$ nt $(-jX_C) = -2j$

Vậy trở kháng sóng cửa 1 là:

$$Z_{10} = \sqrt{Z_{V1ngm}.Z_{V1hm}} = \sqrt{14}.$$



Hình 5-29

Tương tự đối với cửa 2:

$Z_{V2ngm}=jX_{L2}$ nt $[jX_{L1}$ // $(-jX_C)] = \frac{7j}{2}$

$Z_{V2hm}=jX_{L2}$ nt $(-jX_C) = -j$

Vậy trở kháng sóng cửa 2 là:

$$Z_{20} = \sqrt{Z_{V2ngm}.Z_{V2hm}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$$

Lượng truyền đạt sóng của mạch được tính theo công thức:

$$thg_0 = \sqrt{\frac{Z_{V1ngm}}{Z_{V1hm}}} = \sqrt{\frac{Z_{V2ngm}}{Z_{V2hm}}} = \sqrt{-\frac{7}{2}} = j\sqrt{3,5}.$$

Thí dụ 5-7: Cho một bốn cực đối xứng có trở kháng sóng Z_0 = 1000Ω, lượng truyền đạt sóng $g_0 = 1 + j\frac{\pi}{2}$, trở kháng tải Z_t = 1000Ω. Bốn cực mắc vào nguồn có E_m =100V, điện trở trong của nguồn là 1000Ω. Hãy tính điện áp và dòng điện ở cửa 2.

Giải: Theo đề bài, $Z_t = Z_i = Z_0$, như vậy bốn cực đối xứng này được phối hợp trở kháng ở cả hai cửa. Theo lý thuyết đã phân tích ta có:

$$g_0 = \ln\left|\frac{U_1}{U_2}\right| + jb_0 = 1 + j\frac{\pi}{2}$$

Vậy $\ln\left|\frac{U_1}{U_2}\right| = \ln\left|\frac{E}{2U_2}\right| = 1$ suy ra $U_2 = \frac{E}{2.e} = \frac{50}{2{,}7} = 18{,}5V$

và $b_0 = \varphi_{U_1} - \varphi_{U_2} = \frac{\pi}{2}$ suy ra $\varphi_{U_2} = \varphi_E - \frac{\pi}{2}$

Vậy ta có $U_2 = 18{,}5.e^{-j\frac{\pi}{2}}$ (V)

Thí dụ 5-8: Cho M4C như hình 5-30, cho biết R = 1đơn vị chuẩn, C = 1 đơn vị chuẩn.

a. Xác định các thông số sóng của M4C.

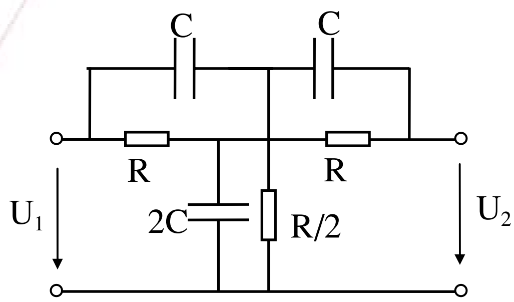
b. Tính hệ số truyền đạt Γ(p) khi mắc M4C trên vào nguồn và tải với các giá trị $R_i = R_t = R_0 = 1$ đơn vị chuẩn.

Giải:

a. Đây là bốn cực đối xứng, nên có thể áp dụng định lý Bartlett-Brune để đưa về bốn cực hình X với các thông số:

$$Z_I = [\,C\ //\ R\,] = \frac{1}{p+1}$$

$$Z_{II} = [(C\ nt\ R)\ //\ (C\ nt\ R)] = \frac{p+1}{2p}$$



Hình 5-30

Vậy trở kháng sóng của bốn cực là:

$$Z_{10} = Z_{20} = Z_0 = \sqrt{Z_I.Z_{II}} = \sqrt{\frac{1}{2p}}$$

Hệ số truyền đạt sóng được tính theo công thức:

$$\Gamma_{0DX} = \frac{1+q}{1-q} = \frac{p+1+\sqrt{2p}}{p+1-\sqrt{2p}} \qquad \text{(trong đó } q = \sqrt{\frac{Z_I}{Z_{II}}}\ \text{)}$$

b. Trong trường hợp này không còn sự phối hợp trở kháng nên hệ số truyền đạt của mạch được tính theo công thức:

$$\Gamma(p) = \frac{(Z_I + R_0).(Z_{II} + R_0)}{(Z_{II} - Z_I).R_0} = \frac{(p+2).(3p+1)}{1+p^2}$$

Bây giờ ta biến đổi Γ(p) về dạng chứa các thành phần chuẩn:

$$\Gamma(p) = \frac{(p+2).(3p+1)}{1+p^2} = 2.\frac{(1+\frac{p}{2})(1+\frac{p}{1/3})}{1+p^2}$$

Đặc tuyến Γ(jω) trong trường hợp này gồm có một thành phần tương ứng với hệ số k, hai thành phần ứng với điểm không nằm trên trục -σ, và một thành phần tương ứng với điểm cực là cặp nghiệm phức liên hợp nằm trên trục ảo.

5.2 MẠNG BỐN CỰC TUYẾN TÍNH KHÔNG TƯƠNG HỖ

Trở lại hệ phương trình đặc trưng của bốn cực tuyến tính, không chứa nguồn tác động độc lập gồm có hai phương trình tuyến tính, thuần nhất:

$$a_{11}U_1 + a_{12}U_2 + b_{11}I_1 + b_{12}I_2 = 0$$

$$a_{21}U_1 + a_{22}U_2 + b_{21}I_1 + b_{22}I_2 = 0$$

Từ hai phương trình trên ta có thể lập nên 6 hệ phương trình đặc tính. Mỗi một hệ phương trình đặc tính của bốn cực tương ứng với một tập thông số đặc tính. Trong phần trước ta đã nghiên cứu các hệ phương trình đặc tính của bốn cực với giả thiết về sự tương hỗ của mạch điện. Bây giờ ta sẽ xét ở góc độ tổng quát hơn, tức là trong mạch có thể tồn tại các phần tử không tương hỗ. Lúc này các điều kiện tương hỗ:

$$z_{12} = z_{21} \qquad g_{21} = -g_{12} \qquad y_{12} = y_{21}$$
$$\Delta a = -1 \qquad h_{12} = -h_{21} \qquad \Delta b = -1$$

sẽ không được thoả mãn, như vậy mạch tương đương của bốn cực không tương hỗ cần phải xác định bởi bốn phần tử (tương ứng với bốn thông số). Đa số các mạch không tương hỗ là tích cực, do đó trong phần này cũng sẽ xét một số phần tử tích cực.

5.2.1 Các nguồn có điều khiển

Bốn cực không tương hỗ cần có bốn phần tử để biểu diễn, trong đó có ít nhất một phần tử không tương hỗ. Có một loại phần tử không tương hỗ, tích cực đã được nhắc tới trong chương I, đó là nguồn điều khiển. Đặc trưng của nguồn điều khiển là các thông số của nó chịu sự điều khiển bởi mạch ngoài Và bản thân nó cũng là một bốn cực không tương hỗ. Cụ thể nó được chia thành:

-Nguồn áp được điều khiển bằng áp (A-A), hình 5-31a. Sức điện động của nguồn E_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển U_1 theo công thức:

$$E_{ng} = kU_1 \tag{5-83}$$

-Nguồn áp được điều khiển bằng dòng (A-D), hình 5-31b. Trong đó sức điện động của nguồn E_{ng} liên hệ với dòng điện điều khiển I_1 theo công thức:

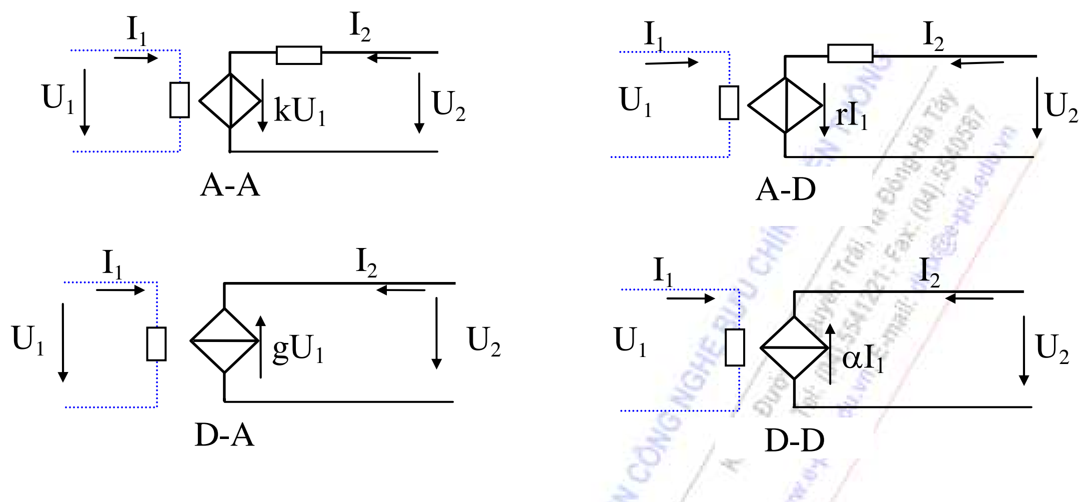
$$E_{ng} = rI_1 \tag{5-84}$$

-Nguồn dòng được điều khiển bằng áp (D-A), hình 5-31c. Trong đó dòng điện nguồn I_{ng} liên hệ với điện áp điều khiển U_1 theo công thức:

$$I_{ng} = gU_1 \tag{5-85}$$

-Nguồn dòng được điều khiển bằng dòng (D-D), hình 5-31d. Dòng điện nguồn I_{ng} liên hệ với dòng điều khiển I_1 theo công thức:

$$I_{ng} = \alpha I_1 \tag{5-86}$$



Hình 5-31 Mô hình hóa các nguồn có điều khiển

5.2.2 Các sơ đồ tương đương của mạng bốn cực không tương hỗ, tích cực

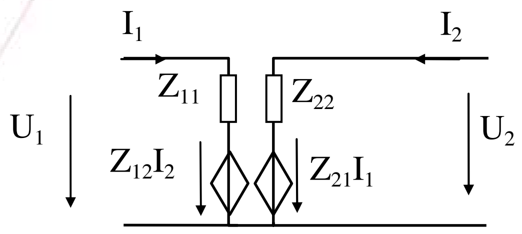
Tất cả các loại M4C không tương hỗ, tích cực đều có thể biểu diễn tương đương có chứa nguồn điều khiển. Ta sẽ biểu diễn sơ đồ tương đương của bốn cực với sự có mặt của nguồn điều khiển.

a. Sơ đồ tương đương gồm hai trở kháng và hai nguồn điều khiển

Nếu xuất phát từ hệ phương trình trở kháng:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$$

ta sẽ biểu diễn được sơ đồ tương đương của bốn cực như hình 5-32a.

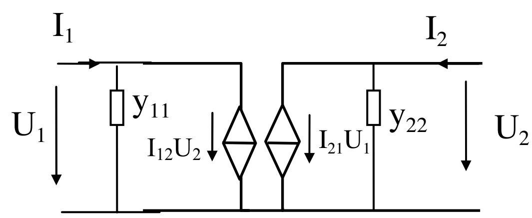


Hình 5-32a

Nếu xuất phát từ hệ phương trình dẫn nạp:

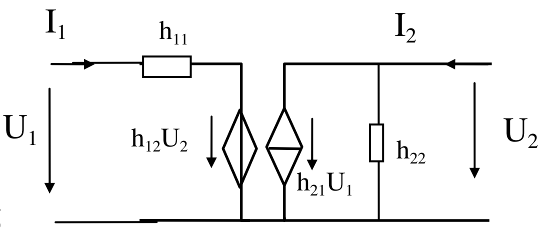
$$\begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{cases}$$

thì sơ đồ tương đương của bốn cực sẽ biểu diễn được như hình 5-32b.



Hình 5-32b

Tương tự như vậy cũng có thể biểu diễn mạng bốn cực không tương hỗ theo hệ phương trình hỗn hợp H như hình 5-32c.

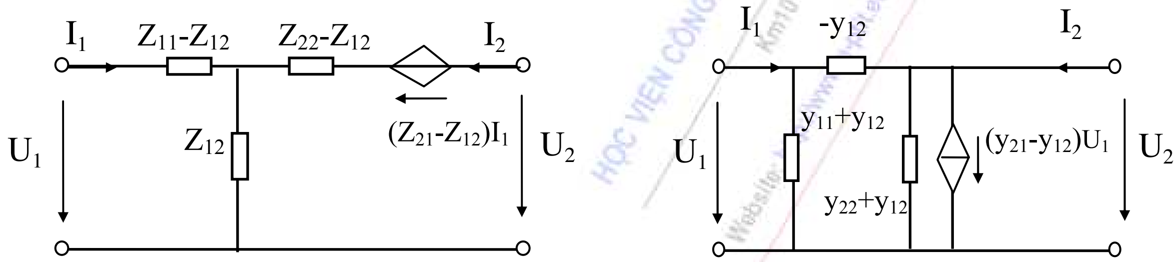


Hình 5.32c

b. Sơ đồ tương đương gồm ba trở kháng và một nguồn điều khiển

Các sơ đồ có thể được thành lập từ các sơ đồ chuẩn hình T và hình π bằng cách gắn nối tiếp nguồn điện áp điều khiển vào một trong ba nhánh của sơ đồ hình T, hoặc mắc song song nguồn dòng điều khiển vào một trong ba nhánh của sơ đồ hình π. Như vậy sẽ có rất nhiều các trường hợp có thể, nhưng trong thực tế thường gặp là các sơ đồ hình 5-33, tương ứng với các hệ phương trình trở kháng và dẫn nạp:

$$\begin{cases} U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \pm z_{12}I_1 \\ U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \pm z_{12}I_1 \pm z_{12}I_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \pm y_{12}U_1 \\ I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \pm y_{12}U_1 \pm y_{12}U_2 \end{cases}$$

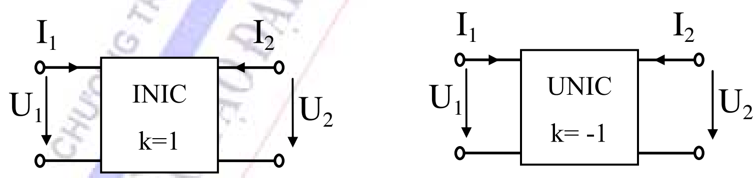


Hình 5-33

Theo các sơ đồ trên, nếu $z_{12} = z_{21}$ hoặc $y_{12} = y_{21}$ thì các sơ đồ này lại trở về dạng bốn cực tương hỗ đã biết. Sau đây ta xét một số phần tử phản tương hỗ, tích cực.

5.2.3 Một số bốn cực không tương hỗ, tích cực thường gặp:

a. Bộ biến đổi trở kháng âm (NIC)



Hình 5-34

Kí hiệu của bộ biến đổi trở kháng âm như hình 5-34. Hệ phương trình đặc trưng của NIC là hệ phương trình hỗn hợp:

$$\begin{cases} U_1 = kU_2 \\ I_2 = kI_1 \end{cases} \qquad (5\text{-}87)$$

-Nếu k = 1, ta sẽ có: $\begin{cases} U_1 = U_2 \\ I_2 = I_1 \end{cases}$

theo quy ước về dấu của bốn cực, điện áp ở hai cửa sẽ cùng chiều còn dòng điện ở hai cửa sẽ ngược chiều, phần tử NIC trong trường hợp này được ký hiệu là INIC.

-Nếu k = -1, ta có: $\begin{cases} U_1 = -U_2 \\ I_2 = -I_1 \end{cases}$

trường hợp này điện áp ở hai cửa sẽ ngược chiều còn dòng điện ở hai cửa sẽ cùng chiều, phần tử NIC với k=-1 được ký hiệu là UNIC.

Từ đó ta rút ra: $[H]_{NIC} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{bmatrix}$, $[G]_{NIC} = \begin{bmatrix} 0 & 1/k \\ 1/k & 0 \end{bmatrix}$

Đối với NIC các hệ phương trình trở kháng và dẫn nạp không có ý nghĩa.

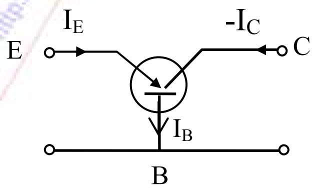
Trở kháng vào ở cửa 1 khi mắc tải ở cửa 2:

$$Z_{V1} = \frac{U_1}{I_1} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = -k^2.Z_t \tag{5-88}$$

Như vậy NIC đóng vai trò là mạch biến đổi trở kháng âm. Chẳng hạn nếu tải là dung kháng thì đầu vào tương đương là dung kháng âm.

b. Transistor

Transistor được coi là một bốn cực tích cực. Hình 5-35 là ký hiệu chiều dòng điện trong transistor PNP. Dòng Emitter được phân phối giữa Base và Collector, thoả mãn hệ thức:

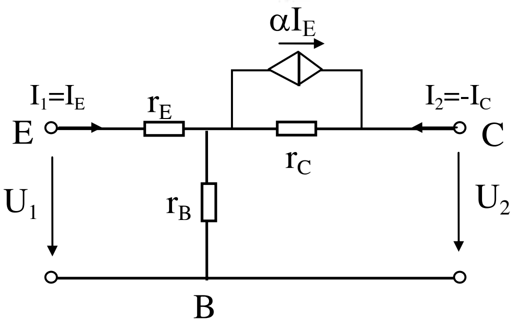


Hình 5-35

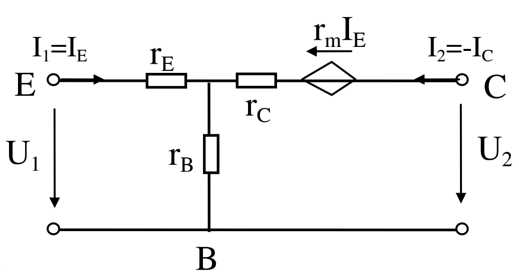
$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{I_C}{I_E} = 0{,}98 \div 0{,}998 \\ I_B = (1-\alpha)I_E \\ \beta = \dfrac{I_C}{I_B} = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} > 1 \end{cases} \tag{5-89}$$

Dòng Emitter chủ yếu được xác định bởi điện áp U_{BE} , ngoài ra còn phụ thuộc vào điện áp Collector, từ đó dòng I_C cũng phụ thuộc một ít vào điện áp U_{CE}.

-Từ các tính chất đó, có thể có nhiều cách biểu diễn sơ đồ tương đương của transistor, tùy thuộc vào từng điều kiện làm việc cụ thể (tuyến tính/ phi tuyến, tần số công tác, hay cách mắc mạch) và yêu cầu tính toán mà người ta sử dụng sơ đồ tương đương thích hợp. Ở miền tín hiệu nhỏ, tần số thấp, người ta hay dùng sơ đồ tương đương hỗn hợp H với hai nguồn điều khiển (đã nói ở trên), hoặc dùng sơ đồ tương đương vật lý với một nguồn điều khiển như hình vẽ 5-36a.



Hình 5-36a



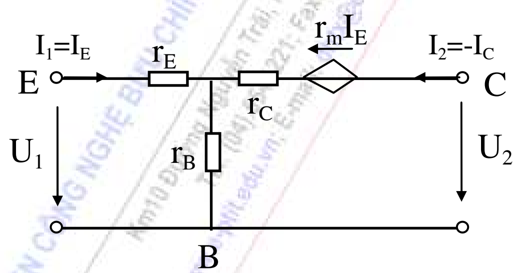
Hình 5-36b

Trong sơ đồ này có nguồn dòng phụ thuộc αI_E . Các điện trở trên sơ đồ là các điện trở vi phân của các thành phần dòng xoay chiều có biên độ nhỏ đảm bảo đoạn làm việc tuyến tính và được xác định bởi hệ các đặc tuyến của transistor. Điện trở r_E có giá trị vài ôm đến vài chục ôm, r_B khoảng vài trăm ôm, trong khi đó r_C có giá trị cao (từ hàng trăm kΩ đến vài MΩ). Nguồn dòng cũng có thể được thay thế bởi nguồn áp như hình 5-36b, với $e_{ng} = r_C.\alpha I_E = r_m.I_E$, trong đó $r_m = \alpha.r_C$.

Tuỳ theo cách chọn đầu vào và đầu ra, có thể có ba loại mạch khuếch đại transistor:

-Sơ đồ bazơ chung (hình 5-37a). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng với trường hợp này:

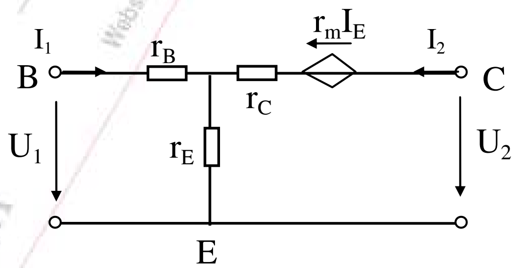
$$[Z]_{BC} = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_B \\ r_B + r_M & r_B + r_C \end{bmatrix}$$



Hình 5-37a

-Sơ đồ Emitter chung (hình 5-37b). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng với trường hợp này:

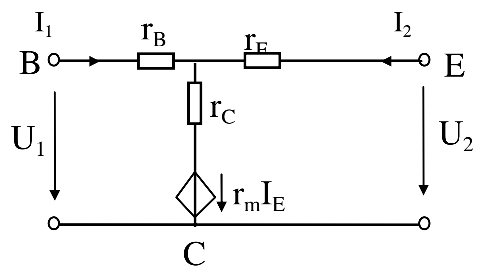
$$[Z]_{EC} = \begin{bmatrix} r_E + r_B & r_E \\ r_E - r_M & r_E + r_C - r_M \end{bmatrix}$$



Hình 5-37b

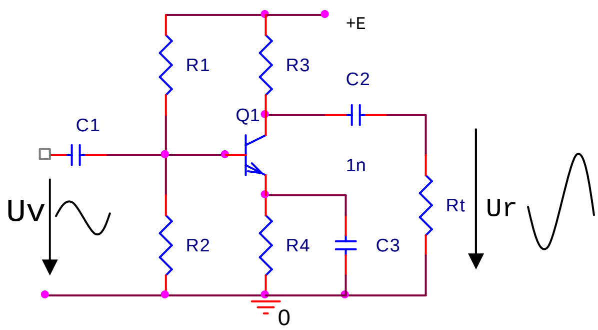
-Sơ đồ collector chung (hình 5-37c). Dưới đây là ma trận trở kháng của transistor tương ứng:

$$[Z]_{CC} = \begin{bmatrix} r_C + r_B & r_C - r_M \\ r_C & r_E + r_C - r_M \end{bmatrix}$$



Hình 5-37c

Trong thực tế, tùy vào chế độ phân cực bằng các nguồn một chiều, transistor có thể được ứng dụng để làm các mạch khóa, mạch khuếch đại, mạch biến đổi tần số... Trong hình 5-38 là một thí dụ mạch khuếch đại tín hiệu sử dụng transistor mắc Emitter



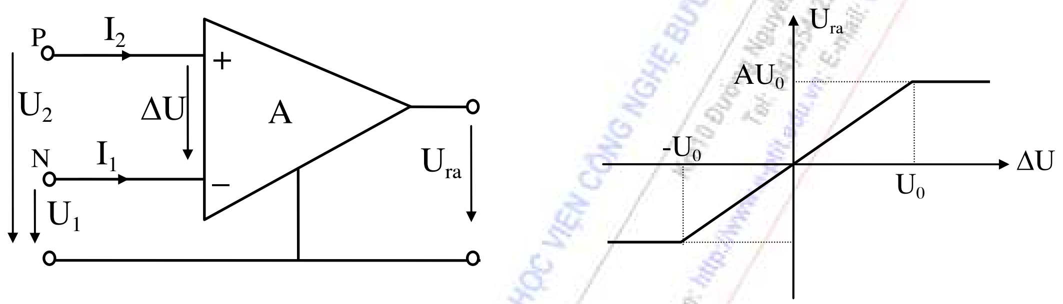
Hình 5-38: mạch khuếch đại mắc E chung

chung ghép RC. Việc lựa chọn các giá trị linh kiện bên ngoài đảm bảo sao cho transistor làm việc trong miền khuếch đại.

Các ứng dụng cụ thể của transistor sẽ được nghiên cứu chi tiết trong các học phần kế tiếp.

c. Mạch khuếch đại thuật toán:

Mạch khuếch đại thuật toán là một trong những bốn cực không tương hỗ, tích cực điển hình. Tên gọi của mạch là dùng để chỉ những mạch khuếch đại liên tục đa năng được nối trực tiếp với nhau, có hệ số khuếch đại lớn, trở kháng vào lớn và trở kháng ra nhỏ, và với các mạch phản hồi khác nhau thì mạch khuếch đại thuật toán sẽ thực hiện những chức năng khác nhau. Ký hiệu và đặc tuyến vòng hở lý tưởng của mạch được vẽ trên hình 5-39.



Hình 5-39: Ký hiệu và đặc tuyến truyền đạt của KĐTT

Ở chế độ tuyến tính, mạch khuếch đại với hệ số khuếch đại A>0 sẽ cho điện áp đầu ra:

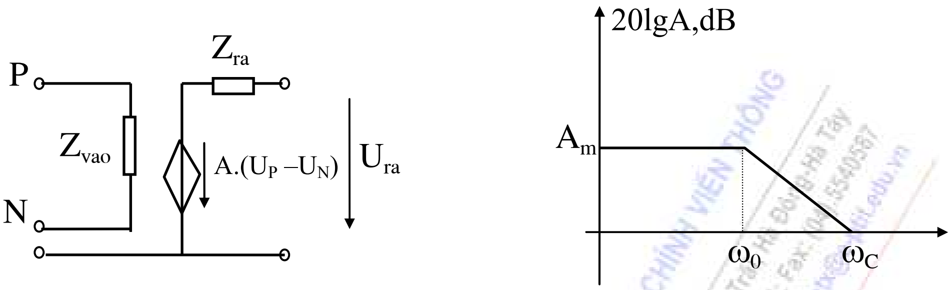
$$U_{ra} = A.\Delta U = A(U_2 - U_1) \qquad (5\text{-}90)$$

Nếu $U_1 = 0$ thì $U_{ra} = A.U_2$ nghĩa là điện áp ra đồng pha với điện áp vào, do đó đầu vào (+) được gọi là đầu vào không đảo pha (P).

Nếu $U_2 = 0$ thì $U_{ra} = -A.U_1$ nghĩa là điện áp ra ngược pha với điện áp vào, do đó đầu vào (-) được gọi là đầu vào đảo pha (N).

Mạch khuếch đại thuật toán sẽ là lý tưởng khi hệ số khuếch đại A bằng ∞, dòng điện ở các đầu vào bằng không, trở kháng vào là ∞, trở kháng ra bằng không. Trong thực tế hệ số khuếch đại của mạch là một số hữu hạn, đồng thời phụ thuộc vào tần số. Mô hình của mạch thực tế mô tả trong hình 5-40, trong đó đặc tuyến tần số của A có thể coi như có dạng gần đúng:

$$A(p) = \frac{A_0}{1 + \frac{p}{\omega_0}} \qquad (5\text{-}91)$$

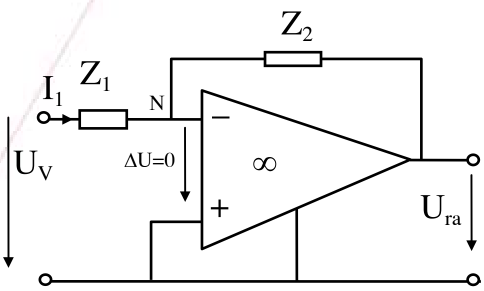


Hình 5-40: Mô hình tương đương KĐTT và đặc tuyến tần số hàm truyền đạt của nó

Mạch khuếch đại thuật toán có rất nhiều các ứng dụng trong thực tế cả ở chế độ tuyến tính và phi tuyến như các bộ so sánh, khuếch đại các thuật toán xử lý, lọc tích cực, dao động...

Để giữ cho mạch làm việc ở miền tuyến tính thì người ta phải tìm cách gim mức điện áp vào (ΔU) sao cho điện áp ra không vượt qua ngưỡng bão hòa dương V_H hoặc bão hòa âm V_L. Điều này có thể thực hiện được nhờ các vòng hồi tiếp âm trong mạch.

Thí dụ 5-9: Hãy xét chức năng của mạch điện hình 5-41a.



Hình 5-41a

Giải:

Nếu coi KĐTT là lý tưởng và làm việc trong miền tuyến tính thì ta có:

$$\Delta U = 0$$

và khi đó điểm N được gọi là điểm đất ảo.

Dòng điện vào: $I_1 = \frac{U_V}{Z_1} = -\frac{U_{ra}}{Z_2}$

Từ đó ta rút ra: $U_{ra} = -\frac{Z_2}{Z_1} U_V$; $\qquad K(p) = -\frac{Z_2}{Z_1}$

-Nếu Z_1, Z_2 là thuần trở thì chức năng của mạch là khuếch đại đảo pha.

-Nếu thay Z_1 là thuần trở, Z_2 là thuần dung khi đó hàm truyền đạt của mạch:

$$K(p) = -\frac{1}{pCR}$$

Nghĩa là mạch trên thực hiện chức năng của mạch tích phân. Trong miền tần số mạch đóng vai trò là bộ lọc thông thấp tích cực bậc 1.

-Nếu thay Z_1 là thuần dung, Z_2 là thuần trở thì:

$$K(p) = -pRC$$

Nghĩa là mạch trên thực hiện chức năng của mạch vi phân. Trong miền tần số mạch đóng vai trò là bộ lọc thông cao tích cực bậc 1.

Thí dụ 5-10: Hãy xác định hàm truyền đạt điện áp của mạch điện hình 5-41b, coi KĐTT là lý tưởng và làm việc trong miền tuyến tính.

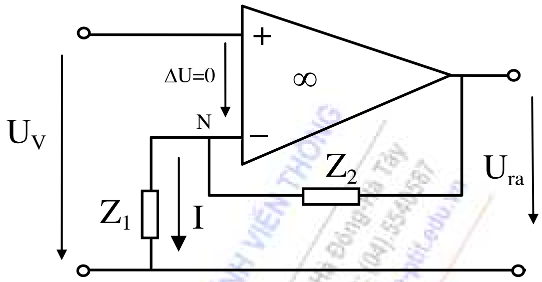
Giải:

Dòng điện chạy trong nhánh hồi tiếp:

$$I = \frac{U_V}{Z_1} = \frac{U_{ra}}{Z_1 + Z_2}$$

Hàm truyền đạt của mạch là:

$$K(p) = \frac{U_{ra}}{U_V} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$



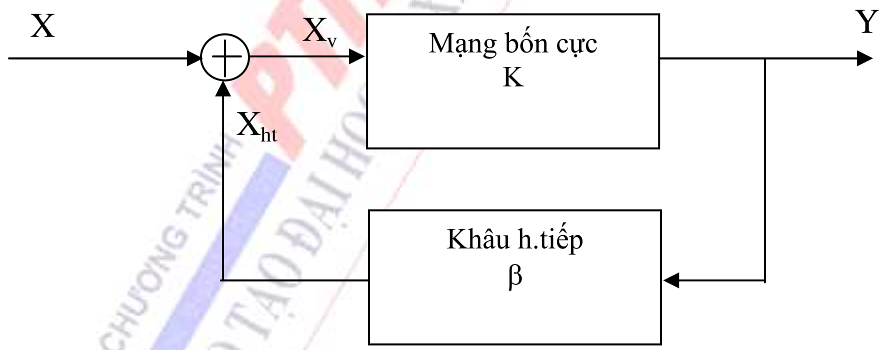
Hình 5-41b

Như vậy, bằng việc thay đổi tính chất của nhánh hồi tiếp mà mạch có thể thực hiện được các thuật toán ứng dụng khác nhau. Đó là một vài thí dụ về tính đa năng của loại linh kiện này

Để nghiên cứu sâu hơn về các ứng dụng của mạch khuếch đại thuật toán và transistor, đặc biệt là các thông số của mạch tương đương trong mỗi cách mắc, học sinh cần đọc thêm trong các giáo trình và các tài liệu tham khảo của các học phần kế tiếp.

5.3 MẠNG BỐN CỰC CÓ PHẢN HỒI

Mạng bốn cực có phản hồi là một dạng kết cấu phổ biến của các hệ thống mạch. Trong đó một phần tín hiệu ra sẽ được đưa quay về khống chế đầu vào. Mô hình tổng quát của mạng bốn cực có phản hồi như hình vẽ 5-42:



Hình 5-42: Mô hình tổng quát M4C có phản hồi

Giả thiết: M4C ban đầu có hệ số truyền đạt hở:

$$\vec{K} = \frac{\vec{Y}}{\vec{X}_V} \tag{5-92}$$

Khâu phản hồi có hệ số hồi tiếp:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{X}_{ht}}{\vec{Y}} \tag{5-93}$$

Như vậy, hệ thống kín (có phản hồi) sẽ có hệ số truyền đạt mới:

$$\vec{K}_{ht} = \frac{\vec{Y}}{\vec{X}} = \frac{\vec{K}}{1 - \vec{K}.\vec{\beta}} \quad (5\text{-}94)$$

Trong trường hợp hồi tiếp âm (tín hiệu hồi tiếp làm suy yếu tín hiệu vào), khi đó $\left|1 - \vec{K}\vec{\beta}\right| > 1$, trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ nhỏ hơn so với hệ hở.

Trong trường hợp hồi tiếp dương (tín hiệu hồi tiếp làm tăng cường tín hiệu vào), khi đó $\left|1 - \vec{K}\vec{\beta}\right| < 1$, trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ lớn hơn so với hệ hở.

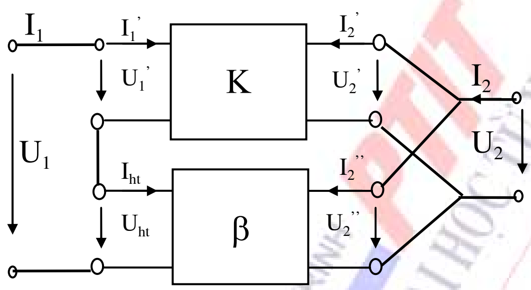
Nếu $\vec{K}\vec{\beta} = 1$, khi đó trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ tiến đến vô cùng. Đó là trường hợp hồi tiếp dương gây ra hiện tượng tự kích, mạch rơi vào trạng thái không ổn định. Nếu cắt bỏ tín hiệu vào trong trường hợp này, thì hệ có thể tự dao động cho ra tín hiệu mà không cần tín hiệu vào.

Nếu $\left|\vec{K}\vec{\beta}\right| >> 1$, khi đó trị số hàm truyền đạt của hệ kín sẽ chỉ phụ thuộc vào khâu hồi tiếp. Đó thường là trường hợp hồi tiếp âm sâu.

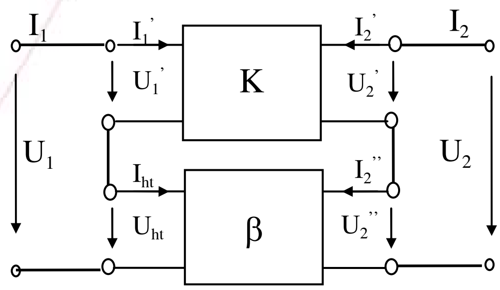
Nếu xét tới kết cấu và các thông số tham gia, người ta chia hồi tiếp thành các loại sau:

+Hồi tiếp nối tiếp điện áp: tín hiệu hồi tiếp nối tiếp với tín hiệu vào và tỉ lệ với điện áp đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.43a.

+Hồi tiếp nối tiếp dòng điện: tín hiệu hồi tiếp nối tiếp với tín hiệu vào và tỉ lệ với dòng điện đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.43b.

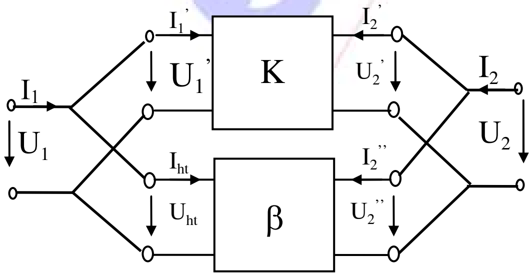


Hình 5.43a

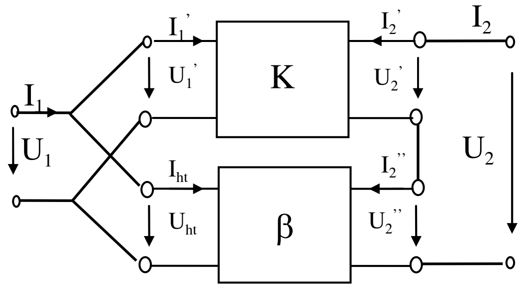


Hình 5.43b

+Hồi tiếp song song điện áp: tín hiệu hồi tiếp song song với tín hiệu vào và tỉ lệ với điện áp đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.43c.



Hình 5.43c



Hình 5.43d

+Hồi tiếp song song dòng điện: tín hiệu hồi tiếp song song với tín hiệu vào và tỉ lệ với dòng điện đầu ra. Mô hình của nó được minh họa như hình 5.43d.

5.4 MỘT SỐ ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT MẠNG BỐN CỰC

Nội dung chính phần này là những ứng dụng dựa trên lý thuyết của mạng bốn cực, đặc biệt đi sâu vào các ứng dụng của mạng bốn cực thụ động và tương hỗ.

5.4.1 Mạng bốn cực suy giảm

Mạng bốn cực suy giảm có thể định nghĩa một cách tổng quát là các mạch chia điện áp chính xác mà không làm thay đổi nội trở trong R_i của nguồn. Mạch suy giảm phải thoả mãn các yêu cầu sau:

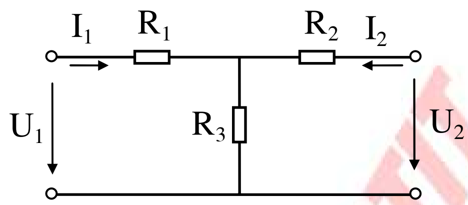
-Mạch suy giảm phải là bốn cực đối xứng với trở kháng đặc tính bằng điện trở trong của nguồn.

-Kết cấu đơn giản và tính toán dễ dàng, đồng thời không yêu cầu dịch pha giữa tác động vào và đáp ra, nghĩa là truyền đạt đặc tính:

$$g = a > 0 \quad (5\text{-}95)$$

Để đáp ứng được yêu cầu này thì các phần tử của bộ suy giảm phải là các thuần trở. Các phần tử của bộ suy giảm được tính toán theo các sơ đồ chuẩn của bốn cực như sau:

a. Sơ đồ hình T (hình 5-44a*):*

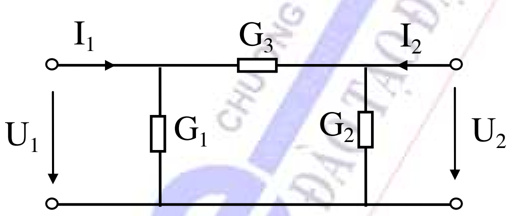


Hình 5-44a

$$R_3 = \frac{R_i}{\text{sha}} \quad (5\text{-}96)$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R_i}{\text{tha}} - \frac{R_i}{\text{sha}} \quad (5\text{-}97)$$

b. Sơ đồ hình π (hình 5-44b*):*



Hình 5-44b

$$G_3 = \frac{1}{R_i \text{sha}} \quad (5\text{-}98)$$

$$G_1 = G_2 = \frac{1}{R_i \text{tha}} - \frac{1}{R_i \text{sha}} \quad (5\text{-}99)$$

Thí dụ 5-11: Hãy tính mạch suy giảm làm việc với nguồn có điện trở trong là R_i=600Ω, suy giảm đặc tính là 2,75 Nêpe.

Giải: Theo các điều kiện của bài toán:

$R_i = 600\Omega$; $a = 2{,}75$Nêpe.

Vậy các phần tử của mạch suy giảm theo sơ đồ hình T là:

$$R_3 = \frac{R_i}{sha} = \frac{600}{sh2{,}75} = 77\Omega\,;$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R_i}{tha} - \frac{R_i}{sha} = \frac{600}{th2{,}75} - \frac{600}{sh2{,}75} = 522\Omega$$

Tương tự bạn có thể tính các phần tử của mạch suy giảm theo sơ đồ hình π.

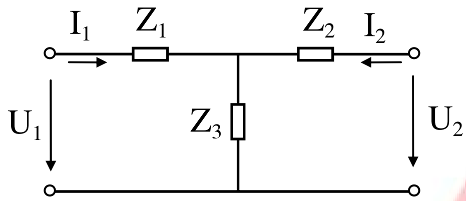
5.4.2 Mạng bốn cực phối hợp trở kháng

Khác với bốn cực suy giảm, nhiệm vụ của bốn cực phối hợp trở kháng là kết hợp với nguồn để làm thay đổi nội trở trong (R_{i1}) của nguồn thành giá trị mới (R_{i2}), hoặc ngược lại, biến đổi trở kháng tải thành trở kháng nguồn. Do đó đặc điểm chủ yếu của bốn cực phối hợp trở kháng là tính không đối xứng. Ngoài ra, yêu cầu khi kết hợp với nguồn thì truyền đạt đặc tính của nó là thuần ảo:

$$g = jb \qquad (5\text{-}100)$$

Với các yêu cầu này, các phần tử của bộ phối hợp trở kháng được tính toán theo các sơ đồ chuẩn của bốn cực như sau:

a. Sơ đồ hình T (hình 5-45a)*:*



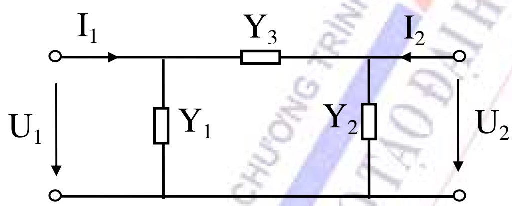
Hình 5-45a

$$Z_3 = -j\frac{\sqrt{R_{i1}.R_{i2}}}{\sin b} \qquad (5\text{-}101)$$

$$Z_1 = j\left(\frac{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i1}}{tgb}\right) \qquad (5\text{-}102)$$

$$Z_2 = j\left(\frac{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i2}}{tgb}\right) \qquad (5\text{-}103)$$

b. Sơ đồ hình π (hình 5-45b)*:*



Hình 5-45b

$$Y_3 = -j\frac{1}{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}\,\sin b} \qquad (5\text{-}104)$$

$$Y_1 = j\left(\frac{1}{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}\,\sin b} - \frac{1}{R_{i1}tgb}\right) \qquad (5\text{-}105)$$

$$Y_2 = j\left(\frac{1}{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}\,\sin b} - \frac{1}{R_{i2}tgb}\right) \qquad (5\text{-}106)$$

Thí dụ 5-12: Hãy tính mạch phối hợp trở kháng giữa nguồn có điện trở trong là 5000Ω và tải 75Ω. Giả sử điện áp điện áp ra chậm pha hơn điện áp vào 45^0.

Giải: Theo các điều kiện của bài toán ta có:

$R_{i1} = 5000\Omega$; $R_{i2} = 75\Omega$; $b = \pi/4$ [rad/s].

Vậy các phần tử của mạch phối hợp trở kháng theo sơ đồ hình T là:

$$Z_3 = -j\frac{\sqrt{R_{i1}.R_{i2}}}{\sin b} = -j\frac{\sqrt{5000.75}}{\sqrt{2}/2} = -j866\Omega$$

$$Z_1 = j(\frac{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i1}}{tgb}) = j(\frac{\sqrt{5000.75}}{\sqrt{2}/2} - \frac{5000}{1}) = -j4134\Omega$$

$$Z_2 = j(\frac{\sqrt{R_{i1}R_{i2}}}{\sin b} - \frac{R_{i2}}{tgb}) = j(\frac{\sqrt{5000.75}}{\sqrt{2}/2} - \frac{75}{1}) = j791\Omega$$

Tương tự bạn có thể tính các phần tử của mạch phối hợp theo sơ đồ hình π.

5.4.3 Mạch lọc thụ động LC loại k

a. Khái niệm chung

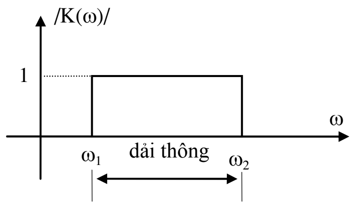
Mọi mạch có chứa các phần tử điện kháng sao cho trở kháng của nó phụ thuộc vào tần số đều có thể coi như có tính chất chọn lọc đối với tần số. Một cách định tính có thể định nghĩa mạch lọc tần số là những mạch cho những dao động có tần số nằm trong một hay một số khoảng nhất định (gọi là dải thông) đi qua và chặn các dao động có tần số nằm trong những khoảng còn lại (gọi là dải chắn). Về mặt kết cấu, mạch lọc tần số lý tưởng là một bốn cực có suy giảm đặc tính thoả mãn:

$$a(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{trong dai thong} \\ \infty & \text{trong dai chan} \end{cases} \tag{5-107}$$

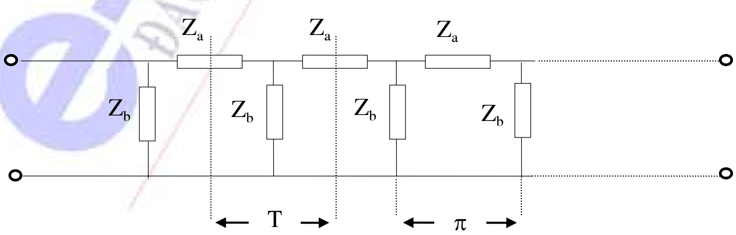
Hay nói một cách khác, hệ số truyền đạt điện áp của mạch lọc tần số thoả mãn:

$$|K(\omega)| = \left|\frac{U_2}{U_1}\right| = \begin{cases} 1 & \text{trong dai thong} \\ 0 & \text{trong dai chan} \end{cases} \tag{5-108}$$

Đặc tính tần số $|K(\omega)|$ của mạch lọc lý tưởng biểu thị trong hình 5-46. Với mạch lọc thụ động, tính chất chọn lọc lý tưởng chỉ được thực hiện khi các phần tử xây dựng nên mạch là thuần kháng, đồng thời tải phối hợp trong dải thông là thuần trở. Chúng ta sẽ xét các mạch lọc mà sơ đồ của nó có dạng hình cái thang như hình 5-47a, kết cấu này giúp cho mạch lọc làm việc ổn định do đó nó được sử dụng rất rộng rãi trong thực tế.

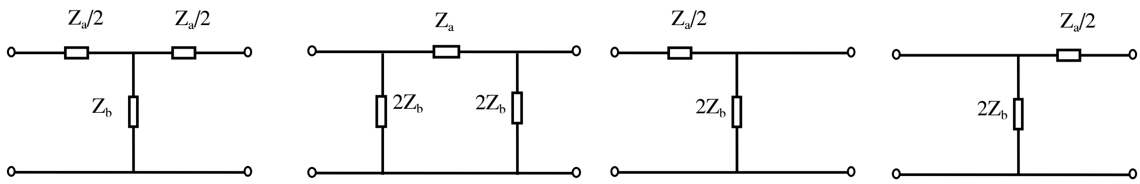


Hình 5-46



Hình 5-47a

Để phân tích một mạch lọc phức tạp, thường dùng phương pháp cắt thành những đoạn nhỏ đơn giản theo các sơ đồ hình T hoặc hình π, hình Γ thuận hoặc hình Γ ngược (hình 5-47b) kết nối với nhau theo kiểu dây chuyền.



Hình 5-47b

Các sơ đồ hình T và hình π thường được sử dụng để nghiên cứu về mặt lý thuyết mạch lọc. Các thông số đặc tính của hai loại sơ đồ này được tính theo các công thức:

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2}\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}} \tag{5-109}$$

$$Z_d(\pi) = 2Z_b\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}}} \tag{5-110}$$

$$th\, g_{T,\pi} = \frac{\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}}}{1+\frac{2Z_b}{Z_a}} \tag{5-111}$$

b. Điều kiện dải thông của mạch lọc

Với kết cấu các phần tử tạo thành Z_a, Z_b đã cho, cần xác định điều kiện về dải thông (hay dải chắn) của mạch lọc. Trong dải thông ta phải có:

$$\begin{cases} a = 0 \\ g = jb \end{cases}$$

Rút ra hai điều kiện trong dải thông:

Thứ nhất: Các phần tử Z_a, Z_b là thuần kháng.

Thứ hai: $Z_d(T)$ và $Z_d(\pi)$ phải thuần trở.

và điều kiện này sẽ tương đương với:

$$1 \le -4\frac{Z_b}{Z_a} \le \infty \quad \text{hay} \quad -1 \le \frac{Z_a}{4Z_b} \le 0 \tag{5-112}$$

Đây là điều kiện dải thông của mạch lọc có kết cấu hình cái thang.

Tại tần số ω_c của mạch lọc, ta sẽ có:

$$-4\frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = 1 \tag{5-113}$$

c. Mạch lọc loại k

Mạch lọc loại k là loại mạch lọc thuần kháng nói trên có các phần tử thoả mãn điều kiện:

$$Z_a.Z_b = k^2 \qquad (5\text{-}114)$$

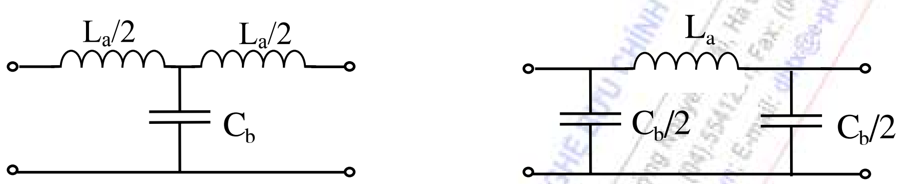
(trong đó k là một hằng số thực)

Để thoả mãn điều kiện trên, đơn giản nhất là chọn các nhánh Z_a, Z_b là các phần tử thuần kháng mà trở kháng có tính chất ngược nhau. Sau đây ta xét cụ thể loại mạch lọc này.

d. Cấu trúc của mạch lọc loại k

- Mạch lọc thông thấp:

$$Z_a = j\omega L_a \ ; \qquad Z_b = \frac{1}{j\omega C_b} \qquad (5\text{-}115)$$



Hình 5-48

Hình 5-48 mô tả một mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc thông thấp.

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4\frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = \frac{4}{\omega^2 L_a C_b} = 1$$

Rút ra
$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \qquad (5\text{-}116)$$

- Mạch lọc thông cao:

$$Z_a = \frac{1}{j\omega C_a}; \qquad Z_b = j\omega L_b \qquad (5\text{-}117)$$

Hình 5-49 mô tả mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc.



Hình 5-49

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4\frac{Z_b(\omega_c)}{Z_a(\omega_c)} = 4\omega^2 L_b C_a = 1$$

Rút ra
$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} \qquad (5\text{-}118)$$

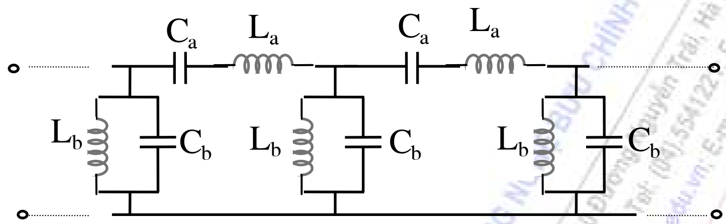
- Mạch lọc thông dải:

$$Z_a = j(\omega L_a - \frac{1}{\omega C_a}); \qquad Z_b = \frac{1}{j(\omega C_b - \frac{1}{\omega L_b})} \tag{5-119}$$

Để thoả mãn điều kiện của mạch lọc loại k, cần có:

$$\frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} = \omega_0 \tag{5-120}$$

Hình 5-50 mô tả sơ đồ mạch lọc.



Hình 5-50

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4\frac{Z_b(\omega)}{Z_a(\omega)} = \frac{4}{\sqrt{\frac{L_a C_b}{L_b C_a}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

Đặt $$p = \frac{L_b}{L_a} = \frac{C_a}{C_b} \tag{5-121}$$

Rút ra $$\omega_{c1,2} = \omega_0(\sqrt{p+1} \mp \sqrt{p} \tag{5-122}$$

Dải thông của mạch lọc thông dải: $\omega_{c1} \le \omega \le \omega_{c2}$

Và ta có quan hệ sau:

$$\begin{cases} \omega_{c1}\omega_{c2} = \omega_0^2 \\ \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}} = 2\omega_0\sqrt{p} \end{cases} \tag{5-123}$$

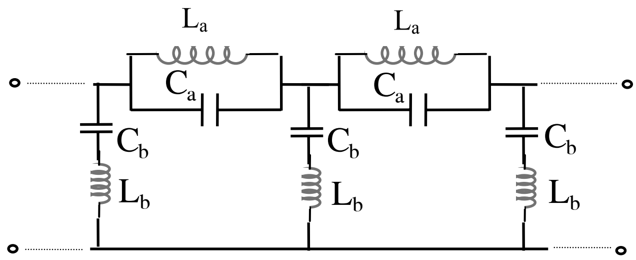
- Mạch lọc chắn dải:

$$Z_a = \frac{1}{j(\omega C_a - \frac{1}{\omega L_a})}; \qquad Z_b = j(\omega L_b - \frac{1}{\omega C_b}) \tag{5-124}$$

Tương tự để thoả mãn điều kiện của mạch lọc loại k, cần có thêm điều kiện:

$$\frac{1}{\sqrt{L_a C_a}} = \frac{1}{\sqrt{L_b C_b}} = \omega_0 \tag{5-125}$$

Hình 5-51 mô tả sơ đồ mạch lọc chắn dải.



Hình 5-51

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo công thức:

$$-4\frac{Z_b(\omega)}{Z_a(\omega)} = 4\sqrt{\frac{L_b C_a}{L_a C_b}}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2$$

Cũng đặt $$p = \frac{L_b}{L_a} = \frac{C_a}{C_b}; \quad \text{và} \quad p' = \frac{1}{16p} \qquad (5\text{-}126)$$

Rút ra $$\omega_{c1,2} = \omega_0(\sqrt{p'+1} \mp \sqrt{p'} \qquad (5\text{-}127)$$

Dải thông của mạch lọc thông dải có hai khoảng: $\omega \le \omega_{c1}$; $\omega \ge \omega_{c2}$

Và ta cũng có quan hệ:

$$\begin{cases} \omega_{c1}\omega_{c2} = \omega_0^2 \\ \omega_{c2} - \omega_{c1} = \dfrac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} = 2\omega_0\sqrt{p'} \end{cases} \qquad (5\text{-}128)$$

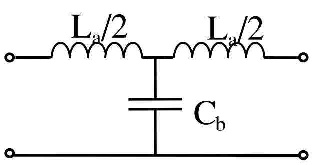
e. Tính chất của mạch lọc loại k

Ta sẽ xét trở kháng đặc tính và truyền đạt đặc tính của từng loại mạch lọc.

- Đối với mạch lọc thông thấp

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T (hình 5-52a):

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2}\sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}} = j\omega\frac{L_a}{2}\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$



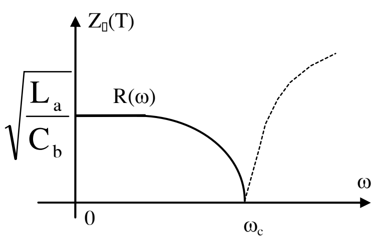
Hình 5-52a

-Trong dải chắn ($\omega > \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện cảm.

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(T) = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} = R(\omega)$$

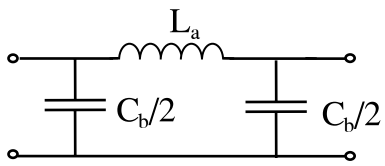
Sự phụ thuộc của $Z_d(T)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5-52 b.



Hình 5-52b

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình π (hình 5-53a):

$$Z_d(\pi) = 2Z_b\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{4Z_b}{Z_a}}} = \frac{2}{j\omega C_b}\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}}}$$



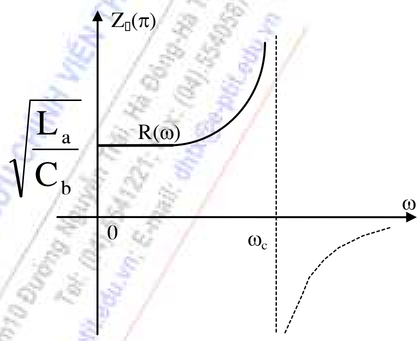
Hình 5-53a

-Trong dải chắn ($\omega > \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện dung.

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(\pi) = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}}.\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_c^2}}} = R(\omega)$$

Sự phụ thuộc của $Z_d(\pi)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5-53 b.



Hình 5-53b

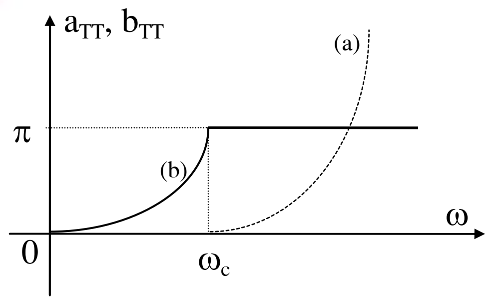
* Bây giờ ta xét sang truyền đạt đặc tính:

-Trong dải thông ($\omega < \omega_c$): suy giảm đặc tính a =0, khi đó:

$$th\,g_{T,\pi} = j.tgb = \frac{\sqrt{1-\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}}}{1-\dfrac{\omega_c^2}{2\omega^2}} \quad \text{hay} \quad tgb = \pm\frac{\sqrt{\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}-1}}{1-\dfrac{\omega_c^2}{2\omega^2}}$$

-Trong dải chắn ($\omega > \omega_c$): điện áp trên cửa ra giảm nhỏ một cách đáng kể sao cho lúc đó không cần để ý tới sự dịch pha giữa nó với điện áp vào. Người ta quy ước là b giữ nguyên giá trị của nó tại ω_c, sao cho sang dải chắn tg*b* =0 và th*g* = th*a*. Khi đó:

$$a = arth\frac{\sqrt{1-\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}}}{1-\dfrac{\omega_c^2}{2\omega^2}}$$



Hình 5-54

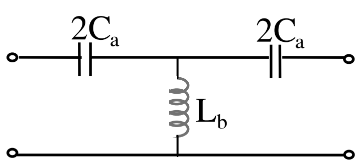
Hình 5-54 biểu diễn sự phụ thuộc của a và b theo tần số trong các dải khác nhau.

- Đối với mạch lọc thông cao

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T (hình 5-55a):

$$Z_d(T) = \frac{Z_a}{2}\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}} = \frac{1}{2j\omega C_a}\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$

-Trong dải chắn ($\omega < \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện dung.

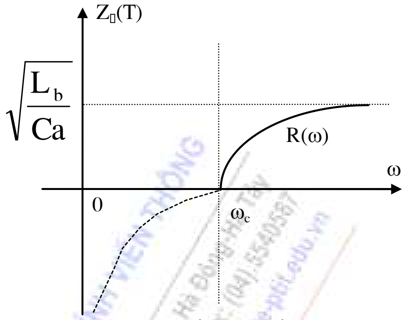


Hình 5-55a

-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): $Z_d(T)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(T) = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}}.\sqrt{1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}} = R(\omega)$$

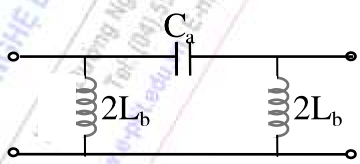
Sự phụ thuộc của $Z_d(T)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5-55 b.



Hình 5-55b

* Xét trở kháng đặc tính của mắt lọc hình π (hình 5-56a):

$$Z_d(\pi) = 2Z_b\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}}} = 2j\omega L_b\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}$$



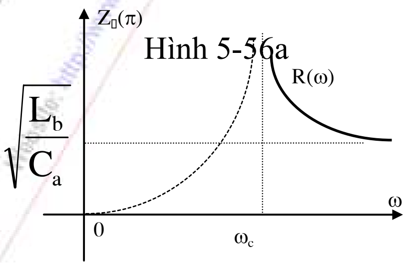
Hình 5-56a

-Trong dải chắn ($\omega < \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện cảm.

-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): $Z_d(\pi)$ mang tính điện trở và được tính theo công thức:

$$Z_d(\pi) = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}}.\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega_c^2}{\omega^2}}} = R(\omega)$$

Sự phụ thuộc của $Z_d(\pi)$ theo tần số được biểu thị trong hình 5-56 b.



Hình 5-56b

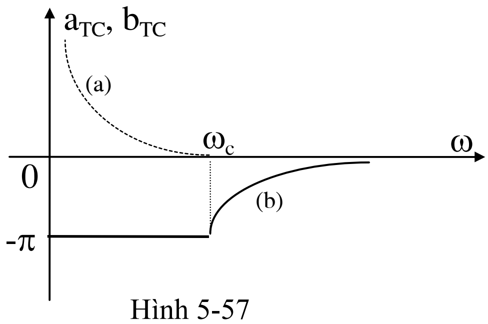
* Bây giờ ta xét sang truyền đạt đặc tính:

-Trong dải thông ($\omega > \omega_c$): suy giảm đặc tính a =0, khi đó:

$$th\, g_{T,\pi} = j.tgb = \frac{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}{1-\frac{\omega^2}{2\omega_c^2}} \quad \text{hay} \quad tgb = \pm\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{\omega_c^2}-1}}{1-\frac{\omega^2}{2\omega_c^2}}$$

-Trong dải chắn ($\omega < \omega_c$): người ta cũng quy ước b giữ nguyên giá trị của nó tại ω_c, sao cho sang dải chắn tg*b* =0 và thg = th*a*. Khi đó:

$$a = arth\frac{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}{1-\frac{\omega^2}{2\omega_c^2}}$$

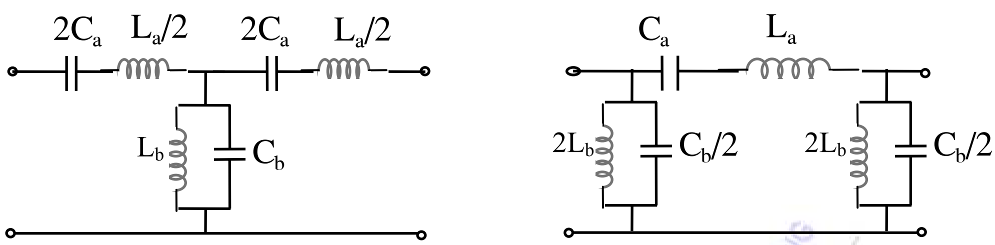


Hình 5-57

Hình 5-57 biểu diễn sự phụ thuộc của a và b theo tần số trong các dải khác nhau.

- Đối với mạch lọc thông dải

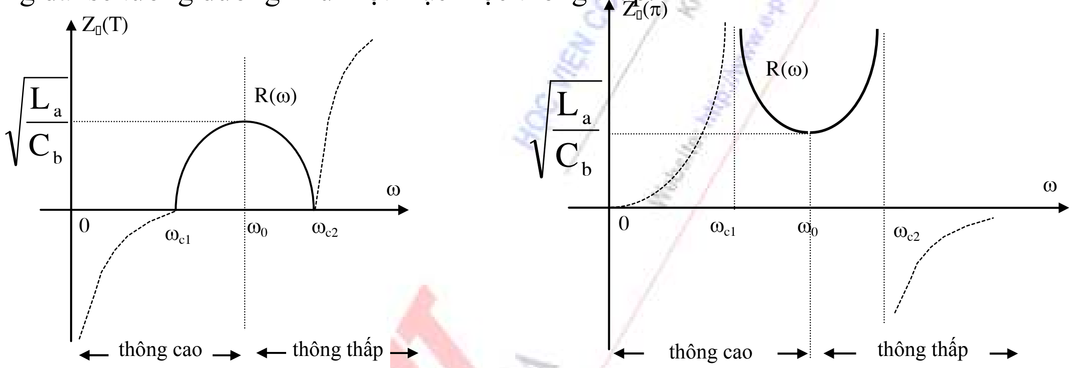
Xét mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc thông dải (hình 5-58):



Hình 5-58

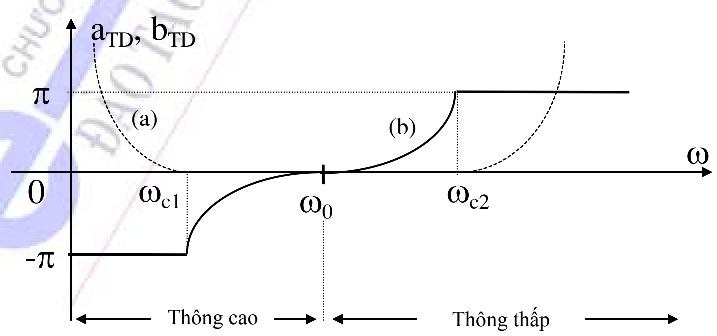
Do việc tính toán khá phức tạp, nên ở đây không thực hiện tính toán trực tiếp mà chỉ dựa vào tính chất tương đương của nó đối với các mạch lọc thông thấp và thông cao trên các đoạn tần số khác nhau. Cụ thể là:

-Trên đoạn $\omega > \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện cảm, còn Z_b mang tính chất điện dung, do đó mạch lọc thông dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông thấp.



Hình 5-59a

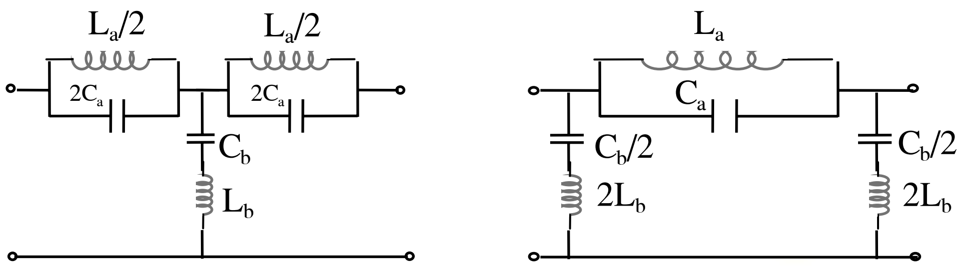
-Trên đoạn $\omega < \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện dung, còn Z_b mang tính chất điện cảm, do đó mạch lọc thông dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông cao. Hình vẽ 5-59 biểu diễn sự phụ thuộc của các thông số đặc tính của mạch lọc thông dải theo các dải tần số khác nhau.



Hình 5-59b

- Đối với mạch lọc chắn dải

Xét mắt lọc hình T và hình π của mạch lọc chắn dải (hình 5-60):



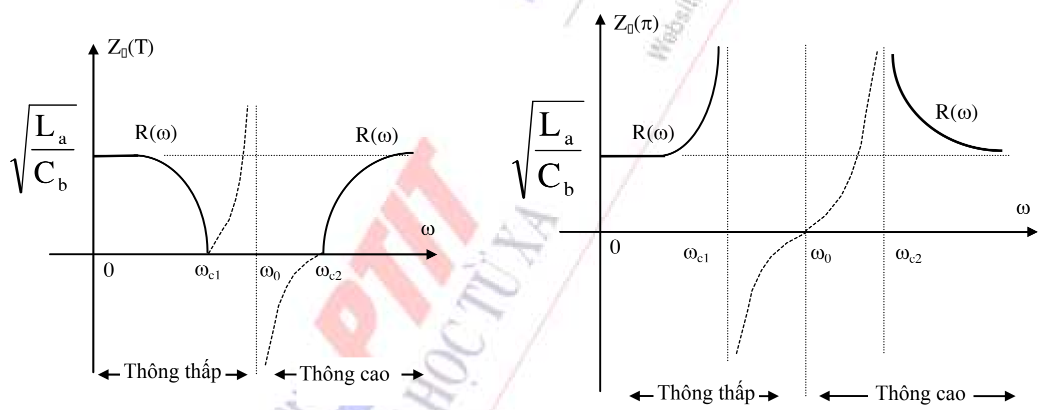
Hình 5-60

Tương tự như mạch lọc thông dải, dựa vào tính chất tương đương của mạch lọc chắn dải đối với các mạch lọc thông thấp và thông cao trên các đoạn tần số khác nhau. Cụ thể là:

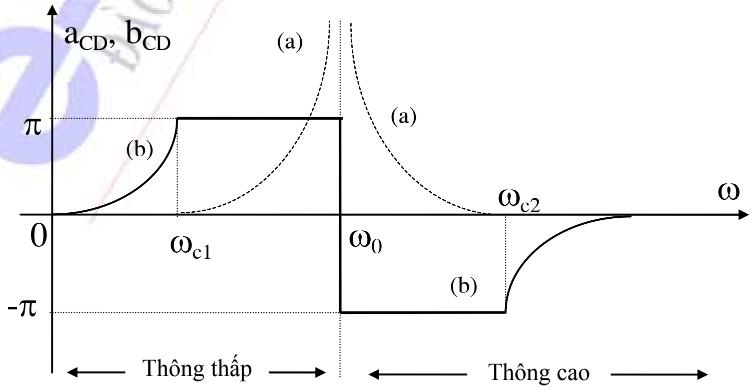
-Trên đoạn $\omega > \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện dung, còn Z_b mang tính chất điện cảm, do đó mạch lọc chắn dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông cao.

-Trên đoạn $\omega < \omega_0$: nhánh Z_a mang tính điện cảm, còn Z_b mang tính chất điện dung, do đó mạch lọc chắn dải sẽ tương đương như một mạch lọc thông thấp.

Hình vẽ 5-61 biểu diễn sự phụ thuộc của các thông số đặc tính của mạch lọc chắn dải theo các dải tần số khác nhau.



Hình 5-61a



Hình 5-61b

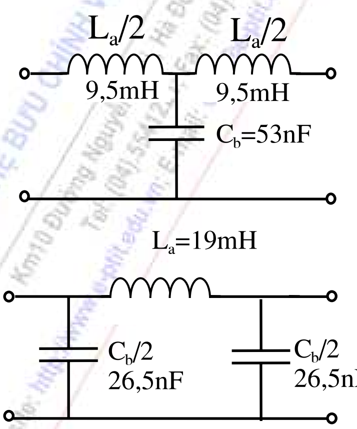
Trên đây ta đã xét các tính chất của bộ lọc loại k, trong đó các thông số đặc tính được định nghĩa dựa vào điều kiện phối hợp trở kháng ở cả hai cửa. Nhưng điều kiện này lại rất khó thực hiện, bởi vì thông thường trở kháng tải và nội kháng của nguồn có giá trị là thuần trở cố định, hay nếu có phụ thuộc tần số thì cũng theo quy luật riêng của nó. Trong khi đó trở kháng đặc tính của mạch lọc loại K cho dù có tính chất thuần trở trong dải thông nhưng vẫn bị phụ thuộc khá nhiều vào tần số. Vì vậy nhược điểm của loại bộ lọc này là trở kháng đặc tính và sự truyền đạt tín hiệu bị ảnh hưởng nhiều bởi tần số.

Thí dụ 5-13: Tính các phần tử của mạch lọc thông thấp loại k có dải thông từ 0 đến 1000Hz, trở kháng đặc tính ở đầu dải thông là 600Ω. Vẽ khâu T và π của mạch lọc.

Giải: Theo các giả thiết ta có:

$$\begin{cases} f_c = \dfrac{1}{\pi\sqrt{L_a C_b}} = 1000 \\ Z_d(0) = \sqrt{\dfrac{L_a}{C_b}} = 600 \end{cases}$$

Rút ra $\begin{cases} C_b = \dfrac{1}{\pi.6.10^6} = 53nF \\ L_a = \dfrac{6.10^{-2}}{\pi} = 19mH \end{cases}$



Hình 5-62

Các sơ đồ mắt lọc thông thấp được vẽ ở hình 5-62

5.4.4 Mạch lọc thụ động LC loại m

Để khắc phục nhược điểm của bộ lọc loại k, người ta đã cải tiến một bước về mặt kết cấu để đạt được chất lượng cao hơn. Các mạch lọc đó được gọi là mạch lọc m.

a. Các phương pháp xây dựng bộ lọc loại m

Để xây dựng bộ lọc m, người ta dùng các phương pháp chuyển từ bộ lọc loại k.

- Chuyển nối tiếp: Bao gồm các bước như sau:

+Chọn khâu cơ bản hình T và tính toán dựa vào trở kháng của nhánh.

+Giữ lại một phần trên nhánh nối tiếp, sao cho trở kháng của nó trở thành:

$$Z'_a = m.Z_a \qquad \text{(với } m<1) \qquad (5\text{-}129)$$

+Chuyển một phần của Z_a xuống nhánh song song sao cho tạo thành Z'_b.

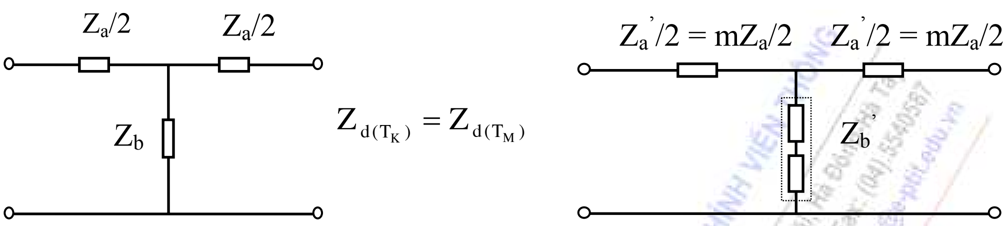
+Xác định Z'_b dựa vào điều kiện cân bằng các trở kháng đặc tính của các khâu loại k và loại m:

$$Z_{d(T_K)} = Z_{d(T_M)} \qquad (5\text{-}130)$$

Bây giờ ta tính Z'_b, điều kiện trên được viết thành:

$$\frac{Z_a}{2}\sqrt{1+\frac{4Z_b}{Z_a}} = \frac{mZ_a}{2}\sqrt{1+\frac{4Z_b^{'}}{mZ_a}} \qquad (5\text{-}131)$$

Rút ra
$$Z_b^{'} = \frac{1-m^2}{4m}Z_a + \frac{Z_b}{m} \qquad (5\text{-}132)$$



Hình 5-63

Khâu lọc m được xây dựng bằng cách này gọi là khâu lọc m nối tiếp. Nó cũng có kết cấu hình T. Hình 5-63 mô tả quá trình chuyển nối tiếp vừa trình bày ở trên.

- Chuyển song song: Bao gồm các bước như sau:

+Chọn khâu cơ bản hình π và tính toán dựa vào dẫn nạp của nhánh.

+Giữ lại một phần trên nhánh song song, sao cho dẫn nạp của nó trở thành:

$$Y_b^{'} = m.Y_b \qquad \text{(với } m<1) \qquad (5\text{-}133)$$

+Chuyển một phần của Y_b lên nhánh nối tiếp sao cho tạo thành $Y_a^{'}$.

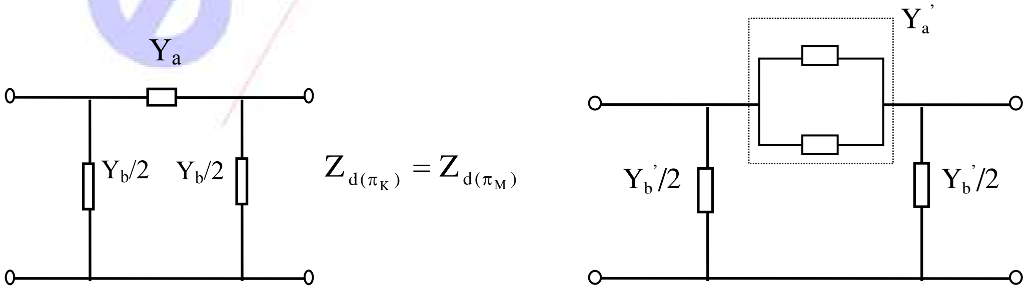
+Xác định $Y_a^{'}$ dựa vào điều kiện cân bằng các trở kháng đặc tính của các khâu loại K và loại M:

$$Z_{d(\pi_K)} = Z_{d(\pi_M)} \qquad (5\text{-}134)$$

Bây giờ ta tính $Y_a^{'}$, điều kiện trên được viết thành:

$$\frac{2}{Y_b}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4Y_a}{Y_b}}} = \frac{2}{mY_b}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4Y_a^{'}}{mY_b}}} \qquad (5\text{-}135)$$

Rút ra
$$Y_a^{'} = \frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m} \qquad (5\text{-}136)$$

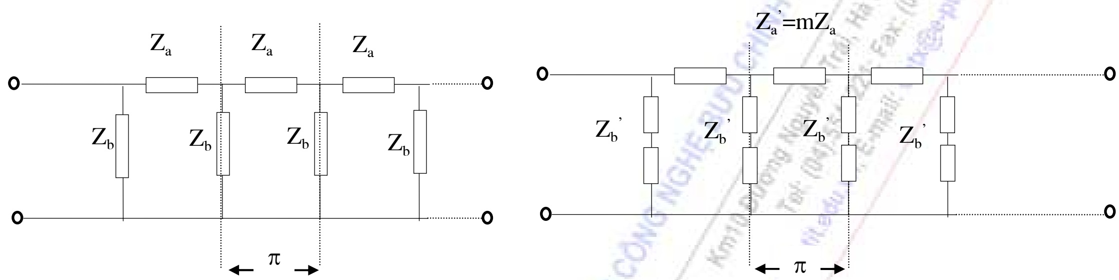


Hình 5-64

Khâu lọc M được xây dựng bằng cách này gọi là khâu lọc M song song. Nó cũng có kết cấu hình π. Hình 5-64 mô tả quá trình chuyển song song vừa trình bày ở trên.

b. Các tính chất của mạch lọc loại m

Trong phần trên ta đã xét cách xây dựng mạch lọc loại M từ mạch lọc loại K, trong đó cần chú ý rằng điều kiện cân bằng trở kháng đặc tính của các khâu loại K và loại M sẽ làm cho hai loại mạch lọc sẽ có cùng dải thông. Tuy nhiên điều đó chưa thể hiện những cải thiện của mạch lọc loại M so với mạch lọc loại K một cách thuyết phục. Bây giờ ta hãy xét tới các thông số đặc tính của mạch lọc M theo một cánh nhìn khác, trước hết là trở kháng đặc tính của mắt lọc hình π trong cách chuyển nối tiếp (hình 5-65).



Hình 5-65

$$Z'_{d(\pi_M)} = 2Z'_b \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{4Z'_b}{Z'_a}}} = 2\left(\frac{1-m^2}{4m}Z_a + \frac{Z_b}{m}\right).\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{4Z'_b}{Z'_a}}}$$

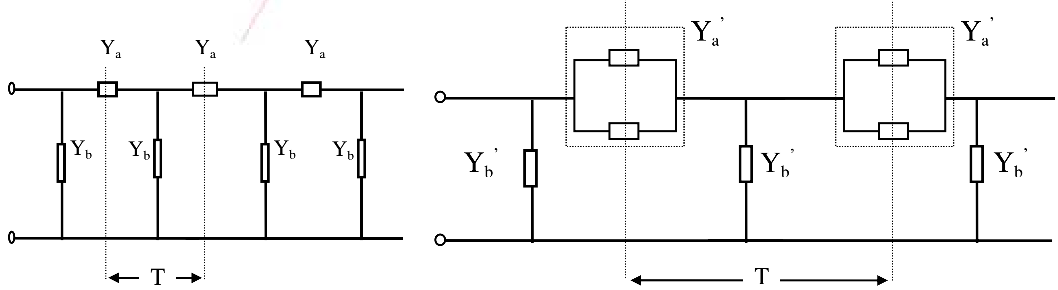
trong đó nếu chú ý đến điều kiện cân bằng trở kháng đặc tính ta sẽ có:

$$Z'_{d(\pi_M)} = 2\left(\frac{1-m^2}{4m}Z_a + \frac{Z_b}{m}\right).\frac{m}{\sqrt{1+\dfrac{4Z_b}{Z_a}}} = \frac{2Z_b}{\sqrt{1+\dfrac{4Z_b}{Z_a}}}\left(1+\frac{1-m^2}{4}\frac{Z_a}{Z_b}\right)$$

hay $$Z'_{d(\pi_M)} = Z_{d(\pi_K)}\left(1+\frac{1-m^2}{4}\frac{Z_a}{Z_b}\right) \qquad (5\text{-}137)$$

Kết quả trên nói lên rằng, trở kháng đặc tính của bộ lọc loại M trong cách chuyển nối tiếp còn phụ thuộc hệ số m. Điều này chỉ ra khả năng, nếu chọn m thích hợp có thể làm cho $Z'_{d(\pi M)}$ ít phụ thuộc vào tần số nhất.

Đối với trở kháng đặc tính của mắt lọc hình T trong cách chuyển song song (hình 5-66) ta cũng có:



Hình 5-66

$$Z_{d}{}'_{(T_M)} = \frac{Z_a'}{2}\sqrt{1+\frac{4Z_b'}{Z_a'}} = \frac{1}{2Y_a'}\sqrt{1+\frac{4Y_a'}{Y_b'}} = \frac{1}{2(\frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m})}.\sqrt{1+\frac{4Y_a'}{Y_b'}}$$

hay
$$Z_{d}{}'_{(T_M)} = \frac{1}{2(\frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m})}.\frac{\sqrt{1+\frac{4Y_a}{Y_b}}}{m} = \frac{\sqrt{1+\frac{4Y_a}{Y_b}}}{2Y_a}.\frac{1}{1+\frac{1-m^2}{4}.\frac{Y_b}{Y_a}}$$

tức là
$$Z_{d}{}'_{(T_M)} = Z_{d(T_K)}.\frac{1}{1+\frac{1-m^2}{4}.\frac{Y_b}{Y_a}} \qquad (5\text{-}138)$$

Kết quả trên cũng nói lên rằng, trở kháng đặc tính của bộ lọc loại M trong cách chuyển song song phụ thuộc hệ số m.

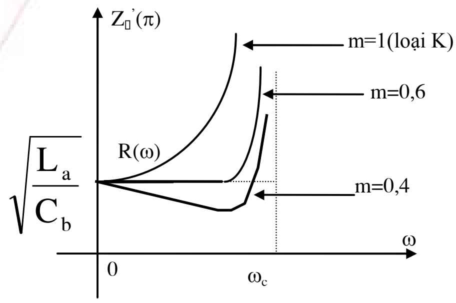
Cụ thể ta xét bộ lọc thông thấp, có các trở kháng xuất phát từ loại K:

$$Z_a = j\omega L_a; \qquad Z_b = \frac{1}{j\omega C_b}$$

-Theo cách chuyển nối tiếp sẽ có bộ lọc loại M, tương ứng:

$$\begin{cases} Z_a' = j\omega m L_a \\ Z_b' = j\omega\frac{1-m^2}{4m}L_a + \frac{1}{j\omega m C_b} \end{cases}$$

$$Zd'_{(\pi_M)} = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}}.\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}.[1-(1-m^2).\frac{\omega^2}{\omega_c^2}]$$

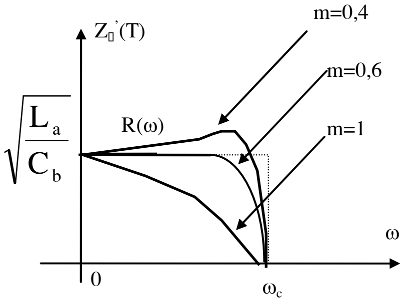


Hình 5-67a

Hình 5-67a là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính mắt lọc hình π mạch lọc thông thấp nối tiếp theo giá trị của m.

-Theo cách chuyển song song sẽ có bộ lọc loại M, tương ứng:

$$\begin{cases} Y_a' = j\omega\frac{1-m^2}{4m}C_b + \frac{1}{j\omega m L_a} \\ Y_b' = j\omega m C_b \end{cases}$$



Hình 5-67b

$$Z'_{d\,(T_M)} = \sqrt{\frac{L_a}{C_b}}.\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}.\frac{1}{[1-(1-m^2).\frac{\omega^2}{\omega_c^2}]}$$

Hình 5-67b là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính mắt lọc hình T mạch lọc thông thấp song song theo m.

Như vậy, nếu chọn m=0,6 thì sẽ các kháng đặc tính của các mắt lọc nêu trên sẽ ít phụ thộc vào tần số nhất. Đối với mạch lọc thông cao cũng có kết quả tương tự.

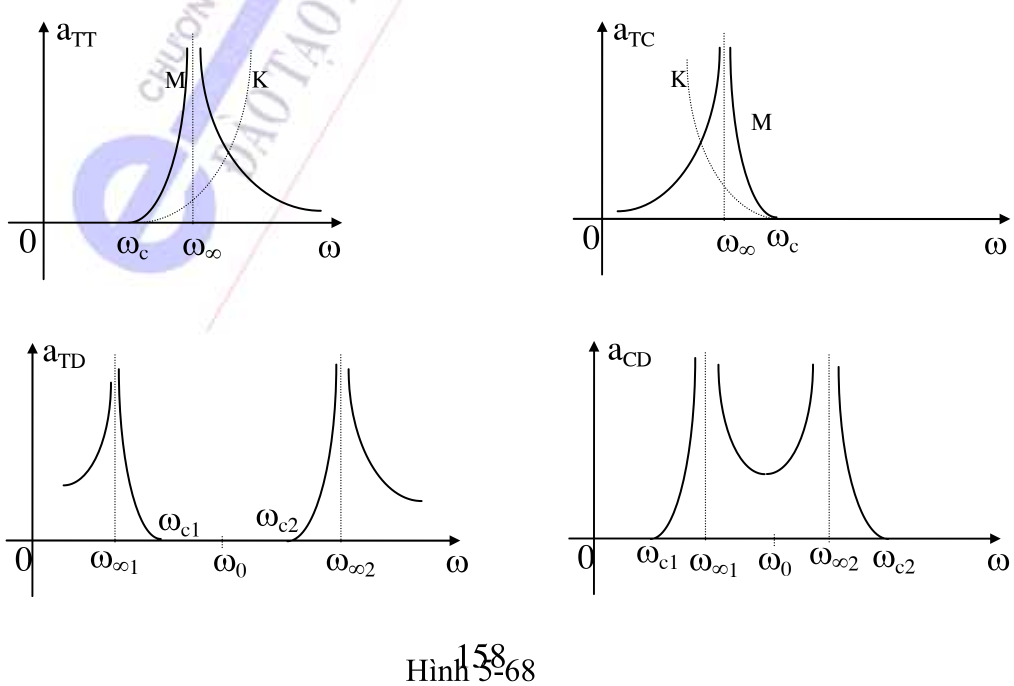
Bây giờ ta xét tới truyền đạt đặc tính (g) của mạch lọc loại M, trong đó chủ yếu xét đến suy giảm đặc tính (a). Khâu lọc M phức tạp hơn khâu lọc K, do đó trên các nhánh nối tiếp và song song của mạch lọc có thể xảy ra cộng hưởng làm hở mạch Y'_a hoặc ngắn mạch Z'_b. Khi đó suy giảm đặc tính sẽ lớn vô cùng, vì vậy các tần số cộng hưởng này được gọi ω_∞. Chúng là nghiệm của các phương trình

$$Y'_a = \frac{1-m^2}{4m}Y_b + \frac{Y_a}{m} = 0$$

hoặc
$$Z'_b = \frac{1-m^2}{4m}Z_a + \frac{Z_b}{m} = 0$$

Hay là
$$-\frac{4Z_b}{Z_a} = 1-m^2 < 1 \qquad (5\text{-}139)$$

Rõ ràng các tần số ω_∞ nằm trong dải chắn (vì biểu thức trên không thoả mãn điều kiên dải thông) các tần số này phụ thuộc vào giá trị của m. Hình 5-68 minh hoạ sự tồn tại của các tần số ω_∞ và suy giảm đặc tính của các mạch lọc loại M. Chú ý rằng các thông số đặc tính của mạch lọc thông dải và chắn dải loại M đều có thể suy ra từ mạch lọc thông thấp và thông cao cùng loại.



Hình 5-68

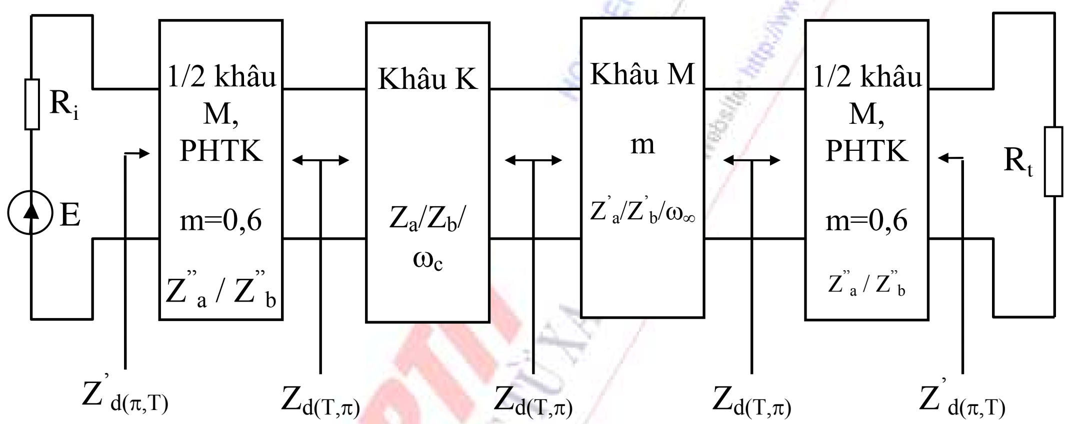
Nhận xét:

Trong khoảng tần số giữa ω_c và ω_∞, suy giảm đặc tính tăng từ 0 đến ∞. Do đó độ dốc của đặc tuyến phụ thuộc vào bề rộng của khoảng (ω_c, ω_∞), mà bề rộng này lại phụ thuộc vào m, từ đó ta có thể chọn độ dốc của đặc tuyến một cách tuỳ ý theo m. Đây là một ưu điểm lớn của mạch lọc M so với mạch lọc K. Tuy nhiên khi đi sâu vào dải chắn thì suy giảm đặc tính lại giảm khá nhỏ. Đây là nhược điểm của bộ lọc M so với bộ lọc loại K.

5.4.5 Bộ lọc thụ động LC đầy đủ

a. Nguyên tắc thiết kế chung

Nguyên tắc tính toán một bộ lọc là phải đảm bảo các yêu cầu kỹ thuật, sao cho chất lượng của nó càng đạt tới lý tưởng càng tốt. Nói một cách cụ thể:



Hình 5-69: Bộ lọc Lc đầy đủ

-Suy giảm đặc tính (a) phải hoàn toàn triệt tiêu trong dải thông và rất lớn trong toàn bộ dải chắn.

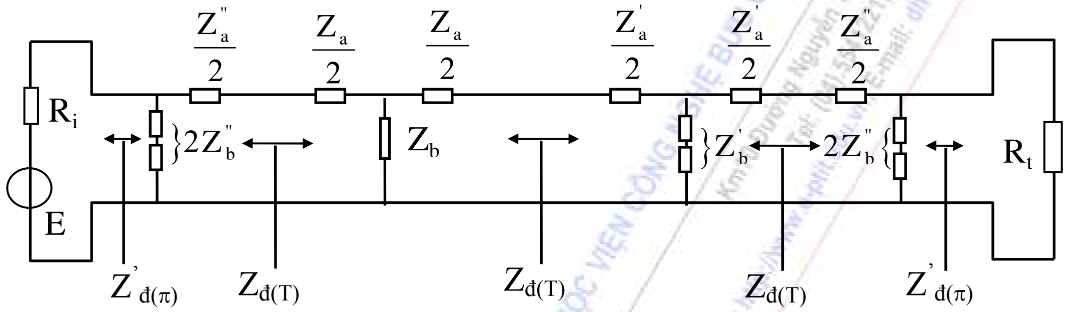
-Bộ lọc phải được phối hợp trở kháng tốt với nguồn và tải.

Trong thực tế, để đáp ứng đầy đủ các yêu cầu kỹ thuật, thường phải xây dựng các bộ lọc phức tạp gồm nhiều khâu khác nhau và có các tính chất bổ xung cho nhau. Nhìn chung một bộ lọc như vậy phải có hai khâu không đối xứng ở hai đầu làm nhiệm vụ phối hợp trở kháng với nguồn và tải, và một số khâu lọc đối xứng loại M hoặc K (hình T hoặc hình π) nối với nhau theo kiểu dây chuyền (hình 5-69). Sau đây ta đi sâu vào các khâu trong bộ lọc:

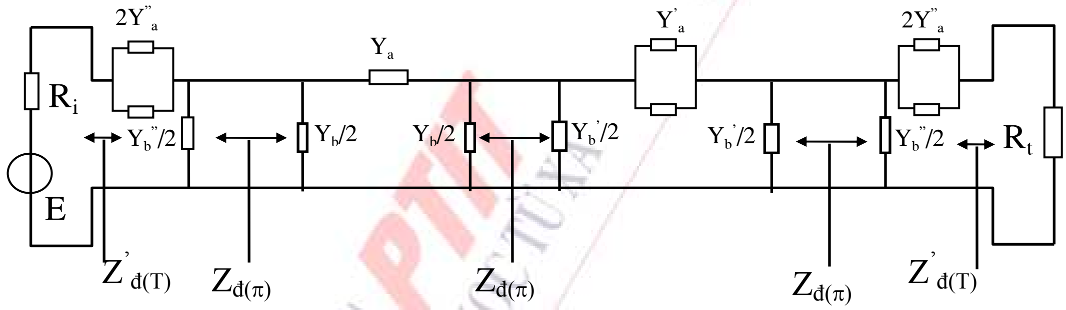
Khâu lọc M (đối xứng) được đưa vào để đảm bảo ra khỏi dải thông suy giảm đặc tính tăng rất nhanh. Do đặc tính càng đi sâu vào dải chắn thì suy giảm đặc tính của nó càng tăng, do đó Khâu lọc K (đối xứng) được đưa vào trước khâu lọc M để khắc phục nhược điểm về sự giảm của suy giảm đặc tính khi đi sâu vào dải chắn của khâu lọc M. Như vậy để đảm bảo các khâu này có cùng dải thông và sự phối hợp trở kháng thì khâu M sẽ được thực hiện bằng cách chuyển từ khâu K theo cách chuyển tương ứng. Hệ số m do tần số suy giảm vô cùng ω_∞ quyết định.

Hai khâu 1/2 M (không đối xứng): được đặt ở hai đầu bộ lọc để phối hợp trở kháng giữa bộ lọc với nguồn và tải. Do bản thân nhiệm vụ phối hợp trở kháng dẫn đến nó phải có tính không đối xứng. Mặt khác để vừa đảm bảo phối hợp với nguồn và tải, đồng thời vừa đảm bảo phối hợp đấu nối nó với các khâu K và khâu M ở phía trong bộ lọc một cách bình thường, người ta tạo ra các khâu này bằng cách: tạo ra khâu M từ khâu lọc K theo cách chuyển tương ứng, với hệ số m=0,6, sau đó bổ đôi khâu M vừa tạo trên để chỉ giữ lại một nửa. Với hệ số m=0,6 thì trở kháng đặc tính ở cửa vào và cửa ra của bộ lọc sẽ đảm bảo thuần trở và ổn định, đảm bảo sự phối hợp trở kháng với nguồn và tải.

Việc ghép nối các khâu trong bộ lọc sao cho nhìn từ ngoài vào có trở kháng đặc tính $Z'_{đ(\pi)}=R_i=R_t$ trong trường hợp chuyển nối tiếp (hình 5-70a) và $Z'_{đ(T)}=R_i=R_t$ trong trường hợp chuyển song song (hình 5-70b).



Hình 5-70a



Hình 5-70b

b. Cách tính toán bộ lọc đầy đủ

Thông thường các số liệu sau đây sẽ được cho trước: Dải thông (tần số cắt), trở kháng đặc tính trong dải thông, điện trở trong của nguồn và điện trở tải, tần số suy giảm vô cùng, các yêu cầu về suy giảm đặc tính và phối hợp trở kháng ... Đầu tiên việc tính toán khâu K sẽ được thực hiện trước, sau đó mới chuyển sang tính toán các khâu M. Sau đây là các công việc tính toán cần thiết trên các loại bộ lọc:

1. Bộ lọc thông thấp:

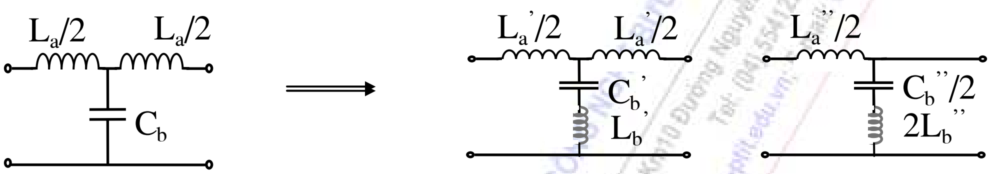
- Khâu lọc K: $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{L_a}{C_b}} = R_i = R_t = R \\ \omega_c = \dfrac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_a = \dfrac{2R}{\omega_c} \\ C_b = \dfrac{2}{R\omega_c} \end{cases}$

-Các khâu lọc M: $\omega_\infty = \dfrac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}} \quad \Rightarrow m = \sqrt{1 - \dfrac{\omega^2{}_c}{\omega^2{}_\infty}}$

(Với khâu 1/2M thì m = 0,6)

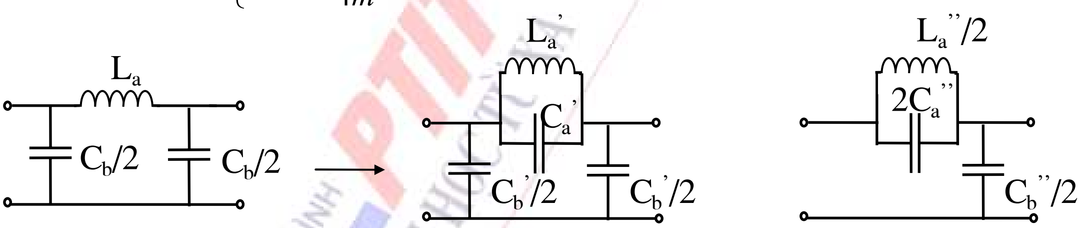
Hình 5-71 là cấu trúc của các khâu (K, M và 1/2M) của bộ lọc thông thấp đầy đủ trong các trường hợp chuyển nối tiếp và chuyển song song.

Nếu chuyển nối tiếp: $\begin{cases} L_a' = mL_a \\ L_b' = \dfrac{1-m^2}{4m} L_a \\ C_b' = mC_b \end{cases}$



Hình 5- 71a

Nếu chuyển song song: $\begin{cases} C_b' = mC_b \\ L_a' = mL_a \\ C_a' = \dfrac{1-m^2}{4m} C_b \end{cases}$



Hình 5-71b

2. Bộ lọc thông cao:

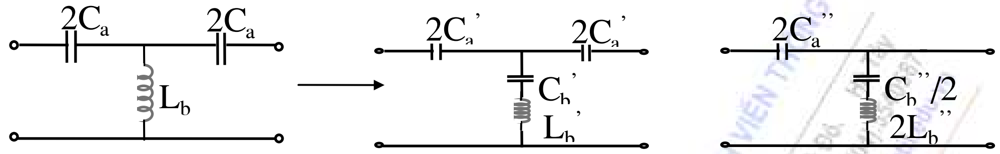
- Khâu lọc K: $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R \\ \omega_c = \dfrac{1}{2\sqrt{L_b C_a}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_b = \dfrac{R}{2\omega_c} \\ C_a = \dfrac{1}{2R\omega_c} \end{cases}$

-Các khâu lọc M: $\omega_\infty = \omega_c\sqrt{1-m^2} \quad \Rightarrow m = \sqrt{1 - \dfrac{\omega^2{}_\infty}{\omega^2{}_c}}$

(Với khâu 1/2M thì m = 0,6)

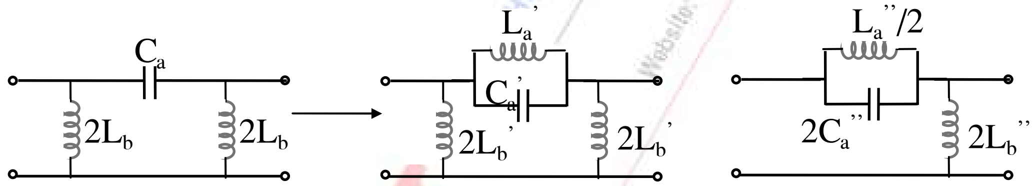
Hình 5-72 là cấu trúc của các khâu (K, M và 1/2M) của bộ lọc thông cao đầy đủ trong trường hợp chuyển nối tiếp và chuyển song song.

Nếu chuyển nối tiếp: $\begin{cases} L_b^{'} = \dfrac{L_b}{m} \\ C_b^{'} = \dfrac{4m}{1-m^2} C_a \\ C_a^{'} = \dfrac{C_a}{m} \end{cases}$



Hình 5-72a

Nếu chuyển song song: $\begin{cases} L_b^{'} = \dfrac{L_b}{m} \\ L_a^{'} = \dfrac{4m}{1-m^2} L_b \\ C_a^{'} = \dfrac{C_a}{m} \end{cases}$



Hình 5-72b

3. Bộ lọc thông dải:

- Khâu lọc K: $\omega_0^2 = \omega_{c1}.\omega_{c2} = \dfrac{1}{L_a C_a} = \dfrac{1}{L_b C_b}$

$$\omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}}$$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R$$

Rút ra $L_a = \dfrac{2R}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$ $\quad C_a = \dfrac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{2R\omega_{c1}\omega_{c2}}$

$$L_b = \frac{R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{2\omega_{c1}\omega_{c2}} \qquad C_b = \frac{2}{R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

-Các khâu lọc M: $\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1} = \dfrac{2}{\sqrt{L_a C_b}} \dfrac{1}{\sqrt{1-m^2}} = \dfrac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\sqrt{1-m^2}}$

rút ra $m = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1}}\right)^2}$

(Với khâu 1/2M thì m = 0,6)

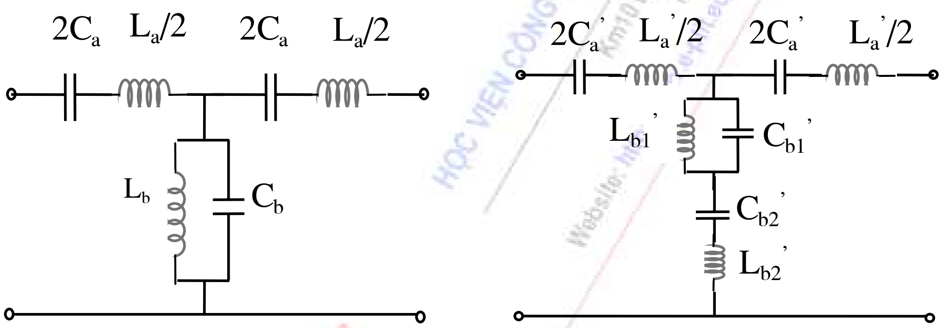
Nếu chuyển nối tiếp:

$$L'_a = mL_a \qquad C'_a = \frac{C_a}{m}$$

$$L'_{b1} = \frac{L_b}{m} \qquad C'_{b1} = mC_b$$

$$L'_{b2} = \frac{1-m^2}{4m}L_a \qquad C'_{b2} = \frac{4m}{1-m^2}C_a$$

Trong hình 5-73a minh hoạ cách chuyển nối tiếp khâu lọc thông dải .



Hình 5-73a

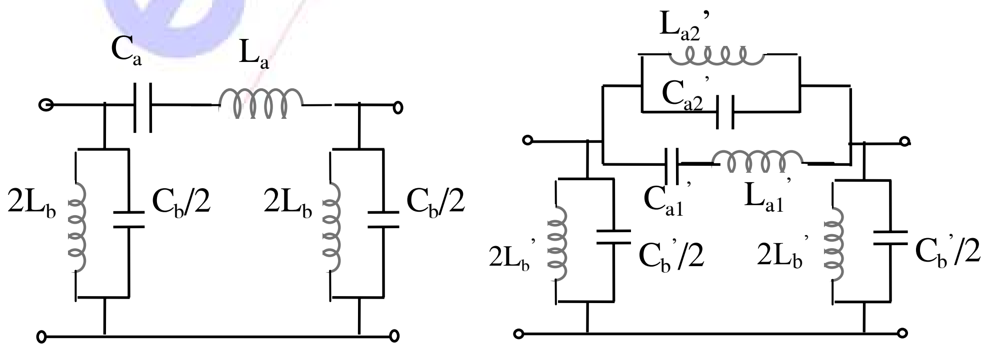
Nếu chuyển song song:

$$L'_{a1} = mL_a \qquad C'_{a1} = \frac{C_a}{m}$$

$$L'_b = \frac{L_b}{m} \qquad C'_b = mC_b$$

$$C'_{a2} = \frac{1-m^2}{4m}C_b \qquad L'_{a2} = \frac{4m}{1-m^2}L_b$$

Trong hình 5-73b minh hoạ cách chuyển song song khâu lọc thông dải.



Hình 5-73b

4. Bộ lọc chắn dải:

- Khâu lọc K: $\omega_0^2 = \omega_{c1}.\omega_{c2} = \dfrac{1}{L_a C_a} = \dfrac{1}{L_b C_b}$

$$\omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{1}{2\sqrt{L_b C_a}}$$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = R_i = R_t = R$$

Rút ra $\quad L_b = \dfrac{R}{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})} \qquad C_b = \dfrac{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{R\omega_{c1}\omega_{c2}}$

$$L_a = \frac{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_{c1}\omega_{c2}} \qquad C_a = \frac{1}{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

-Các khâu lọc M: $\quad \omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1} = \dfrac{1}{2\sqrt{L_b C_a}}\sqrt{1-m^2} = (\omega_{c2} - \omega_{c1})\sqrt{1-m^2}$

rút ra $\quad m = \sqrt{1 - \left(\dfrac{\omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}\right)^2}$

(Với khâu 1/2M thì $\quad m = 0,6$)

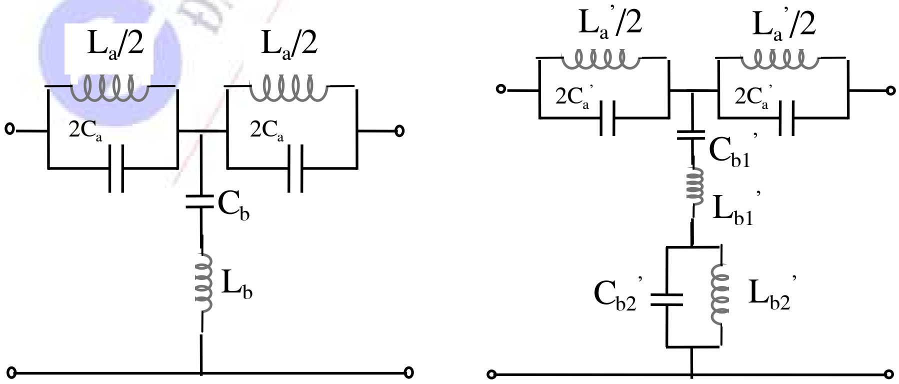
Nếu chuyển nối tiếp:

$$C'_a = \frac{C_a}{m} \qquad L'_a = mL_a$$

$$C'_{b1} = mC_b \qquad L'_{b1} = \frac{L_b}{m}$$

$$C'_{b2} = \frac{4m}{1-m^2}C_a \qquad L'_{b2} = \frac{1-m^2}{4m}L_a$$

Trong hình 5-74a minh hoạ cách chuyển nối tiếp khâu lọc chắn dải.



Hình 5-74a

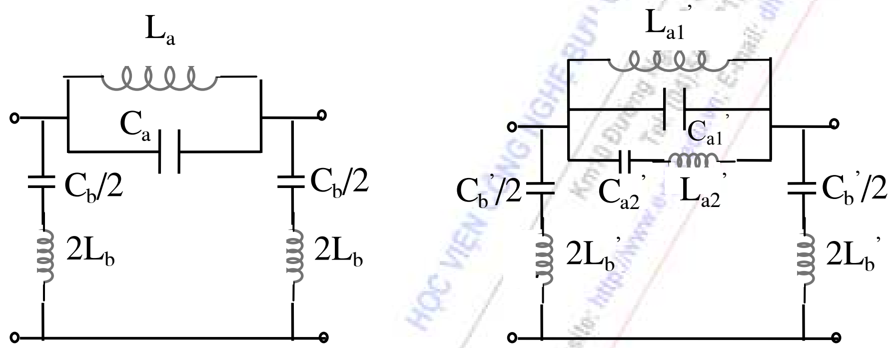
Nếu chuyển song song:

$$C'_{a1} = \frac{C_a}{m} \qquad L'_{a1} = mL_a$$

$$C'_b = mC_b \qquad L'_b = \frac{L_b}{m}$$

$$L'_{a2} = \frac{4m}{1-m^2}L_b \qquad C'_{a2} = \frac{1-m^2}{4m}C_b$$

Trong hình 5-74b minh hoạ cách chuyển song song khâu lọc chắn dải.



Hình 5-74b

5.4.6 Mạch lọc tích cực

Ở vùng tần số thấp, loại mạch lọc thụ động LC thường không thích hợp cho các ứng dụng thực tế vì sự cồng kềnh của các phần tử trong mạch và phẩm chất của mạch bị suy giảm khá nhiều, thay vào đó là các loại mạch lọc tích cực RC dùng KĐTT.

a. Khái niệm chung:

Hàm truyền đạt tổng quát của mạch lọc tích cực RC có dạng:

$$K(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \ldots + b_{m-1}p^{m-1} + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \ldots + a_{n-1}p^{n-1} + p^n}, \qquad (n \geq m) \qquad (5\text{-}140)$$

Bậc của mạch lọc là bậc lớn nhất của mẫu số (n). Thông thường nó được quyết định bởi số lượng điện dung C trong các vòng hồi tiếp của mạch. Đối với mạch lọc tích cực RC, thường khi hàm mạch có bậc càng cao thì độ nhạy của các đại lượng đặc trưng của mạch đối với phần tử tích cực càng tăng mạnh, độ sắc của đặc tuyến tần số càng tiến dần đến lý tưởng.

Trong lý thuyết tổng hợp mạch, phương pháp thường dùng để xây dựng mạch lọc tích cực RC là phương pháp phân tách đa thức và mắc dây chuyền các khâu bậc một và bậc 2. Giả sử từ hàm mạch K(p) là phân thức hữu tỉ, khi đó có thể phân tích ra thành tích:

$$K(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = k_0 . p^r . \frac{\prod_i (p+\sigma_i) . \prod_i (p^2 + b_i p + c_i)}{\prod_j (p+\sigma_j) . \prod_j (p^2 + b_j p + c_j)} = F(p).K_1(p) \qquad (5\text{-}141)$$

-Đầu tiên tách ra hàm F(p) có thể thực hiện bằng mạch thụ động RC. Trong đó các điểm cực của F(p) phải là thực:

$$F(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{P(p)}{\prod_j (p + \sigma_j)}$$

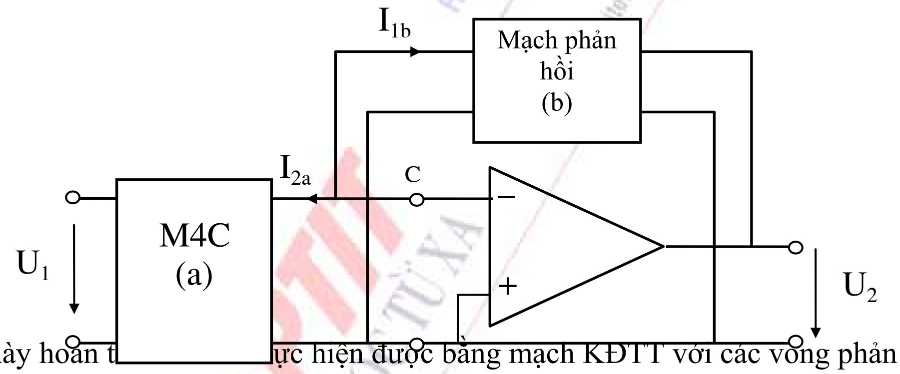
Trong đó Q(p) chứa các nghiệm thực là điểm cực thực của K(p). Còn P(p) chứa một phần các nghiệm của N(p), và bậc của P(p) nhỏ hơn hoặc bằng bậc của Q(p). Khi đó F(p) có thể được thực hiện bằng các phương pháp tổng hợp mạch thụ động. Nếu P(p) chỉ chứa các điểm không thực thì có thể thực hiện bằng mạch hình cái thang.

-Còn lại $K_1(p)$ là tổ hợp các hàm truyền bậc hai và sẽ được thực hiện bằng các khâu bậc hai (chứa các phần tử tích cực) với ưu điểm có điện trở ra rất nhỏ.

b. Khâu lọc tích cực RC bậc 2:

Khâu lọc bậc hai có một ý nghĩa đặc biệt quan trọng vì đó là khâu cơ bản để tổng hợp các hàm bậc cao bất kỳ. Tổng quát, khâu lọc bậc hai tương ứng với hàm truyền điện áp:

$$K_u(p) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2}{a_0 + a_1 p + p^2} \qquad (5\text{-}142)$$



Hình 5-75: Khâu lọc có một vòng phản hồi

Hàm mạch này hoàn toàn có thể thực hiện được bằng mạch KĐTT với các vòng phản hồi và mạch RC. Mạch phản hồi của KĐTT có thể là một vòng hoặc nhiều vòng.

***-Khâu dùng phản hồi một vòng**:* Hình 5-75 mô tả một khâu tích cực RC có một vòng phản hồi âm dùng KĐTT; (a) là mạch thụ động RC; (b) là mạch phản hồi.

Viết lại hàm truyền dưới dạng:

$$K_u(p) = k\frac{N(p)}{D(p)} \qquad (5\text{-}143)$$

Trong đó hệ số của số hạng bậc cao nhất ở N(p) và D(p) bằng 1; D(p) là đa thức Hurwitz có các nghiệm ở nửa mặt phẳng trái; N(p) không có nghiệm trên trục σ dương để có thể thực hiện mạch điện có dây đất chung. Để dễ dàng thực hiện hàm mạch bằng khâu mạch bậc hai, người ta thường chọn một đa thức phụ P(p) có các nghiệm thực, không dương và bậc i (tổng quát, i = max {bậc N, bậc D} -1; Có thể chọn bậc i cao hơn, nhưng khi đó số linh kiện sẽ tăng lên), sao cho:

$$K_u(p) = k\frac{N(p)}{D(p)} = \frac{k_1 \dfrac{N(p)}{P(p)}}{k_2 \dfrac{D(p)}{P(p)}} \qquad (1)$$

Theo hệ phương trình dẫn nạp của mạch "a" ta có:

$$I_{2a} = y_{21a}U_1 + y_{22a}U_C = y_{21a}U_1 \qquad \text{(do C là điểm đất ảo, } U_C = 0\text{)}$$

Theo hệ phương trình dẫn nạp của mạch "b" ta có:

$$I_{1b} = y_{11b}U_C + y_{12b}U_2 = y_{12b}U_2$$

Chú ý rằng $I_{1b} = -I_{2a}$; và đối với mạch thụ động tuyến tính $y_{12b}=y_{21b}$, nên:

$$K_u(p) = \frac{U_2}{U_1} = -\frac{y_{21a}}{y_{21b}} \qquad (2)$$

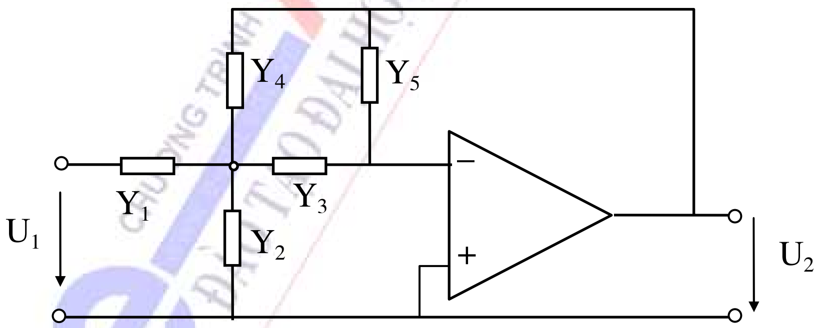
Từ (1) và (2) ta rút ra:

$$y_{21a} = k_1.\frac{N(p)}{P(p)}; \qquad y_{21b} = k_2\frac{D(p)}{P(p)}; \qquad \frac{k_1}{k_2} = -k \qquad (5\text{-}144)$$

Như vậy mạch "a" là sự thực hiện y_{21a}. Mạch "b" là sự thực hiện y_{21b}. Còn k_1 và k_2 là các hằng số sẽ được tìm ra khi thực hiện mạch RC. Còn y_{21a} và y_{21b} phải là các hàm cho phép của mạch thụ động RC. Rõ ràng tuỳ thuộc vào việc lựa chọn đa thức P(p) ta có thể có rất nhiều mạch RC thực hiện hàm truyền đạt trên. Việc chọn mạch nào là tối ưu được dựa theo một quan điểm thiết kế nào đó.

***-Khâu có phản hồi nhiều vòng*:** Sơ đồ hình 5-76 là một thí dụ khâu bậc hai được thực hiện với nhiều vòng phản hồi.

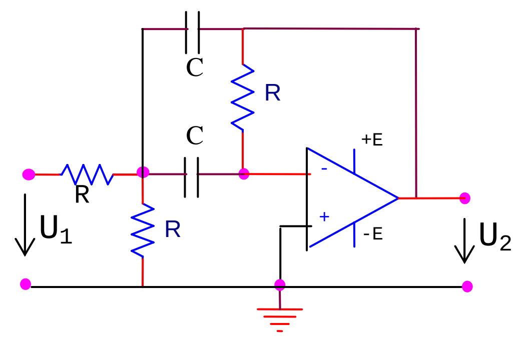
Tuỳ theo việc lựa chọn các phần tử $Y_1, Y_2,...,Y_5$ ta có thể thực hiện được hàm mạch K(p) có các chức năng mạch khác nhau như lọc thông thấp, thông cao, thông dải, chắn dải ... Tuy nhiên cấu trúc này không thực hiện được hàm phân thức hữu tỉ bất kỳ.



Hình 5-76: Khâu lọc có phản hồi nhiều vòng

Thí dụ 5-14:

Xác định chức năng của mạch điện hình 5-77a. Giả thiết vi mạch là lý tưởng và làm việc ở chế độ tuyến tính.



Hình 5-77a

Giải:

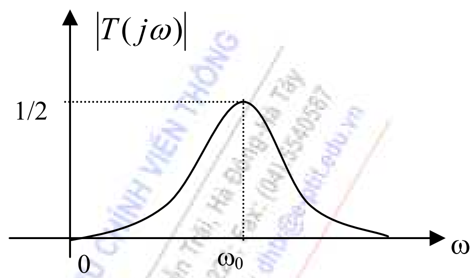
Tính hàm truyền đạt: Lập phương trình trạng thái tại các nút theo định luật Kirchhoff I, từ đó rút ra:

+ Trong miền p:

$$T(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)}=-\frac{RCp}{R^2C^2p^2+2RCp+2}$$

+ Trong miền ω:

$$T(j\omega)=-\frac{j\omega RC}{2-R^2C^2\omega^2+2jRC\omega}$$



Hình 5-77b

Giá trị biên độ:

$$\left|T(j\omega)\right|=\frac{RC\omega}{\sqrt{(2-\omega^2R^2C^2)^2+4\omega^2R^2C^2}},\ \text{tại } \omega_0=\frac{\sqrt{2}}{RC} \text{ thì } \left|T(j\omega)\right| \max=\frac{1}{2}.$$

Đồ thị định tính có dạng như hình 5-77b. Như vậy đây là khâu lọc tích cực thông dải bậc 2.

TỔNG HỢP NỘI DUNG CHƯƠNG V

- Để đặc trưng cho M4C có thể dùng các loại thông số Z, Y, A, B, G, H. Mỗi loại gồm có 4 thông số. Với mạng bốn cực tương hỗ ta chỉ cần xác định 3 thông số.
- Các thông số đặc tính (các thông số sóng) cũng hoàn toàn đặc trưng cho M4C ở chế độ PHTK tại các cửa của M4C.
- Dựa vào các thông số đặc trưng của M4C cùng với chế độ của nguồn và tải, ta hoàn toàn có thể xác định được các tính chất truyền đạt tín hiệu từ nguồn tới tải thông qua M4C.
- Khi phân tích , người ta thường triển khai các M4C thành các sơ đồ tương đương. Mạng tương hỗ thụ động thường dùng sơ đồ tương đương hình T, hình π (hoặc hình cầu với M4C đối xứng). Mạng không tương hỗ tích cực thì việc triển khai thành các sơ đồ tương đương khá đa dạng, tùy thuộc vào điều kiện làm việc và dải tần công tác cùng với các khuyến cáo của nhà sản xuất.
- Các hệ thống phức tạp chính là sự ghép nối của nhiều khâu lại mà thành. Trong đó tín hiệu ở đầu ra có thể được tổ chức quay trở về đầu vào nhằm thay đổi các tính chất truyền đạt tín hiệu của mạch hoặc tạo ra các hiệu ứng đặc biệt cho mạch hoặc xây dựng nên các mạch tạo dao động.
- Tất cả các hệ thống tạo và biến đổi tín hiệu đều có thể phân tích và tổng hợp dựa trên lý thuyết mạng bốn cực.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP CHƯƠNG V

5.1 Mạng bốn cực có chứa diode là loại M4C:

a. Thụ động. c. Không tương hỗ

b. Tương hỗ. d. Không tương hỗ, tích cực.

5.2 Mạng bốn cực có chứa transistor là loại M4C:

a. Thụ động. c. Không tương hỗ

b. Tương hỗ. d. Không tương hỗ, tích cực.

5.3 Transistor là loại M4C:

a. Thụ động. c. Không tương hỗ

b. Tương hỗ. d. Không tương hỗ, tích cực.

5.4 Một mạng bốn cực tuyến tính, bất biến, tương hỗ thỏa mãn:

a. $y_{12} = y_{21}$ c. $z_{12} = z_{21}$

b. $\Delta a = -1$ d. Cả 3 phương án trên đều đúng

5.5 Công thức nào dưới đây đúng với M4C được ghép từ n M4C đơn giản theo cách ghép nối tiếp- song song?

a. $\underline{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^{n} Y_k$ c. $\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} Z_k$

b. $\underline{\underline{H}} = \sum_{k=1}^{n} H_k$ d. $\underline{\underline{A}} = \prod_{k=1}^{n} A_k$

5.6 Công thức nào dưới đây đúng với M4C được ghép từ n M4C đơn giản theo cách ghép nối tiếp-nối tiếp

a. $\underline{\underline{Y}} = \sum_{k=1}^{n} Y_k$ c. $\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} Z_k$

b. $\underline{\underline{H}} = \sum_{k=1}^{n} H_k$ d. $\underline{\underline{A}} = \prod_{k=1}^{n} A_k$

5.7 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động có thể khai triển thành sơ đồ tương đương:

a. Hình T c. Hình cầu

b. Hình Γ d. Cả ba phương án đều sai

5.8 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động và đối xứng có thể khai triển thành sơ đồ tương đương:

a. Hình T c. Hình cầu

b. Hình π d. Cả ba phương án đều đúng

5.9 Mạng bốn cực đối xứng và sơ đồ tương đương hình cầu có mối quan hệ:

a. $Z_I = Z_{11} - Z_{12}$, $Z_{II} = Z_{11} + Z_{12}$

b. $Z_{11} = \frac{1}{2}\left(Z_I + Z_{II}\right)$, $Z_{12} = \frac{1}{2}\left(Z_{II} - Z_I\right)$

c. Cả hai phương án trên đều đúng

5.10 Các trở kháng sóng của M4C có thể được tính theo công thức:

a. $Z_{10} = \sqrt{Z_{v2ngm} * Z_{v2hm}}$; $Z_{20} = \sqrt{Z_{v1ngm} * Z_{v1hm}}$

b. $Z_{10} = \sqrt{Z_{v1ngm} * Z_{v1hm}}$; $Z_{20} = \sqrt{Z_{v2ngm} * Z_{v2hm}}$

c. $Z_{10} = \sqrt{Z_{v1ngm} * Z_{v2hm}}$; $Z_{20} = \sqrt{Z_{v2ngm} * Z_{v1hm}}$

d. $Z_{10} = \sqrt{Z_{v1ngm} * Z_{v2ngm}}$; $Z_{20} = \sqrt{Z_{v1hm} * Z_{v2hm}}$

5.11 Trở kháng sóng của mạng bốn cực đối xứng có thể được tính theo mạch tương đương cầu:

a. $Z_0 = Z_{10} = Z_{20} = \sqrt{Z_I / Z_{II}}$

b. $Z_0 = Z_{10} = Z_{20} = \sqrt{Z_I + Z_{II}}$

c. $Z_0 = Z_{10} = Z_{20} = \sqrt{Z_I * Z_{II}}$

d. $Z_0 = Z_{10} = Z_{20} = \sqrt{Z_I - Z_{II}}$

5.12 Xét một nguồn phát có nội trở thuần $Z_{ng}=R_0$ và một tải thuần trở $Z_t= R_0$. Khi đó:

a. công suất trên tải đạt cực đại.

b. không có sự phản xạ tín hiệu từ tải về nguồn.

c. không cần thêm khâu phối hợp trở kháng giữa nguồn và tải.

d. tất cả các điều trên đều đúng.

5.13 Khi tần số tín hiệu vào mạch lọc thông thấp tăng, điện áp lối ra sẽ:

a. Giảm

b. Tăng

c. Giữ nguyên.

d. Gần bằng điện áp lối vào.

5.14 Để lọc lấy dải tần Audio (từ 0 kHz đến 20 kHz) và loại bỏ các tần số khác, phải sử dụng loại mạch lọc nào ?

a. Thông thấp.

b. Thông cao.

c. Thông dải.

d. Chặn dải.

5.15 Về mặt kết cấu, mạch điện có hồi tiếp nối tiếp dòng điện phù hợp với kiểu ghép nào?

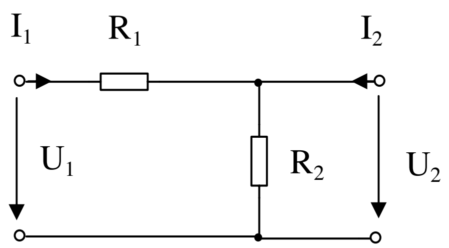
a. ghép nối tiếp-song song

b. ghép nối tiếp-nối tiếp

c. ghép song song-song song

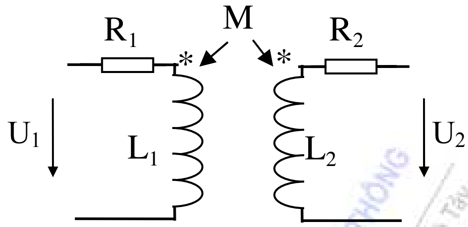
d. ghép song song-nối tiếp

5.16 Cho mạng bốn cực như hình vẽ 5-78. Hãy xác định các thông số hỗn hợp H_{ij} của mạng bốn cực



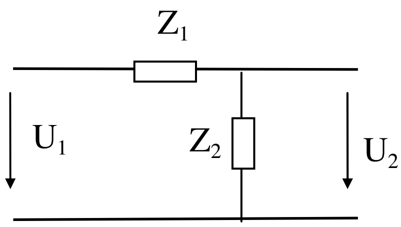
Hình 5-78

5.17 Hãy xác định sơ đồ tương đương hình T của mạng bốn cực như hình vẽ 5-79.

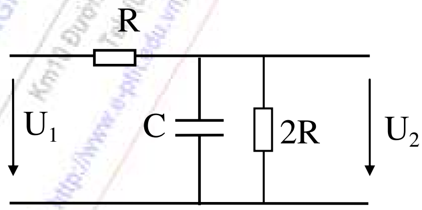


Hình 5-79

5.18 Cho mạng bốn cực như hình vẽ 5-80. Xác định điều kiện của Z_{ng} và Z_t để có sự phối hợp trở kháng trên cả hai cửa của M4C.



Hình 5-80



Hình 5-81

5.19 Cho bốn cực như hình 5-81:

a. Xác định các thông số y_{ij} của M4C.

b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha của hàm truyền đạt điện áp $T(j\omega)=\dfrac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có Z_t=2R.

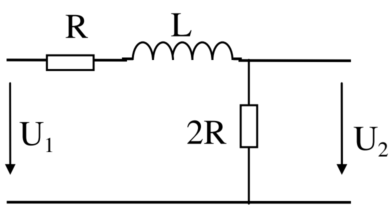
c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

5.20 Cho mạng bốn cực như hình 5-82:

a. Xác định các thông số a_{ij} của M4C.

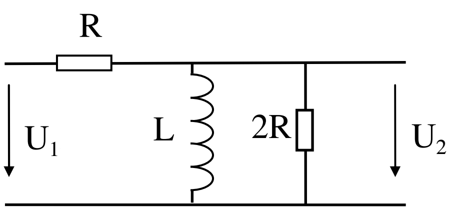
b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha của hàm truyền đạt điện áp $T(j\omega)=\dfrac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có Z_t=2R.

c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).



Hình 5-82

5.21 Cho bốn cực như hình 5-83:



Hình 5-83

a. Xác định các thông số y_{ij} của M4C.

b. Vẽ định tính đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha của hàm truyền đạt điện áp $T(j\omega) = \dfrac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}$ khi đầu ra M4C có Z_t=2R.

c. Nhận xét tính chất của mạch (đối với tần số).

5.22 Thiết kế mạch lọc thông dải loại k biết trở kháng đặc tính tại tần số trung tâm bằng 10kΩ, dải thông của mạch nằm trong khoảng (10 - 12)kHz.

5.23 Tính các phần tử của mạch lọc thông dải M với các số liệu: $Z_đ(\omega_0)$=600Ω, f_{c1}=10kHz, f_{c2}=12kHz, $f_{\infty1}$=9,5kHz, $f_{\infty2}$=12,8kHz.

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI

CHƯƠNG 1: CÁC KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN

1.1 Mô hình toán học của mạch điện trong miền thời gian có thể đặc trưng bởi:

b. Một hệ phương trình vi phân hoặc sai phân.

1.2 Hiệu quả khi chuyển một mạch điện analog từ miền thời gian sang miền tần số là:

d. sự thay thế hệ phương trình vi phân bằng một hệ phương trình đại số.

1.3 Trở kháng của phần tử thuần dung là :

b) $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -jX_C$

1.4 Trở kháng của phần tử thuần cảm là :

c) $Z_L = j\omega L = jX_L$

1.5 Dẫn nạp của phần tử thuần dung là :

b) $Y_C = j\omega C = jB_C$

1.6 Dẫn nạp của phần tử thuần cảm là :

d) $Y_L = \dfrac{1}{j\omega L} = -jB_L$

1.7 Trở kháng tương đương của đoạn mạch hình 1.45.

a. Z=1-j5 Ω

1.8 Trở kháng tương đương của đoạn mạch hình 1.46.

d. Y=5-j5 (S)

1.9 Sơ đồ tương đương của đoạn mạch có trở kháng Z= 2+j2 Ω là hình 1.47.b.

1.10 Sơ đồ tương đương của đoạn mạch có trở kháng Z =3-j2 Ω là hình 1.48.a.

1.11 Sơ đồ tương đương của đoạn mạch có dẫn nạp Y=2+j5 (S) là hình 1.49.b.

1.12 Sơ đồ tương đương của đoạn mạch có dẫn nạp Y=3-j5 (S) là hình 1.50.a.

1.13 Điều kiện phối hợp để công suất tác dụng trên tải đạt cực đại là:

d. Trở kháng tải bằng liên hợp của trở kháng nguồn ($Z_t = R_{ng} - jX_{ng}$).

1.14 Trong mạch điện RLC nối tiếp, nếu U_L lớn hơn U_C thì:

a. Mạch có tính cảm kháng.

1.15 Tại điểm cộng hưởng của mạch cộng hưởng RLC nối tiếp:

c. Mạch có tính thuần trở, dòng với áp là đồng pha.

1.16 Hệ số phẩm chất Q của mạch cộng hưởng RLC nối tiếp có thể tăng bằng cách:

b. Giảm R.

1.17 Trở kháng của mạch RLC song song tại tần số cộng hưởng là

b. Cực đại và thuần trở.

1.18 Mạch điện hình 1.51 có (nhiều nhất):

d. 3 nút, 5 nhánh

1.19 Trở kháng tương đương của mạch: $Z_{td} = 3 - 3j$

-Biên độ phức dòng điện trong mạch: $\vec{I}_m = \frac{1}{\sqrt{2}}.e^{j15^o}$

-Điện áp trên Z_1: $\vec{U}_{1m} = e^{-j30^o}$

-Điện áp trên Z_2: $\vec{U}_{2m} = 2e^{-j30^o}$

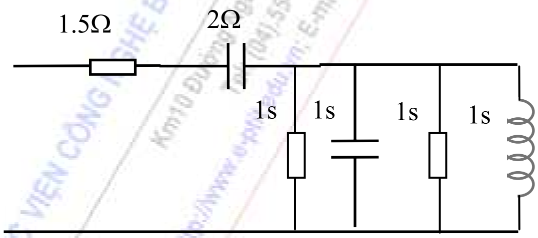
1.20 a.

$$u_1(t) = 6\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$$

$$i_1(t) = 3\sin(\omega t + 15^o)$$

$$i_2(t) = \frac{3}{2}\sqrt{2}\sin(\omega t + 60^o)$$

$$i_3(t) = \frac{3}{2}\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$$



Hình 6-1

b. Sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số có dạng như hình 6-1.

c. Công suất tác dụng:

P = U.I cosφ = 9W.

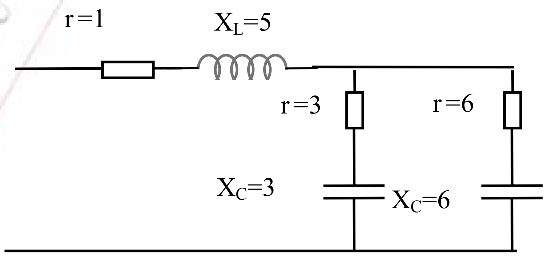
1.21 a.

$$u_1(t) = 6\sqrt{2}\sin(\omega t + 60^o)$$

$i_1(t) = 2.\sin(\omega t + 15^o)$

$i_2(t) = 4/3.\sin(\omega t + 15^o)$

$i_3(t) = 2/3.\sin(\omega t + 15^o)$



Hình 6-2

b. Sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số có dạng như hình 6-2, đơn vị là Ω.

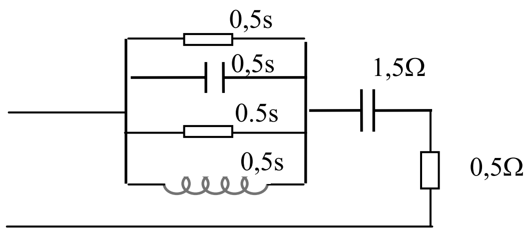
c. Công suất tác dụng:

P = U.I cosφ = 6W.

1.22 a.

$$u(t) = 2\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$$

$$i\ (t) = \frac{4}{3}\sin(\omega t + 15^o)$$



Hình 6-3

$$i_1(t) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$$

$$i_2(t) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\sin(\omega t + 60^o)$$

b. Sơ đồ tương đương chi tiết theo các tham số có dạng như hình 6-3.

c. Công suất tác dụng:

P = U.I cosφ = 4/3W.

CHƯƠNG II: CÁC PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2.1 Trong một mạch vòng khép kín, tổng đại số các sụt áp trên các nhánh:

d. bằng không.

2.2 Nếu điện áp nguồn cung cấp và sụt áp của hai phần tử đã biết, sụt áp của phần tử thứ ba:

c. có thể xác định được bằng cách áp dụng định luật Kirchhoff về điện áp.

2.3 Nếu tính toán của bạn cho thấy tổng đại số các sụt áp trong một mạch vòng là khác không thì:

d. tính toán của bạn chưa đúng

2.4 Cơ sở chính của phương pháp dòng điện vòng dựa vào :

c. Định luật Kirchhoff về điện áp

2.5 Nếu khi giải mạch điện thu được dòng trong một nhánh có giá trị âm thì:

a. Chiều ban đầu của nó là không đúng.

2.6 Khi phân tích một mạch điện có N_n nút và N_{nh} nhánh bằng phương pháp điện áp nút, thì số phương trình tạo ra là:

b. N_n-1 phương trình độc lập

2.7 Khi phân tích mạch điện tuyến tính áp dụng nguyên lý xếp chồng, thì:

b. Lần lượt chỉ giữ lại một nguồn, các nguồn còn lại cần được loại bỏ.

2.8 Cơ sở phân tích mạch bằng phương pháp nguồn tương đương dựa vào :

a. Định lý Thevenine- Norton

2.9 Trong mạch hình 2.25, điện áp rơi trên R2.

d. 10 Vdc

2.10 Phương trình không đúng đối với mạch điện hình 2.26:

d. $I_{R2} = I_1 + I_2$

2.11 Các biểu thức dòng điện vòng cho mạch:

$$I_{V1}(R_1 + R_3) - I_{V2}R_3 = E_1$$
$$-I_{V1}R_3 + I_{V2}(R_2 + R_3) = E_2$$

2.12

a. Hệ phương trình:

-Xét vòng 1: $I_{V1}(R_1+Z_{L1}+Z_C) - I_{V2}.Z_C = E_1$.

-Xét vòng 2: $-I_{V1}Z_C + I_{V2}(R_2+Z_{L2}+Z_C) = -E_2$.

b. Dòng trong các nhánh:

$I_{L1} = I_{V1}$.

$I_{L2} = I_{V2}$.

$I_C = I_{V1} - I_{V2}$

2.13 Dòng điện trên các nhánh theo phương pháp dòng điện vòng:

$$I_{R_1} = I_{V1} = 4A$$
$$I_{R_2} = I_{V2} = 3A$$
$$I_{R_3} = I_{V1} - I_{V2} = 1A$$

2.14 Các biểu thức dòng điện vòng:

$$I_{V1}\left(R_1 + jX_{L1} - jX_C\right) + I_{V2}\left(-jX_C - jX_M\right) = E_1$$
$$I_{V1}\left(-jX_C - jX_M\right) + I_{V2}\left(R_2 + jX_{L2} - jX_C\right) = E_2$$

2.15 Các phương trình vòng:

$$I_{V1}\left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}\right) + I_{V2}\frac{1}{j\omega C} = E_1$$
$$I_{V1}\frac{1}{j\omega C} + I_{V2}\left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}\right) = E_2$$

2.16 Dòng điện trong các nhánh bằng phương pháp điện áp nút

-PTrình điện áp nút:

$U_A(G_1+G_2+G_3) = I_{ng1}-I_{ng2}$

-Thay số tính được:

$U_A = -1V$.

-Vậy ta có:

$I_1=0,2A$.

$I_2=0,25A$.

$I_3=0,05A$.

2.17 Các phương trình nút:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C}\right)U_A - \frac{1}{-jX_C}U_B = \frac{E_1}{R_1}$$
$$-\frac{1}{-jX_C}U_A + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{-jX_C}\right)U_B = \frac{E_2}{R_2}$$

2.18: Các phương trình nút:

$$U_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+j\omega L_2}\right)-U_B\frac{1}{R_2+j\omega L_2}=-I_{ng1}$$

$$-U_A\frac{1}{R_2+j\omega L_2}+U_B\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2+j\omega L_2}+j\omega C\right)=\frac{E_{ng4}}{R_4}$$

2.19 $E_{tđ}$ và $R_{tđ}$ của nguồn tương đương:

$E_{tđ}$= 5V; $R_{tđ}$ = 5 Ohm.

2.20: Trở kháng tương đương của mạch Thevenine:

$R_{tđ}= R_1 // R_2 // R_3$

2.21 Tính dòng điện I_{R4} theo phương pháp nguồn tương đương:

Nếu tính theo thevenine khi đó:

$$\begin{cases} U_{hmAB}=\frac{36}{7}V \\ Z_{tdAB}=\frac{12}{7}\Omega \end{cases}$$

Vậy theo sơ đồ tương đương Thevenine ta có:

$$I_{R4}=\frac{U_{hmAB}}{Z_{tdAB}+R_4}=\frac{36}{7(\frac{12}{7}+2)}=\frac{18}{13}A$$

Kết quả tương tự nếu ta triển khai theo Norton.

2.22 Trở kháng tương đương $R_{tđ}$ của mạch Thevenine.

$R_{tđ}$= 1250 Ω

2.23 Tính dòng điện i_{R2} bằng nguyên lý xếp chồng:

Khi I_{ng1} tác động (E_{ng4} bị ngắn mạch): dòng điện trên R2 tính được là 2A (chiều từ A sang B).

Khi E_{ng4} tác động (I_{ng1} bị hở mạch): dòng điện trên R2 là 0,5A (chiều từ B sang A).

Tổng hợp: dòng điện trên R2 là 1,5A (chiều từ A sang B).

CHƯƠNG III: HIỆN TƯỢNG QUÁ ĐỘ TRONG CÁC MẠCH RLC

3.1. Khi mọi điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa trái mặt phẳng phức (không bao hàm trục ảo), đáp ứng f(t) sẽ:

a. hội tụ về 0 khi t→∞.

3.2. Khi mọi điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa trái mặt phẳng phức, cùng lắm nằm trên trục ảo, đáp ứng f(t) sẽ:

d. không tiến đến vô hạn khi t→∞.

3.3. Khi tồn tại điểm cực của hàm mạch F(p) nằm bên nửa phải mặt phẳng phức, đáp ứng f(t) sẽ:

d. tiến đến vô hạn khi $t \to \infty$.

3.4. Luật đóng ngắt của các phần tử quán tính được phát biểu :

b. Trong cuộn dây không có đột biến dòng điện, trong tụ điện không có đột biến điện áp, kể cả tại thời điểm đóng ngắt mạch.

3.5. Hàm gốc $U_C(t)$ nếu biết ảnh của nó:

b. $U_C(t) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}e^{-3t}$

3.6. Hàm gốc $i_L(t)$ nếu biết ảnh của nó là:

b. $i_L(t) = -2e^{-2t} + 3te^{-3t} + 2e^{-3t}$

3.7 Xác định $u_C(t)$:

-Điều kiện đầu:

$U_C(0) = 90V$.

-Ngắt khoá K, viết phương trình cho mạch:

$$(\frac{1}{R_1} + pC).U_C(p) = \frac{E(p)}{R_1} + C.U_C(0)$$

Kết quả tìm được:

$$U_C(p) = \frac{90p + 5.10^6}{p(p + 5.10^4)} = \frac{100}{p} - \frac{10}{p + 5.10^4}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t) = 100 - 10e^{-5.10^4 t}$$

3.8 Xác định $u_C(t)$?

-Điều kiện đầu:

$U_C(0) = 60V$.

-Đóng khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$U_C(p) = \frac{60p + 5.10^4}{p(p + \frac{10^4}{6})}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t) = 30 + 30e^{-\frac{10^4}{6}t}$$

3.9 Xác định $u_C(t)$:

-Điều kiện đầu:

$U_C(0) = 100V$.

-Đóng khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$U_C(p)=\frac{90}{p}+\frac{10}{p+\frac{10^6}{18}}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t)=90+10e^{-\frac{10^6}{18}t}$$

3.10 Xác định $u_C(t)$:

-Điều kiện đầu:

$U_C(0)$ =3V.

-Ngắt khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$U_C(p)=\frac{6}{p}-\frac{3}{p+\frac{10^4}{15}}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t)=6-3e^{-\frac{10^4}{15}t}$$

3.11 Xác định $u_C(t)$:

-Điều kiện đầu:

$U_C(0)$ =5V.

-Ngắt khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$U_C(p)=\frac{10}{p}-\frac{5}{p+\frac{10^7}{5}}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t)=10-5e^{-\frac{10^7}{5}t}$$

3.12 Xác định $i_L(t)$:

-Điều kiện đầu:

$I_L(0)$ =0,5A.

-Ngắt khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$I_L(p)=\frac{2/3}{p}-\frac{1/6}{p+10^4}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$I_L(t)=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}e^{-10^4t}$$

3.13 Xác định $i_L(t)$:

-Điều kiện đầu:

$I_L(0)$ =0,5A.

-Ngắt khoá K. Lập phương trình cho mạch. Kết quả tìm được:

$$I_L(p) = \frac{0,5}{p + 10^4}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$I_L(t) = \frac{1}{2} e^{-10^4 t}$$

3.14 Xác định $i_L(t)$:

-Điều kiện đầu:

$I_L(0)$ =1A.

-Ngắt khoá K. Sử dụng các phương đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$I_L(p) = \frac{3/4}{p} + \frac{1/4}{p + 10^4}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$I_L(t) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} e^{-10^4 t}$$

3.15 Xác định $i_L(t)$:

-Điều kiện đầu:

$I_L(0)$ =3A.

-Ngắt khoá K. Sử dụng các phương pháp đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$I_L(p) = \frac{1}{p} + \frac{2}{p + 10^4}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$I_L(t) = 1 + 2e^{-10^4 t}$$

3.16 Xác định $u_C(t)$:

-Điều kiện đầu:

$U_C(0)$ =20V.

-Đóng khoá K. Sử dụng phương pháp điện áp nút đã học để tìm ảnh của đáp ứng. Kết quả tìm được:

$$U_C(p) = \frac{20p + 15.10^5}{p(p + 10^5)} = \frac{15}{p} + \frac{5}{p + 10^5}$$

-Chuyển về miền thời gian:

$$U_C(t) = 15 + 5e^{-10^5 t}$$

3.17. Giả thiết hệ không có năng lượng ban đầu, tức $u_C(0^-)=0$:

$$U(p) = H(p).X(p) = \frac{1/C}{p + \frac{1}{CR}}.\frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$$

Biến đổi Laplace ngược ta được đáp ứng ra là:

$$u(t) = \frac{1}{C(\omega_0^2 + \frac{1}{R^2C^2})}\left[\omega_0 e^{-\frac{1}{RC}t} - \omega_0 \cos\omega_0 t + \frac{1}{RC}\sin\omega_0 t\right]$$

3.18

a. Xác định dòng điện i(t) sinh ra trong mạch và điện áp $U_C(t)$.

- Trong khoảng $0 \le t < \tau_x; (\tau_x = 0.8ms)$: Sử dụng phương pháp toán tử, các điều kiện đầu của mạch bằng 0:

$$U_C(t) \approx 10(1 - e^{-5.10^3 t}\cos 10^6 t)$$

$$i(t) \approx 0.02e^{-5.10^3 t}\sin 10^6 t$$

Tại thời điểm τ_x=0.8[ms]:

$$U_C(\tau_x) \approx 10[Vol]$$

$$i(\tau_x) \approx 0$$

- Trong khoảng $\tau_x \le t < T; \quad (T = 2ms)$: Có thể vận dụng nguyên lý xếp chồng, hoặc sử dụng phương pháp kinh điển:

$$U_C(t) \approx 10e^{-5.10^3(t-\tau_x)}\cos 10^6(t-\tau_x)$$

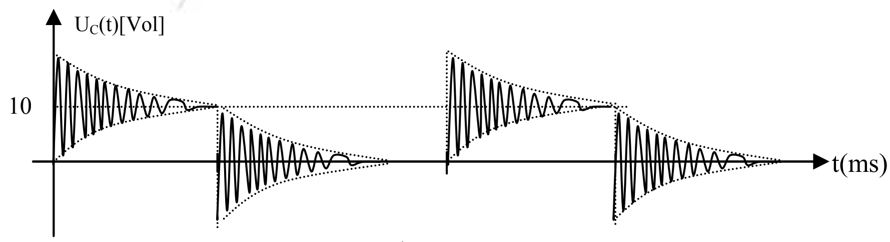
$$i(t) \approx -0.02e^{-5.10^3(t-\tau_x)}\sin 10^6(t-\tau_x)$$

Tại thời điểm T=2[ms]:

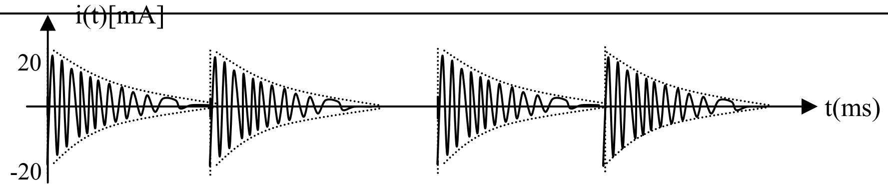
$$U_C(T) \approx 0$$

$$i(T) \approx 0$$

Kết luận: Bắt đầu từ chu kỳ thứ 2 của dãy xung tác động, phản ứng quá độ của mạch lặp lại một cách tuần hoàn. Định tính đồ thị của i(t) và $U_C(t)$ có dạng như hình 6-4:



Hình 6-4a



Hình 6-4b

b. Khi phẩm chất của mạch tăng lên 5 lần, lúc đó quá trình quá độ của mạch sẽ bị kéo dài hơn so với trường hợp đã xét ở trên. Điều này làm cho trong các khoảng tồn tại và trống của chu kỳ xung, hiện tượng xảy ra trong mạch chưa đạt đến xác lập, do đó đáp ứng của chu kỳ trước sẽ kéo dài chồng lên đáp ứng của chu kỳ sau, làm méo dạng tín hiệu một cách đáng kể.

3.19

a. Xác định dòng điện i(t) sinh ra trong mạch và điện áp $U_C(t)$.

- Trong khoảng $0 \le t < \tau_x \qquad (\tau_x = 2\pi ms)$:

$$i_L(t) \approx 0.5(1 - e^{-10^3 t})\sin 10^6 t$$

$$U_C(t) \approx 50(1 - e^{-10^3 t})\cos 10^6 t$$

Tại thời điểm τ_x=2π[ms]:

$$U_C(\tau_x) \approx 50[Vol]$$

$$i_L(\tau_x) \approx 0$$

- Trong khoảng $\tau_x \le t < T \qquad (T = 6\pi ms)$:

$$i_L(t) \approx 0.5e^{-10^3(t-\tau_x)}\sin 10^6(t - \tau_x)$$

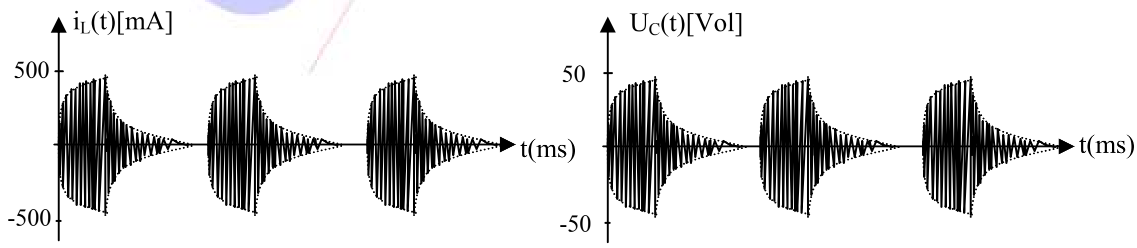
$$U_C(t) \approx 50e^{-10^3(t-\tau_x)}\cos 10^6(t - \tau_x)$$

Tại thời điểm T=6π[ms]:

$$U_C(T) \approx 0$$

$$i(T) \approx 0$$

Kết luận: Bắt đầu từ chu kỳ thứ 2 của dãy xung tác động, phản ứng quá độ của mạch lặp lại như chu kỳ trước đó. Định tính đồ thị của i(t) và $U_C(t)$ có dạng như hình 6-5:



Hình 6-5

b. Mạch bị lệch cộng hưởng:

+Trong giai đoạn $0 \le t < \tau_x$, biểu thức điện áp trong mạch có dạng:

$$U_C(t) \approx \frac{5.10^4}{\sqrt{\alpha^2 + \Delta\omega^2}}[\cos(10^6 t - arctg\frac{\Delta\omega}{\alpha}) - e^{-10^3 t}\cos(\omega_r t - acrtg\frac{\Delta\omega}{\alpha})]$$

Trong đó độ lệch cộng hưởng: $|\Delta\omega| = |\omega_0 - \omega_{ch}| = 10^3 [rad/s]$. Điện áp $U_C(t)$ là tổng hợp của hai vectơ điện áp thành phần có hai tần số khác nhau, vì vậy sẽ xảy ra hiện tượng phách. Tần số phách bằng 10^3 [rad/s]. Biên độ phách giảm dần và mạch sẽ chuyển dần sang giai đoạn xác lập. Ở giai đoạn này biên độ $U_C(t)$ chỉ bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$ biên độ cộng hưởng, nghĩa là tần số của nguồn tác động nằm tại biên dải thông của mạch dao động.

+ Trong giai đoạn $\tau_x \le t < T$, việc xét $U_C(t)$ giống như đã thực hiện ở trên.

CHƯƠNG IV: HÀM TRUYỀN ĐẠT VÀ ĐÁP ỨNG TẦN SỐ CỦA MẠCH

4.1 Mạch điện chỉ thực sự ổn định khi và chỉ khi:

a. mọi điểm cực nằm bên nửa trái mặt phẳng phức (không bao hàm trục ảo).

4.2 Hệ thống ổn định.

4.3 Hệ thống không ổn định.

4.4 Hệ thống ở biên giới ổn định.

4.5 Hệ thống không ổn định.

4.6 Đối với các mạch điện nhân quả và ổn định, ta luôn có thể tính toán trực tiếp đáp ứng tần số $H(j\omega)$ từ hàm truyền đạt H(p) bằng cách:

c. thay thế p = jω.

4.7 Đồ thị Bode của điểm cực có dạng thừa số tương ứng với dạng thừa số của điểm không thuộc nửa trái mặt phẳng phức được suy ra từ đồ thị của điểm không theo nguyên tắc:

a. Đồ thị Bode biên độ và pha đều được lấy đối xứng qua trục hoành

4.8 Hình vẽ 4.32b tương ứng với đồ thị pha của thành phần ứng với hệ số K<0.

4.9 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống:

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_h}}, \text{ trong đó } \omega_h = 10^3$$

4.10 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống:

$$H(p) = k.\frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_h}}, \text{ trong đó } \omega_h = 10^3 \text{ và } k = 10.$$

4.11 Xác định hàm truyền đạt của hệ thống:

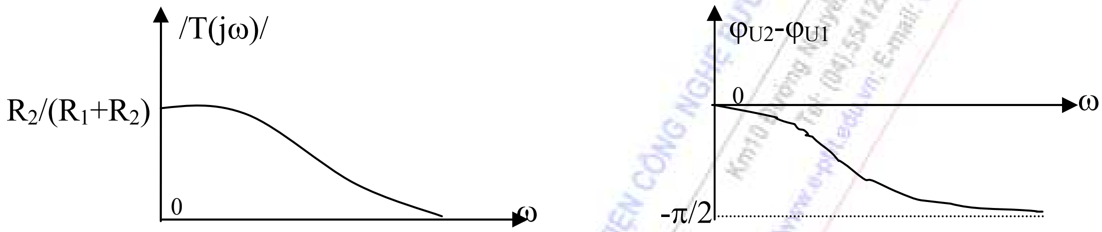
$$H(p)=\frac{1}{1+2\xi\frac{p}{\omega_i}+\frac{p^2}{\omega_i^2}},\quad \text{với } \omega_i=10^4 \quad \text{và} \quad 0<\xi<1$$

4.12 vẽ định tính trực tiếp (không dùng hệ trục tọa độ logarit) đặc tuyến hàm truyền đạt:

+ Thành phần biên độ: $|T(j\omega)|=\left|\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}\right|=\frac{R_2}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(R_1R_2C\omega)^2}}$

+ Thành phần pha: $\arg[T(j\omega)]=\varphi_{U2}-\varphi_{U1}=-arctg\frac{R_1R_2C\omega}{R_1+R_2}$

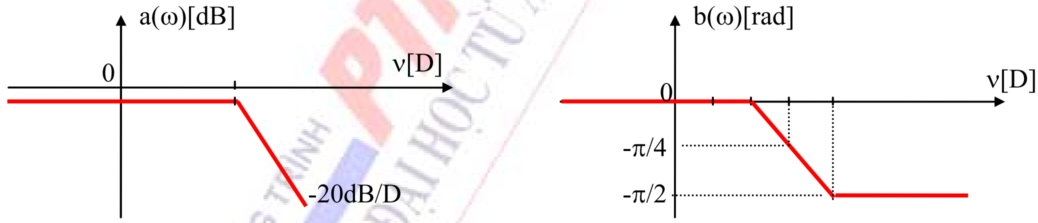
-Đặc tuyến tần số như hình 6-6:



Hình 6-6

4.13 Đồ thi Bode của hàm truyền đạt điện áp như hình 6-7:

$$H(p)=k.\frac{1}{1+\frac{p}{\omega_h}},\ \text{trong đó } \omega_h=\frac{2R}{L} \ \text{và}\ k=0{,}5.$$

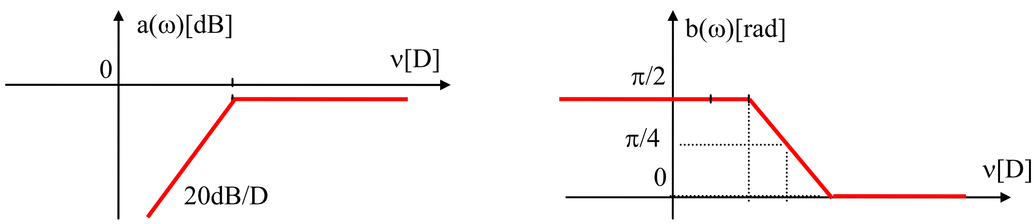


Hình 6-7

Nhận xét: Mạch lọc thông thấp.

4.14 Đồ thi Bode của hàm truyền đạt điện áp như hình 6-8.

$$H(p)=k.\frac{p}{1+\frac{p}{\omega_h}},\ \text{trong đó } \omega_h=\frac{R}{2L} \ \text{và}\ k=\frac{L}{R}$$



Hình 6-7

Nhận xét: Mạch lọc thông cao. Vùng tần số cao tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số thấp tín hiệu ra nhanh pha so với tín hiệu vào một góc π/2.

CHƯƠNG V: MẠNG BỐN CỰC VÀ ỨNG DỤNG

5.1 Mạng bốn cực có chứa diode là loại M4C:

c. Không tương hỗ

5.2 Mạng bốn cực có chứa transistor là loại M4C:

c. Không tương hỗ

5.3 Transistor là loại M4C:

d. Không tương hỗ, tích cực.

5.4 Một mạng bốn cực tuyến tính, bất biến, tương hỗ thỏa mãn:

d. Cả 3 phương án.

5.5 Với M4C được ghép từ n M4C đơn giản theo cách ghép nối tiếp- song song:

b. $\underline{\underline{H}} = \sum_{k=1}^{n} H_k$

5.6 Với M4C được ghép từ n M4C đơn giản theo cách ghép nối tiếp-nối tiếp:

c. $\underline{\underline{Z}} = \sum_{k=1}^{n} Z_k$

5.7 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động có thể khai triển thành sơ đồ tương đương:

a. Hình T

5.8 Mạng bốn cực tuyến tính, tương hỗ, thụ động và đối xứng có thể khai triển theo:

d. Cả ba phương án.

5.9 Với mạng bốn cực đối xứng và sơ đồ tương đương hình cầu:

c. Cả hai phương án trên đều đúng

5.10 Các trở kháng sóng của M4C có thể được tính theo công thức:

b. $$Z_{10} = \sqrt{Z_{v1ngm} * Z_{v1hm}}$$
$$Z_{20} = \sqrt{Z_{v2ngm} * Z_{v2hm}}$$

5.11 Trở kháng sóng của mạng bốn cực đối xứng có thể được tính theo mạch tương đương cầu:

c. $Z_0 = Z_{10} = Z_{20} = \sqrt{Z_I * Z_{II}}$

5.12 Khi đó:

d. tất cả đều đúng.

5.13 Khi tần số tín hiệu vào mạch lọc thông thấp tăng, điện áp lối ra sẽ:

a. Giảm

5.14 Để lọc lấy dải tần Audio (từ 0 kHz đến 20 kHz) và loại bỏ các tần số khác, phải sử dụng loại mạch lọc:

a. Thông thấp.

5.15 Về mặt kết cấu, mạch điện có hồi tiếp nối tiếp dòng điện phù hợp với kiểu ghép:

b. ghép nối tiếp-nối tiếp

5.16 Thông số hỗn hợp H_{ij} của mạng bốn cực

$$\left[H_{ij}\right]=\begin{bmatrix} R_1 & 1 \\ -1 & \dfrac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

5.17 Từ hệ phương trình hỗ cảm của mạch, so sánh với hệ phương trình trở kháng của M4C, rút ra:

$z_{11}=R_1+Z_{L1}$.

$z_{22}=R_2+Z_{L2}$.

$z_{12}=z_{21}=Z_M$.

-Sơ đồ tương đương hình T gồm ba trở kháng:

$Z_a = z_{11}-z_{12}$.

$Z_b = z_{22}-z_{12}$.

$Z_c = z_{12}=z_{21}$.

5.18 Điều kiện của Z_{ng} và Z_t để có sự phối hợp trở kháng trên cả hai cửa của M4C:

$$Z_{ng} = \sqrt{Z_1(Z_1+Z_2)}$$

$$Z_t = \sqrt{Z_1 Z_2^2/(Z_1+Z_2)}$$

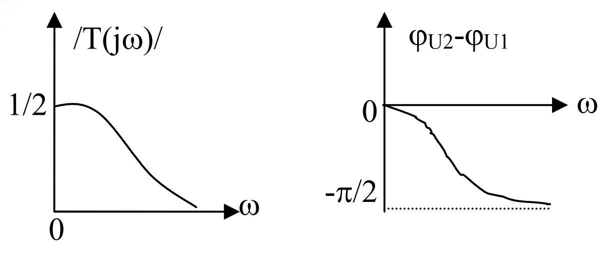
5.19

a. Ma trận thông số:

$$[Y]=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{R} & -\dfrac{1}{R} \\ -\dfrac{1}{R} & pC+\dfrac{3}{2R} \end{bmatrix}$$

b. Hàm truyền đạt điện áp:

$$T(j\omega)=\frac{1}{2+jRC\omega}$$



Hình 6-8

Đặc tuyến tần số như hình 6-8:

c. Nhận xét: Mạch lọc thông thấp. Vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc $\pi/2$.

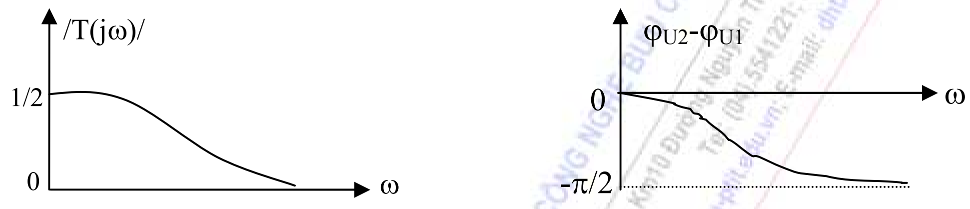
5.20

a. Ma trận thông số:

$$[A]=\begin{bmatrix} 1+(R+pL).\dfrac{1}{2R} & -(R+pL) \\ \dfrac{1}{2R} & -1 \end{bmatrix}$$

b. $$T(j\omega)=\frac{R}{2R+jL\omega}$$

Đặc tuyến tần số như hình 6-9:



Hình 6-9

c. Nhận xét: Mạch lọc thông thấp. Vùng tần số thấp tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số cao tín hiệu ra chậm pha so với tín hiệu vào một góc π/2.

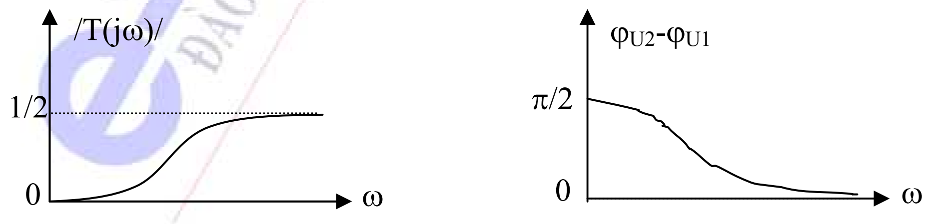
5.21

a. Ma trận thông số:

$$[Y]=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{R} & -\dfrac{1}{R} \\ -\dfrac{1}{R} & \dfrac{1}{pL}+\dfrac{3}{2R} \end{bmatrix}$$

b. $$T(j\omega)=\frac{j\omega L}{R+j2\omega L}$$

Đặc tuyến tần số như hình 6-10:



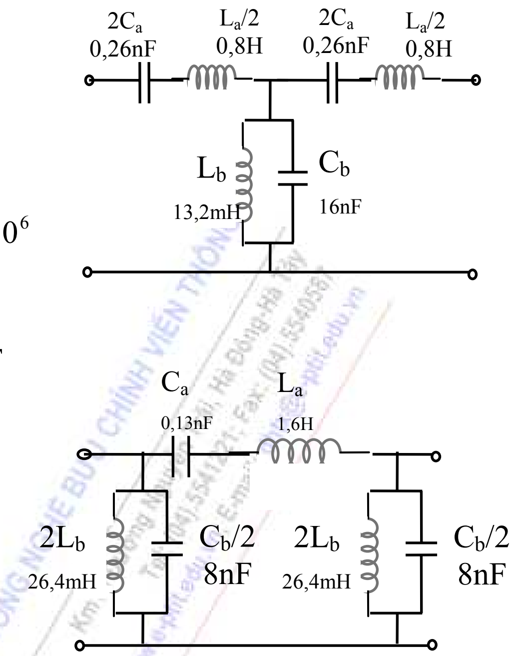
Hình 6-10

c. Nhận xét: Mạch lọc thông cao. Vùng tần số cao tín hiệu vào và ra đồng pha, ở vùng tần số thấp tín hiệu ra nhanh pha so với tín hiệu vào một góc π/2.

5.22

Ta có
$$\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{L_a C_b}} = \omega_{c2} - \omega_{c1} = 2\pi(12-10).10^3 \\ \sqrt{\dfrac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\dfrac{L_b}{C_a}} = Z_d(\omega_0) = 10.10^3 \\ \dfrac{1}{L_a C_a} = \dfrac{1}{L_b C_b} = \omega_0^2 = \omega_{c1}\omega_{c2} = 4\pi^2.10.12.10^6 \end{cases}$$

Rút ra
$$\begin{cases} C_b = \dfrac{2}{(\omega_{c2}-\omega_{c1}).Z_d(\omega_0)} = \dfrac{1}{\pi.2.10^7} = 16\text{nF} \\ L_a = \dfrac{2.Z_d(\omega_0)}{\omega_{c2}-\omega_{c1}} = \dfrac{2.10^4}{2\pi.2.10^3} = 1{,}6\text{H} \\ C_a = \dfrac{1}{L_a.\omega_{c1}.\omega_{c2}} = 0{,}13\text{nF} \\ L_b = \dfrac{1}{C_b\omega_{c1}\omega_{c2}} = 13{,}2\text{mH} \end{cases}$$



Hình 6-11

Các sơ đồ mắt lọc thông dải được vẽ ở hình 6-11.

5.23

-Ta tính các thông số xuất phát từ mạch lọc thông dải loại K:

$$\omega_0^2 = \omega_{c1}.\omega_{c2} = \frac{1}{L_a C_a} = \frac{1}{L_b C_b}$$

$$\omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2}{\sqrt{L_a C_b}}$$

$$\sqrt{\frac{L_a}{C_b}} = \sqrt{\frac{L_b}{C_a}} = Z_d(\omega_0) = R$$

Rút ra
$$L_a = \frac{2R}{\omega_{c2}-\omega_{c1}} = 96\text{mH} \qquad C_a = \frac{\omega_{c2}-\omega_{c1}}{2R\omega_{c1}\omega_{c2}} = 2\text{nF}$$

$$L_b = \frac{R(\omega_{c2}-\omega_{c1})}{2\omega_{c1}\omega_{c2}} = 0{,}79\text{mH} \qquad C_b = \frac{2}{R(\omega_{c2}-\omega_{c1})} = 0{,}26\mu\text{F}$$

-Tính mạch lọc thông dải loại M:

$$m = \sqrt{1-\left(\frac{f_{c2}-f_{c1}}{f_{\infty2}-f_{\infty1}}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{12-10}{12{,}8-9{,}5}\right)^2} = 0{,}76$$

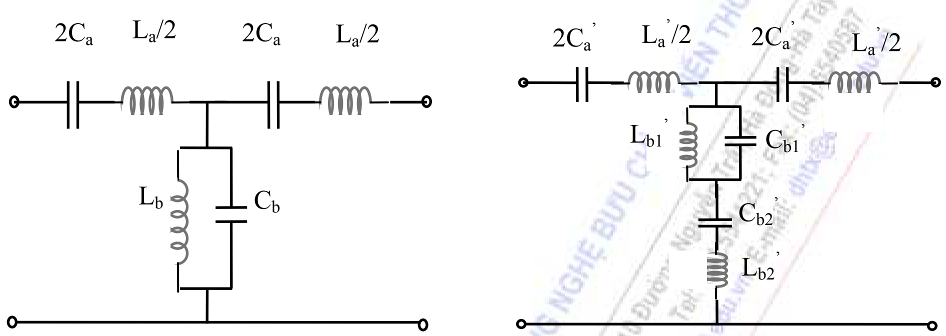
Nếu dùng cách chuyển nối tiếp ta có:

$$L'_a = mL_a = 73\text{mH} \qquad C'_a = \frac{C_a}{m} = 2{,}6\text{nF}$$

$$L'_{b1} = \frac{L_b}{m} = 1mH \qquad C'_{b1} = mC_b = 0{,}2\mu F$$

$$L'_{b2} = \frac{1-m^2}{4m} L_a = 13{,}3mH \qquad C'_{b2} = \frac{4m}{1-m^2} C_a = 14nF$$

Hình 6-12 minh họa mắt lọc thông dải loại M theo cách chuyển nối tiếp từ khâu lọc thông dải loại K.



Hình 6-12

PHỤ LỤC 1

MẠCH ĐIỆN ĐỐI NGẪU

-Các yếu tố đối ngẫu:

Hai phần tử Z_a và Z_b được gọi là đối ngẫu nếu:

$$Z_a.Z_b = k^2 \qquad \text{(với k là một hằng số)} \qquad (7\text{-}1)$$

Từ đó suy ra các thông số sau đây tạo nên tính đối ngẫu:

$$\begin{cases} L \leftrightarrow C \\ r \leftrightarrow g \end{cases} \qquad \begin{matrix} E_{ng} \leftrightarrow I_{ng} \\ u \leftrightarrow i \end{matrix} \qquad Z \leftrightarrow Y$$

Đồng thời các yếu tố hình học sau đây cũng tạo nên tính đối ngẫu:

Nút $\leftrightarrow$ Vòng

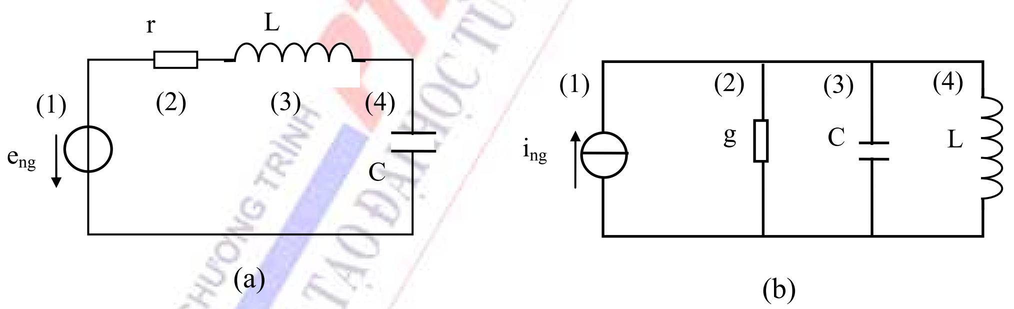
Nối tiếp $\leftrightarrow$ Song song

-Mạch điện đối ngẫu:

+ Hai mạch được gọi là đối ngẫu nếu chúng thỏa mãn hai điều kiện sau đây:

1. Phương trình theo định luật Kirchhoff I ở các nút của mạch này cũng chính là phương trình theo định luật Kirchhoff II ở các vòng của mạch kia sau khi đã thay điện áp nút bằng dòng điện vòng.
2. Quan hệ giữa dòng điện nhánh và điện áp trên nhánh của mạch này sau khi đổi lẫn chúng cho nhau sẽ cho quan hệ giữa điện áp trên nhánh với dòng điện nhánh của mạch kia.

+ Sau đây là thí dụ cụ thể về sự đối ngẫu của hai mạch điện hình 7-1:



Hình 7-1: Mạch RLC nối tiếp và mạch đối ngẫu của nó

Viết phương trình đặc trưng cho từng mạch:

$$e_{ng} = r.i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt \qquad (a)$$

$$I_{ng} = g.u + C\frac{du}{dt} + \frac{1}{L}\int udt \qquad (b)$$

Rõ ràng phương trình (b) là phương trình đối ngẫu của (a) và ngược lại.

-Nhận xét: Bằng sự thay thế các yếu tố đối ngẫu, ta có thể chuyển đổi từ hệ phương trình dòng điện vòng sang hệ phương trình điện áp nút, từ mạch mắc nối tiếp sang mạch mắc song song. Tính chất này cho phép suy ra kết quả phân tích của một mạch từ mạch đối ngẫu của nó.

PHỤ LỤC 2

CÁC THÔNG SỐ CỦA MẠCH DAO ĐỘNG ĐƠN Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

a. Với mạch dao động đơn nối tiếp:

Khi mạch đã chuyển sang chế độ xác lập, ta hãy xét các thông số và quan hệ trong mạch dưới dạng phức (bạn có thể xem lại thí dụ đã nêu trong chương I và chương III):

+ Trở kháng của mạch:

$$Z = r + j\underbrace{(\omega_o L - \frac{1}{\omega_o C})}_{X} = r(1 + j\frac{X}{r}) = r(1 + j\xi)$$

$$\text{trong đó} \quad \begin{cases} X = \omega_o L - \dfrac{1}{\omega_o C} \\ \xi = \dfrac{X}{r} \end{cases} \tag{7-2}$$

$$X=0 \text{ khi } \omega_o L = \frac{1}{\omega_o C} \qquad \Rightarrow \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_{ch}$$

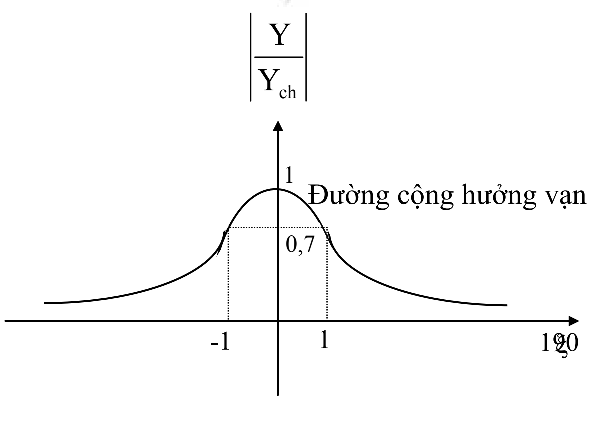
và $X \neq 0$ khi lệch cộng hưởng. Vì vậy ξ gọi là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

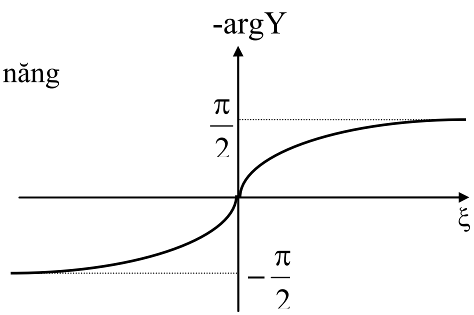
$$\begin{cases} |Z| = r\sqrt{1+\xi^2} \\ \arg Z = \text{arctg}\xi \end{cases} \tag{7-3}$$

+ Điện trở đặc tính: $\rho = X_{Lch} = |X_{Cch}| = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ (7-4)

+ Dẫn nạp của mạch: $Y = G + jB = \dfrac{1}{Z} = \dfrac{1}{r(1+j\xi)}$ (7-5)

$$\begin{cases} |Y| = \dfrac{1}{|Z|} = \dfrac{1}{r\sqrt{1+\xi^2}} \\ \arg Y = -\arg Z = -\text{arctg}\xi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{Y}{Y_{ch}} = \dfrac{1}{1+j\xi} \\ \text{với } Y_{ch} = \dfrac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left|\dfrac{Y}{Y_{ch}}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} \\ \arg(\dfrac{Y}{Y_{ch}}) = -\text{arctg}\xi \end{cases} \tag{7-6}$$





Ta có thể vẽ đồ thị biểu diễn các biểu thức (7-6) ở hình 7-2.

+ Dải thông ($2\xi_d$): Ngoài khái niệm dải thông ($2\Delta\omega_d$) đã nêu ở chương I, ta còn có cách định nghĩa khác: dải thông ($2\xi_d$) là dải tần số mà ở đó $\left|\frac{Y}{Y_{ch}}\right| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$, nghĩa là:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi_d^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \Rightarrow \qquad \xi_d = \pm 1 \tag{7-7}$$

+ Độ lệch cộng hưởng tương đối (ν): Ngoài khái niệm độ lệch cộng hưởng tuyệt đối ($\Delta\omega$) và độ lệch cộng hưởng tổng quát (ξ), ta còn có độ lệch cộng hưởng tương đối:

$$\nu = \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} - \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} \approx \frac{2.\Delta\omega}{\omega_{ch}} \tag{7-8}$$

+ Phẩm chất của mạch (Q): là tỉ số giữa công suất phản kháng luân chuyển giữa L và C với công suất tiêu hao trên mạch tại tần số cộng hưởng:

$$Q = \frac{P_x}{P_T} = \frac{|X_c(\omega_{ch})|}{r} = \frac{|X_L(\omega_{ch})|}{r} = \frac{1}{\omega_{ch}Cr} = \frac{\omega_{ch}L}{r} = \frac{1}{r}.\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{7-9}$$

Ta có thể suy ra các mối quan hệ:

$$\xi = Q\nu \approx Q.\frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}} \tag{7-10}$$

$$2\Delta\omega_d = \frac{r}{L} = \frac{\omega_{ch}}{Q} \tag{7-11}$$

Từ (7-11) ta thấy khi phẩm chất của mạch càng cao thì dải thông càng giảm, nghĩa là độ chọn lọc tần số tăng lên.

+ Dòng điện trong mạch:

$$\vec{I} = \frac{\vec{E}}{Z} = \frac{\vec{E}}{|Z|.e^{j.\arg Z}} = \frac{\vec{E}}{r\sqrt{1+\xi^2}}.e^{-j\mathrm{arctg}\xi} \tag{7-12}$$

+ Điện áp trên r:

$$\vec{U}_r = \vec{I}.r = \frac{\vec{E}}{\sqrt{1+\xi^2}}.e^{-j\mathrm{arctg}\xi} \tag{7-13}$$

+ Điện áp trên C:

$$\vec{U}_c = \vec{I}\frac{1}{j\omega_o C} = \frac{\vec{E}}{r\sqrt{1+\xi^2}}.\frac{1}{\omega_o C}.e^{-j(\mathrm{arctg}\xi+\frac{\pi}{2})}$$ nhân cả tử và mẫu với ω_{ch}

$$\vec{U}_c = \frac{Q.\vec{E}}{\sqrt{1+\xi^2}}.\frac{\omega_{ch}}{\omega_o}.e^{-j(\mathrm{arctg}\xi+\frac{\pi}{2})} \quad (7\text{-}14)$$

+ Điện áp trên L:

$$\vec{U}_L = \vec{I}.j\omega_o L = \frac{\vec{E}\omega_o L}{r\sqrt{1+\xi^2}}.e^{-j(\mathrm{arctg}\xi-\frac{\pi}{2})} = \frac{Q.\vec{E}}{\sqrt{1+\xi^2}}.\frac{\omega_o}{\omega_{ch}}.e^{-j(\mathrm{arctg}\xi-\frac{\pi}{2})} \quad (7\text{-}15)$$

-Chú ý: tại $\omega_o=\omega_{ch}$, thì độ lệch cộng hưởng tổng quát $\xi=0$, khi đó:

$\vec{I} = \frac{\vec{E}}{r}$ dòng điện trong mạch đạt giá trị max và cùng pha với E. (7-16)

$\vec{U}_r = \vec{E}$ điện áp trên r bằng E (cả về biên độ và pha). (7-17)

$\vec{U}_c = Q\vec{E}.e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jQ\vec{E}$ điện áp trên C chậm pha π/2 so với E. (7-18)

$\vec{U}_L = Q\vec{E}.e^{j\frac{\pi}{2}} = jQ\vec{E}$ điện áp trên L nhanh pha π/2 so với E. (7-19)

Do tại tần số cộng hưởng thì điện áp trên C và trên L đều gấp Q lần sức điện động E (chỉ khác nhau về pha) nên người ta gọi cộng hưởng ở mạch dao động đơn nối tiếp là cộng hưởng điện áp.

b. Với mạch dao động đơn song song

Mạch dao động đơn song song là mạch đối ngẫu của mạch dao động đơn nối tiếp. do đó ta có thể áp dụng tính chất đối ngẫu để suy ra kết quả. Sau đây là các hàm đặc trưng của nó (ở chế độ xác lập):

+ Tần số cộng hưởng: $\omega_{ch} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (7-20)

+ Dẫn nạp: $Y = g + j(\omega_o C - \frac{1}{\omega_o L}) = g(1 + j\frac{B}{g}) = g(1 + j\xi)$ (7-21)

với $B = \omega_o C - \frac{1}{\omega_o L}$ (7-22)

+ Độ lệch cộng hưởng tổng quát: $\xi = \frac{B}{g} = Q\nu = Q\frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}}$ (7-23)

+ Trở kháng: $\begin{cases} Z = r + jX = \frac{1}{Y} = \frac{1}{g(1+j\xi)} \\ |Z| = \frac{1}{|Y|} = \frac{1}{g\sqrt{1+\xi^2}} \end{cases}$ & $\arg Z = -\arg Y = -\mathrm{arctg}\xi$ (7-24)

+ Phương trình đường cộng hưởng vạn năng:

$$\begin{cases} \left|\dfrac{Z}{Z_{ch}}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} & (\text{với } Z_{ch} = r) \\ \arg\left(\dfrac{Z}{Z_{ch}}\right) = -\text{arctg}\xi \end{cases} \quad (7\text{-}25)$$

+ Điện dẫn đặc tính: $$\sigma = \sqrt{\frac{C}{L}} = \omega_{ch}C = \frac{1}{\omega_{ch}L} = \frac{1}{\rho} \quad (7\text{-}26)$$

+ Độ lệch cộng hưởng tương đối: $$\nu = \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} - \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_{ch}} \quad (7\text{-}27)$$

+ Phẩm chất tại f_{ch}: $$Q = \frac{\sigma}{g} = r\omega_{ch}C = \frac{r}{\omega_{ch}L} = r\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (7\text{-}28)$$

+ Dải thông: $$\begin{cases} 2\Delta\omega_d = \dfrac{g}{C} = \dfrac{\omega_{ch}}{Q} \\ \xi_d = \pm 1 \end{cases} \quad (7\text{-}29)$$

+ Điện áp trên mạch: $$\vec{u} = \frac{\vec{I}_{ng}}{Y} = \frac{\vec{I}_{ng}.r}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{-j\text{arctg}\xi} \quad (7\text{-}30)$$

+ Dòng điện trên điện dẫn: $$\vec{I}_g = \vec{u}g = \frac{\vec{I}_{ng}}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{-j\text{arctg}\xi} \quad (7\text{-}31)$$

+ Dòng điện trên C: $$\vec{I}_c = \frac{Q\vec{I}_{ng}}{\sqrt{1+\xi^2}} \frac{\omega_o}{\omega_{ch}} e^{-j(\text{arctg}\xi - \frac{\pi}{2})} \quad (7\text{-}32)$$

+ Dòng điện trên L: $$\vec{I}_L = \frac{Q\vec{I}_{ng}}{\sqrt{1+\xi^2}} \frac{\omega_{ch}}{\omega_o} e^{-j(\text{arctg}\xi + \frac{\pi}{2})} \quad (7\text{-}33)$$

+ Tại $\omega_o = \omega_{ch}$:

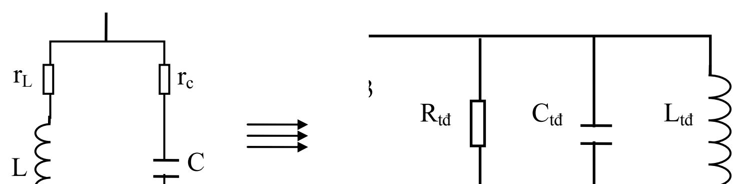
$$\vec{U} = \frac{\vec{I}_{ng}}{g} \quad \text{điện áp đạt max, cùng pha với } I_{ng} \quad (7\text{-}34)$$

$$\vec{I}_g = \vec{I}_{ng}; \qquad \vec{I}_L = -jQ\vec{I}_{ng}; \qquad \vec{I}_c = jQ\vec{I}_{ng} \quad (7\text{-}35)$$

Do tại tần số cộng hưởng thì dòng điện trên C và trên L đều gấp Q lần dòng điện nguồn (chỉ khác nhau về pha) nên người ta gọi cộng hưởng ở mạch dao động đơn song song là cộng hưởng dòng điện.

c. Điện trở tương đương cuả mạch dao động đơn song song

Trên ta đã xét tới mạch dao động đơn song song lý tưởng gồm ba phần tử r,L,C. Trong thực tế thường gặp dạng mạch mô tả như hình 7-3a, như vậy không thể áp dụng các công thức đã nêu trên một cách máy móc được mà trước hết phải chuyển tương đương về dạng lý tưởng như hình 7-3b.



Đối với mạch 7-3b: $$Y_b = \frac{1}{R_{td}} + j(\omega_o C_{td} - \frac{1}{\omega_o L_{td}}) \qquad (1)$$

Đối với mạch 7-3a: $$Y_a = \frac{1}{r_L + j\omega_o L} + \frac{1}{r_c + \frac{1}{j\omega_o C}}$$

với điều kiện $\begin{cases} r_L << \omega_o L \\ r_c << \dfrac{1}{\omega_o C} \end{cases}$ ta sẽ có:

$$Y_a \approx \frac{r_L + r_c}{\frac{L}{C}} + j(\frac{\omega_o L}{\frac{L}{C}} - \frac{1}{\omega_o C \frac{L}{C}}) = \frac{rC}{L} + j(\omega_o C - \frac{1}{\omega_o L}) \qquad (2)$$

Hai mạch trên tương đương nhau khi $Y_a \equiv Y_b$, từ (1) và (2) ta suy ra:

$$\begin{cases} L_{td} = L \\ C_{td} = C \\ R_{td} = \dfrac{L}{rC} = \dfrac{\rho^2}{r} = Q\rho = Q^2 r \end{cases} \quad \text{(trong đó } \quad r = r_L + r_c \text{)} \qquad (7\text{-}36)$$

R_{td} là điện trở tương đương của mạch cộng hưởng hình 7-3a.

Để nghiên cứu mô hình các mạch dao động khác (như mạch ba điểm điện cảm, mạch ba điểm điện dung...) học sinh có thể tham khảo trong các tài liệu.

Thí dụ: Một nguồn sức điện động điều hoà, biên độ 1V đặt lên mạch dao động đơn nối tiếp có r = 20Ω, điện dung C = 60pF, tần số cộng hưởng f_{ch} = 3MHz. Giả thiết mạch có độ lệch cộng hưởng $\Delta f = f_0 - f_{ch}$ = 6kHz. Khi đó:

-Phẩm chất của mạch:

$$Q = \frac{1}{\omega_{ch}.C.r} = \frac{1}{2\pi f_{ch} C.r} = \frac{1}{2\pi.3.10^6.60.10^{-12}.20} = 44{,}25$$

-Độ lệch cộng hưởng tổng quát:

$$\xi = \frac{Q.2\Delta f}{f_{ch}} = \frac{44{,}25.2.6.10^3}{3.10^6} = 0{,}177$$

-Biên độ dòng điện trong mạch:

$$I_m = \frac{E}{r.\sqrt{1+\xi^2}} = \frac{1}{20\sqrt{1+(0,177)^2}} = 49mA$$

-Điện kháng của mạch:

$$X = \xi.r = 0,177.20 = 3,54\,\Omega$$

-Biên độ điện áp ra trên tụ:

$$U_C = \frac{Q.E}{\sqrt{1+\xi^2}}.\frac{\omega_{ch}}{\omega_0} = \frac{44,25}{\sqrt{1+(0,177)^2}} = 43V$$

-Các độ lệch pha:

$$\varphi_{e-i} = \arg Z = \text{arctg}\xi = \text{arctg}0,177 = 10^0$$

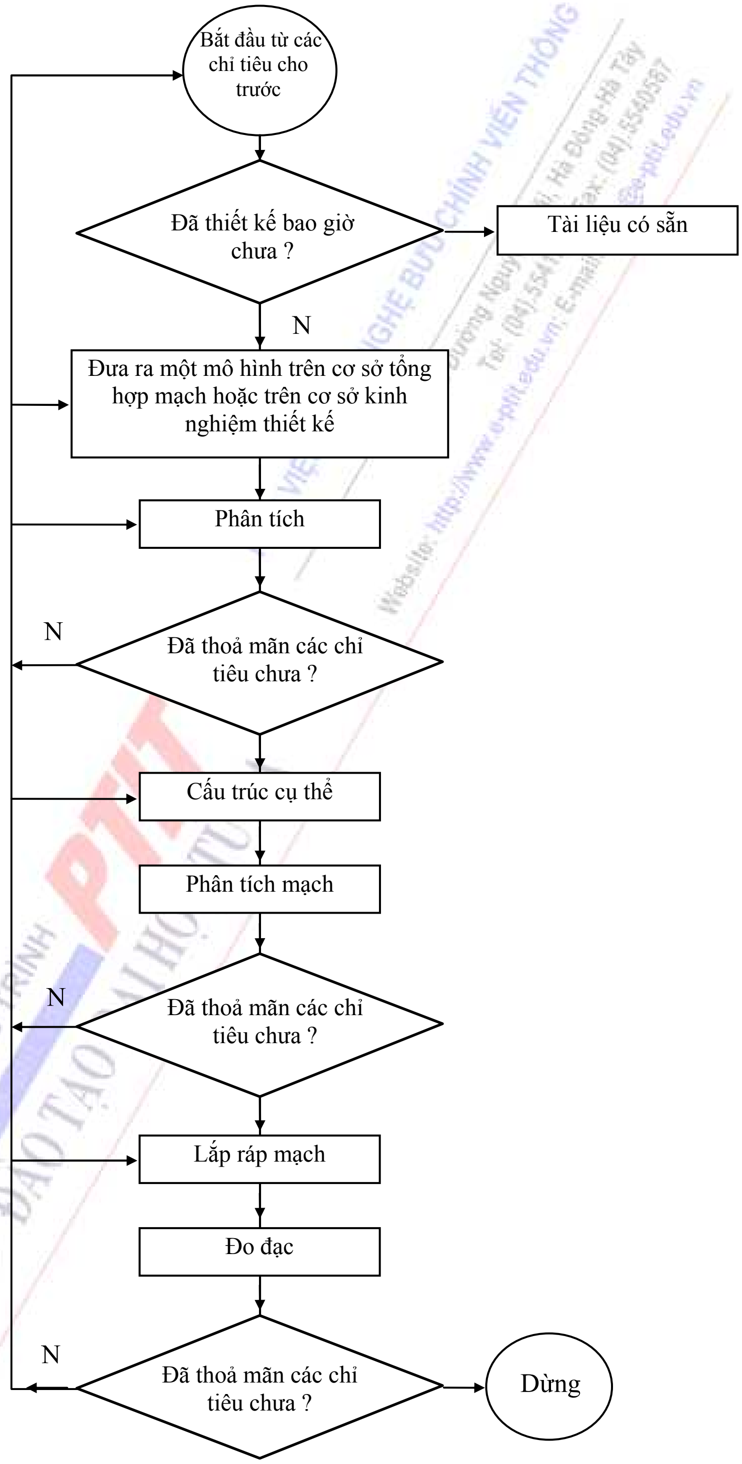
$$\varphi_{e-U_C} = \text{arctg}\xi + \frac{\pi}{2} = 10^0 + 90^0 = 100^0$$

Dòng điện trong mạch chậm pha so với sức điện động nên mạch mang tính chất điện cảm (điện kháng X=3,54Ω > 0).

PHỤ LỤC 3

VẤN ĐỀ TỔNG HỢP MẠCH TUYẾN TÍNH

Lưu đồ hình 7-4 mô tả các bước tổng quát trong toàn bộ quá trình thiết kế mạch.



Hình 7-4: Quá trình thiết kế mạch

Như vậy, phân tích và tổng hợp mạch là hai quá trình không thể tách rời trong thiết kế mạch điện tử.

a. Tính chất của bài toán tổng hợp mạch

- Khác với kết quả duy nhất của bài toán phân tích mạch, đối với bài toán tổng hợp mạch có thể tìm ra nhiều sơ đồ thoả mãn yêu cầu đặt ra.

- Các quá trình truyền đạt trong mạch tuyến tính thường bị phụ thuộc vào tính chất tần số của mạch, do đó bài toán tổng hợp thường quy về việc tìm các thông số của mạch theo đặc tuyến tần số đã cho.

- Bài toán tổng hợp mạch thường tuần tự giải quyết ba vấn đề, bao gồm:

1. Vấn đề xấp xỉ: cần phải tìm hàm mạch gần đúng F(p) vừa thỏa mãn các chỉ tiêu cho trước, vừa thỏa mãn các điều kiện là hàm cho phép. Hàm cho phép là hàm mạch thỏa mãn một số điều kiện cần và đủ để có thể thực hiện được với các phần tử mạch yêu cầu.
2. Vấn đề thực hiện mạch theo hàm mạch cho phép: đó là công việc thiết lập sơ đồ mạch điện theo hàm F(p) và xác định giá trị của các phần tử.
3. Vấn đề chọn sơ đồ tối ưu: Việc chọn mạch thường dựa trên các quan điểm tối ưu về công nghệ, sử dụng, độ nhạy và dung sai.

Trong các vấn đề nêu trên, vấn đề thực hiện mạch theo hàm mạch cho phép chỉ là sự thực hiện một cách máy móc theo các phương pháp biết trước, còn xấp xỉ là vấn đề khó khăn hơn cả. Do các đặc tuyến của trở kháng, dẫn nạp hoặc các hàm truyền đạt được cho dưới dạng graph, đồ thị... còn hàm cho phép được viết dưới dạng phân thức hữu tỉ, nên bài toán xấp xỉ sẽ tìm ra được các hàm cho phép gần đúng với các tiêu chuẩn cho trước để thực hiện được dưới dạng mạch một cửa hoặc hai cửa.

- Điểm cực và điểm không đặc trưng cho hàm mạch: Ta đã biết các phương pháp để biểu diễn các hàm đặc trưng của mạch điện, bao gồm f(t) trong miền thời gian với công cụ chính là phương trình vi phân, F(ω) trong miền tần số với công cụ chủ yếu là cặp biến đổi Fourier, và F(p) Trong miền tần số phức sử dụng công cụ là cặp biến đổi Laplace. Trong đó việc biểu diễn ở miền tần số phức p là dễ dàng nhất cho các quá trình tính toán và thiết kế mạch điện, hơn nữa từ miền tần số phức này ta hoàn toàn có thể chuyển một cách đơn giản sang các miền khác bằng biến đổi Laplace ngược hay bằng sự thay thế p=jω. Do đó người ta thường chọn cách đặc trưng cho mạch điện bằng hàm mạch F(p). Hàm này có thể là trở kháng hoặc dẫn nạp nếu là mạch hai cực, có thể là hàm truyền đạt giữa đại lượng đầu ra và đại lượng đầu vào nếu là mạch bốn cực. Một cách tổng quát F(p) là một phân thức hữu tỉ và có thể biểu diễn dưới nhiều dạng khác nhau theo các điểm cực và điểm không:

$$F(p)=\frac{\sum_{r=0}^{n} a_r p^r}{\sum_{q=0}^{m} b_q p^q}=K_1\frac{\prod_{i=1}^{n}(p-p_i)}{\prod_{j=1}^{m}(p-p_j)}=K_2\frac{\prod_{i=1}^{n}(1-\frac{p}{p_i})}{\prod_{j=1}^{m}(1-\frac{p}{p_j})} \qquad (7\text{-}37)$$

Trong đó điểm không của hàm mạch là các điểm p_i mà tại đó tử số bằng không và $F(p_i)=0$. Điểm cực của hàm mạch là các điểm p_j làm cho mẫu số bằng không và tại đó $F(p_j)=\infty$. Các điểm cực và điểm không được hoàn toàn xác định đối với mỗi hàm mạch, cho nên chúng đặc trưng cho mạch điện. Dựa vào chúng có thể vẽ được đặc tuyến tần số của F(p) và đặc tuyến tần số của mạch điện.

b. Vấn đề xấp xỉ trong tổng hợp mạch

Xấp xỉ vật lý là sự lựa chọn mô hình toán học cho một hiện tượng vật lý. Nếu sự xấp xỉ này là hợp lý thì mô hình toán học mô tả đúng hiện tượng. Nói chung không có biểu thức chính xác đánh giá sai số của sự xấp xỉ vật lý. Cần phân biệt giữa xấp xỉ vật lý và xấp xỉ toán học. Xấp xỉ toán học là sự thực hiện gần đúng các quá trình tính toán trong toán học, sai số của nó nói chung có thể đánh giá được. Để thực hiện xấp xỉ toán học, người ta thường dùng chuỗi Taylor và chuỗi Fourier.

Vấn đề xấp xỉ trong tổng hợp mạch, khác với xấp xỉ toán học, xuất phát từ các chỉ tiêu cho trước dưới dạng đồ thị trong miền thời gian hoặc trong miền tần số, công việc đầu tiên phải tiến hành là xấp xỉ bằng các hàm mạch cho phép. Nếu hàm xấp xỉ gần đúng các chỉ tiêu (với sai số ε yêu cầu) mà thoả mãn là một hàm mạch cho phép F(p) thì mạch điện thuộc hàm F(p) đó có thể thực hiện được. Nếu xấp xỉ không có phương pháp thì sẽ dẫn đến kết quả là một mạch điện không đạt các chỉ tiêu đề ra. Do đó vấn đề xấp xỉ là một vấn đề quan trọng nhất nhưng cũng khó khăn nhất.

Các phương pháp xấp xỉ có thể chia làm hai nhóm: Xấp xỉ theo cách thử và xấp xỉ bằng con đường trực tiếp.

**Nhóm xấp xỉ theo cách thử,* thường có các phương pháp sau đây:

1. Thiết kế trên cơ sở phân tích: Trong trường hợp này mạch nguyên lý xấp xỉ các chỉ tiêu cho trước đã được biết do kinh nghiệm. Tiến hành phân tích để tìm ra mối liên hệ giữa các phần tử mạch và các chỉ tiêu cho trước. Từ đó xác định được hàm mạch và mạch điện cụ thể.
2. Xấp xỉ bằng đồ thị Bode.
3. Xấp xỉ nội suy.

**Nhóm xấp xỉ theo con đường trực tiếp:* Việc xấp xỉ hàm mạch cho trước $|F(j\omega)|$ bằng hàm mạch F(p) có thể theo phương pháp trực tiếp, thí dụ như:

1. Xấp xỉ với độ bằng phẳng cực đại (còn gọi là xấp xỉ Butterworth).
2. Xấp xỉ đều (xấp xỉ Chebyshev).
3. Xấp xỉ êliptic (Cauer)
4. Xấp xỉ Chebyshev ngược...

Tuỳ theo tính chất của từng loại mạch cần phải tổng hợp mà các phương pháp này sẽ cho các biểu thức tính toán khác nhau.

c. Vấn đề thực hiện hàm mạch:

Sau khi giải xong bài toán xấp xỉ, chúng ta nhận được hàm F(p) một mặt thoả mãn các chỉ tiêu cho trước, mặt khác thoả mãn điều kiện hàm cho phép. Bước tiếp theo sẽ là thực hiện hàm mạch đã tìm được, tức là xác định cấu trúc và giá trị các phần tử trong cấu trúc đó.

-Với hai cực thụ động RLC, hàm mạch thường được biểu diễn qua trở kháng Z(p). Việc thực hiện các hàm mạch này có thể sử dụng các phương pháp FOSTER, CAUER hoặc BRUNE.

- Với bốn cực thụ động, hàm mạch thường được biểu diễn qua các thông số z_{ij} và y_{ij}. Người ta thường dùng phương pháp Cauer hoặc phương pháp khử điểm cực và đẩy điểm không để thực

hiện bốn cực LC và RC. Nhìn chung mỗi một phương pháp tổng hợp có một ưu thế nhất định, tuỳ theo tính chất của hàm mạch mà áp dụng sao cho phù hợp nhất.

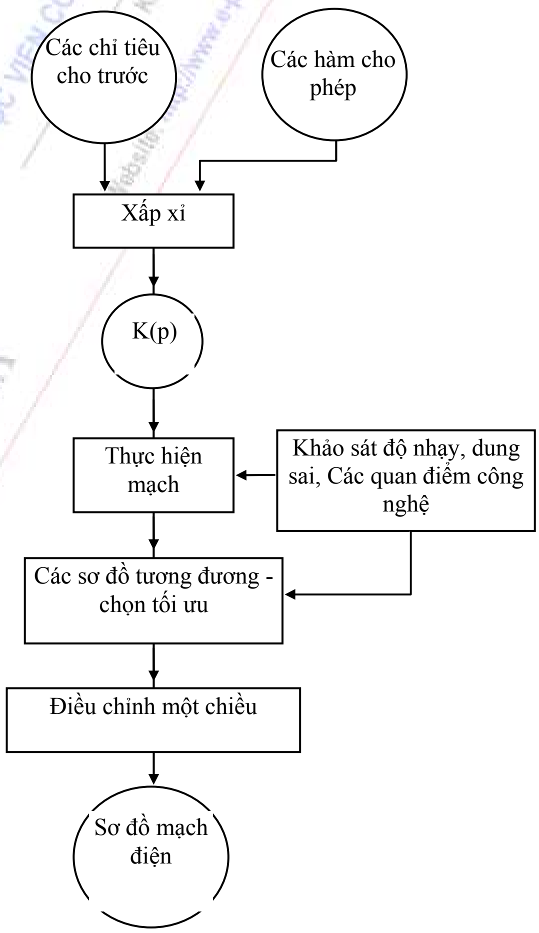
d. Vấn đề chọn sơ đồ tối ưu: Sau khi thực hiện được các kiểu sơ đồ tương đương nhau thoả mãn hàm mạch, cần phải xem xét các yếu tố của nó, cộng thêm các điều kiện phụ (như điều kiện sản xuất, tiêu chuẩn kinh tế) để lựa chọn lấy phương án tối ưu đưa vào sản xuất. Cũng cần chú ý rằng trong tổng hợp mạch, số lượng phần tử trong mạch cũng là một yếu tố quan trọng để đánh giá kết quả, do đó tối ưu mạch với số phần tử ít nhất là một trong những vấn đề cần nghiên cứu trong tổng hợp và thiết kế mạch.

e. Tổng hợp mạch tích cực

Các bước chính của quá trình tổng hợp mạch tích cực về cơ bản cũng giống như tổng hợp bốn cực thụ động. Ngoài ba vấn đề đã nêu, trong trường hợp mạch tích cực do thường dùng các phần tử tích cực, vì vậy cần phải điều chỉnh một chiều mạch vừa tổng hợp. Lưu đồ hình 7-5 mô tả các bước tổng quát tổng hợp mạch tuyến tính, đây là một trong các công đoạn chủ yếu trong toàn bộ quá trình thiết kế mạch.

Ta có thể thực hiện được hàm mạch có dạng phân thức hữu tỉ bằng mạch điện gồm các phần tử: điện dung, điện trở, nguồn điều khiển, NIC, mạch khuếch đại thuật toán... Thông thường người ta lấy một hoặc nhiều phần tử tích cực và mắc chúng với các mạch n cửa thụ động, sau đó từ K(p) xác định giá trị các phần tử tích cực và các hàm cho phép của các mạch n cửa thụ động và thực hiện cụ thể các hàm này. Ở dải tần thấp, việc tổng hợp mạch tích cực RC dùng bộ KĐTT là sự lựa chọn tối ưu. Với các hàm mạch bậc cao, người ta thường sử dụng các phương pháp tách đa thức và mắc nối dây chuyền các khâu bậc hai và bậc một.

Đối với mạch tích cực cũng cần phải chú ý đến mô hình của nó trong các điều kiện làm việc khác nhau. Thông thường các phần tử tích cực lý tưởng thường chỉ được thực hiện thích hợp với mô hình của nó trong một dải tần số nhất định cùng với một số phần tử thụ động hỗ trợ.



Hình 7-5: Các bước tổng hợp mạch tuyến tính

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phạm Thị Cư, Mạch điện (tập 1, 2), NXB KHKT, 1996.
2. Phạm Minh Hà, Kỹ thuật mạch điện tử, NXB KHKT, 2002.
3. Phương Xuân Nhàn, Tín hiệu - Mạch và hệ thống vô tuyến điện, NXBĐH-THCN, 1972.
4. Đỗ Xuân thụ, Kỹ thuật điện tử, NXB Giáo dục, 1997.
5. Hồ Anh Tuý, Lý thuyết Mạch (tập 1, 2), NXB KHKT, 1997.
6. Brogan,W.L., Modern control Theory, Prentice Hall, 1991.
7. Brigham,E.O., Transforms and applications, Prentice Hall, 1988.
8. Rugh,W.J., Linear systems theory, Prentice Hall, 1996.

LÝ THUYẾT MẠCH

Mã số: 411LTM240

Chịu trách nhiệm bản thảo

TRUNG TÂM ĐÀO TẠO BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG 1

(Tài liệu này được ban hành theo Quyết định số: 816/QĐ-TTĐT1 ngày 25/10/2006 của Giám đốc Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông)